UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO

Desarrollo de software para el diseño de antenas Yagi-Uda y Reflector de

Esquina

José Ricardo Castillo Almeida

Iván Andrés Quirós Vinueza

Tesis de grado presentada como requisito para la obtención del título de Ingeniería Eléctrica -

Electrónica.

Quito

Diciembre de 2009

Universidad San Francisco de Quito Colegio Politécnico

HOJA DE APROBACION DE TESIS

Desarrollo de software para el diseño de antenas Yagi-Uda y Reflector de Esquina

José Ricardo Castillo Almeida Iván Andrés Quirós Vinueza

Santiago Navarro, PhD	
Director de tesis	

René Játiva, PhD Miembro del comité de tesis

Daniel Cárdenas, PhD Miembro del comité de tesis

.....

.....

.....

Fernando Romo, PhD Decano del Colegio Politécnico

Quito, Diciembre 2009

© Derechos de autor

José Ricardo Castillo Almeida

Iván Andrés Quirós Vinueza

2009

Resumen

En el presente documento se describe el desarrollo de un programa dedicado al diseño de antenas Yagi-Uda y Reflectores de Esquina; se entiende por antena a cualquier dispositivo diseñado con el objetivo de emitir o recibir ondas electromagnéticas hacia el espacio libre. Este trabajo inicia con un estudio teórico de antenas: sus características, diferentes modelos y sus principales aplicaciones. Las características que se van a analizar son los patrones de radiación en ambos planos, directividad y ganancia frente - espalda, entendiéndose la última como la relación en decibeles entre la ganancia en la dirección de propagación y la ganancia en la dirección opuesta. Estas propiedades mencionadas son calculadas basándose en la ecuación integral de Pocklington mediante el Método de los Momentos. Posteriormente, fundamentándose en el análisis teórico-matemático realizado, se diseña e implementa un software aplicado a las dos tipos de antenas mencionados. Todas las implementaciones se fundamentan en el uso de MATLAB con la finalidad de que esta aplicación desarrollada sea didáctica para uso de los estudiantes de ingeniería electrónica, disponiendo de una interfaz gráfica amigable hacia el usuario final. Finalmente, nuestro software es evaluado y comparado con resultados anteriores obtenidos de manera práctica y teórica.

Abstract

The following document describes the development of a program for the design of Yagi-Uda and Corner Reflector antennas; it is understood by antenna any object designed to send and receive electromagnetic waves into free space. This work begins with a theoric study of the antennas: their characteristics, different types and their principal applications. The characteristics to be analyzed are the radiation patters in both planes, directivity and Front-to-Back gain, the last one is understood as the relationship in decibels between the gain in the direction of propagation and the gain in the opposite direction. These properties are computed based on the Pocklington's integral equation using the Method of Moments. Later, based on the mathematic analysis, the software is designed for both types of antennas. All implementations are based on MATLAB, so the developed application can be didactic aimed to electronic engineer students, having a friendly graphic user interface. Finally, our software is evaluated and compared with previous results obtained practically and theorically.

ÍNDICE GENERAL

Índice general

1.	Introd	ucción		1
	1.1.	Impor	tancia	1
		1.1.1.	Antecedentes	1
		1.1.2.	Justificación	2
	1.2.	Objetiv	vos	4
		1.2.1.	Objetivo Final	4
		1.2.1.	Objetivos Específicos	4
2.	Marco	Teório	20	5
	2.1.	Fundar	mentos matemáticos	5
		2.1.1.	Ecuaciones Integrales	6
		2.1.2.	Ecuación integral de Pocklington	6
	2.2	Antena	1	11
		2.2.1.	Características fundamentales de las antenas	11
			2211 Patrón de radiación	11

			2.2.1.2. Ancho del haz	14
			2.2.1.3. Directividad	15
			2.2.1.4. Impedancia de entrada	18
			2.2.1.5. Ganancia frente espalda	20
		2.2.2.	Antena Yagi-Uda	21
			2.2.2.1 Método de los Momentos de la ecuación integral de	
			Pocklington para antena Yagi-Uda	23
			2.2.2.2. Patrón del campo lejano	28
		2.2.3.	Antena de Reflector de Esquina	31
			2.2.3.1. Método de los Momentos de la ecuación integral de	
			Pocklington para antena reflector de esquina	33
			2.2.3.2. Patrón del campo lejano	34
		2.2.4	Campo eléctrico en el punto de alimentación	34
3.	Diseño)		36
	3.1	Desarr	ollo de Software	36
		3.1.1.	Requerimientos específicos del programa	36
		3.1.2.	Descripción Funcional	37
	3.2	Visual	ización del Programa	40
		3.2.1.	Interfaz Gráfica de Usuario de ingreso de datos	40
		3.2.2.	Interfaz Gráfica de Usuario, presentación de resultados	45
4.	Result	ados		48
	4.1	Metod	ología de evaluación	48
	4.2.	Compa	aración de resultados	49

5.	Conclu	usiones	82
Bił	oliograf	ia	84
A.	Métod	o de los Momentos	86
B.	MATI	AB	93
	B.1.	Introducción	93
	B.2.	Lenguaje de Programación	94
	B.3.	Interfaz gráfica de usuario	95
C.	Progra	ama Yagi-Uda	97

ÍNDICE DE FIGURAS

Índice de figuras

2.1.	Onda plana uniforme incidente en un alambre conductor	7
2.2.	Segmentación del dipolo y su corriente equivalente	9
2.3.	Planos E y H de un patrón de radiación de una antena Yagi-Uda	12
2.4.	Distribución uniforme de lóbulos de un patrón de radiación de una antena	
Yagi-U	Jda	13
2.5.	Diferentes tipos de patrones de radiación de una antena	14
2.6.	Ancho del haz de media potencia de un patrón de radiación direccional	15
2.7.	Diagrama funcional generador y antena	19
2.8.	Distribución de dipolo de una antena Yagi-Uda sobre el eje y	22
2.9.	División de un dipolo en M segmentos	26
2.10.	Posición de los dipolos y su separación entre elementos	27
2.11.	Reflector de esquina con 90° de apertura	32
2.12.	Estructura de un reflector esquina con dipolos lineales	32
2.13.	Dipolo activo alimentado por una fuente de voltaje	35

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1.	Interfaz GUIDE mostrando casilla de texto estático y texto editable	40
3.2.	Ingreso de número de elementos y despliegue necesario de casillas	42
3.3.	Botón calcular, activación o desactivación dado el ingreso de datos	43
3.4.	GUI de ingreso de datos	44
3.5.	Primera GUI de resultados	46
3.6.	Segunda GUI de resultados	47
4.1.	Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo inicial	56
4.2.	Impedancia de arreglo inicial	56
4.3.	Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo con perturbación	ı de
espaci	amiento	57
4.4.	Impedancia de arreglo con perturbación de espaciamiento	57
4.5.	Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo con perturbación	ı de
espaci	amiento y longitud	57
4.6.	Impedancia de arreglo con perturbación de espaciamiento y longitud	57
4.7.	Patrón de radiación plano E arreglo inicial	59
4.8.	Patrón de radiación plano H arreglo inicial	59
4.9.	Patrón de radiación plano E arreglo con perturbación de espaciamiento	60
4.10.	Patrón de radiación plano H arreglo con perturbación de espaciamiento	60
4.11.	Patrón de radiación plano E arreglo con perturbación de espaciamiento y	
longit	ud	61
4.12.	Patrón de radiación plano H arreglo con perturbación de espaciamiento y	
longit	ud	61

4.13.	Comparación entre impedancias mediante solución ecuación de Pocklingte	on y
métod	o de impedancias mutuas	67
4.14.	Patrón de radiación plano E de arreglo 1	68
4.15.	Patrón de radiación plano H de arreglo 1	68
4.16.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 1	69
4.17.	Patrón de radiación plano E de arreglo 2	69
4.18.	Patrón de radiación plano H de arreglo 2	70
4.19.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 2	70
4.20.	Patrón de radiación plano E de arreglo 3	71
4.21.	Patrón de radiación plano H de arreglo 3	71
4.22.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 3	72
4.23.	Patrón de radiación plano E de arreglo 4	72
4.24.	Patrón de radiación plano H de arreglo 4	73
4.25.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 4	73
4.26.	Patrón de radiación plano E de arreglo 5	74
4.27.	Patrón de radiación plano H de arreglo 5	74
4.28.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 5	75
4.29.	Patrón de radiación plano E de arreglo 6	75
4.30.	Patrón de radiación plano H de arreglo 6	76
4.31.	Distribución de corriente en elementos activo de arreglo 6	76
4.32.	Patrones de radiación en ambos planos para un reflector de esquina	77
4.33.	Directividad de 3 antenas reflectores de esquina a diferentes distancias, s.	79
4.34.	Directividad máxima en 3 antenas con apertura diferentes	80

ÍNDICE DE TABLAS

Índice de tablas

3.1.	Longitudes y distancias de separación para arreglo Yagi-Uda de 6 elementos	
		45
4.1.	Arreglo Yagi-Uda de 6 elementos	50
4.2.	Resultado de arreglo con 3 modos	51
4.3.	Resultado de arreglo con 5 modos	52
4.4.	Resultado de arreglo con 7 modos	53
4.5.	Resultado de arreglo con 9 modos	54
4.6.	Resultado de arreglo con 15 modos	55
4.7.	Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arregl	lo
inicial		62
4.8.	Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arregl	lo
con pe	erturbación de espaciamiento	62
4.9.	Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arregl	lo
con pe	erturbación de espaciamiento y longitud	63

4.10.	Seis diferentes tipos de arreglos Yagi-Uda	64
4.11.	Resultados obtenidos mediante simulación de impedancia mutuas	65
4.12.	Resultados obtenidos mediante simulación por ecuación de Pocklington	66
4.13.	Porcentaje de diferencia entre resultados de directividad	67
4.14.	Datos reflector de esquina 90 grados	77
4.15.	Valores obtenidos a partir de los datos de la tabla 4.14	77
4.16.	Resultados para una antena reflectora de esquina con apertura de 90°	78
4.17.	Resultados para una antena reflectora de esquina con apertura de 60°	78
4.18.	Resultados para una antena reflectora de esquina con apertura de 45°	79
4.19.	Directividad máxima para diferentes separaciones y ángulos de apertura.	80

Glosario

<u>Símbolo</u>	<u>Cantidad</u>	<u>Unidades</u>
E^t	Campo Eléctrico Tangencial	[V/m]
E^{i}	Campo Eléctrico Incidente	[V/m]
E^{s}	Campo Eléctrico Dispersado	[V/m]
ω	Frecuencia angular	[rad/s]
f	Frecuencia	[Hz]
A	Vector potencial magnético	[Wb/m]
J_s	Vector densidad de corriente	[A/m]
μ_{0}	Permeabilidad	[H/m]
ϵ_{θ}	Permitividad	[F/m]
λ	Longitud de onda	[<i>m</i>]
k	Número de onda	[rad/m]
I_z	Vector de Corriente en eje z	[A]
V	Voltaje	[V]

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Capítulo 1

Introducción

1.1 Importancia

1.1.1 Antecedentes

Los métodos de cálculo han evolucionado junto al computador. En nuestros días, la capacidad de procesamiento de las computadoras aumenta constantemente, y junto a esto, el volumen de cálculos por segundo [1]. Este hecho hace que los tiempos se reduzcan y se pueda resolver ecuaciones más complejas como las integro diferenciales con métodos tales como el de los Momentos y elementos finitos. De esta manera, se pueden obtener resultados más precisos en un tiempo corto.

Las antenas Yagi-Uda y Reflector de Esquina poseen una alta aceptación desde su. En 1926 en la Universidad Imperial Tohoku, el profesor Shintaro Uda, junto con la colaboración de Hidetsugu Yagi, desarrolló la hoy famosa, antena Yagi [2]. Este tipo de antena logró gran popularidad durante la segunda guerra mundial. Muchos radares aéreos utilizaban este tipo de antenas por su simplicidad y directividad. Por otra parte, el Reflector de Esquina alcanzó un gran desarrollo también durante la Segunda Guerra Mundial, donde el uso de radares hizo que el diseño de reflectores aumentara y tomara diferente tipos de formas geométricas.

1.1.2 Justificación

Las antenas Yagi-Uda y Reflectores de Esquina se emplean en enlaces de comunicación punto a punto gracias a su amplio rendimiento. Este par de antenas son las más comunes en el ámbito de comunicaciones, así como una de las más simples a la hora de fabricarlas. Han sido y son de gran ayuda para el desarrollo de las comunicaciones punto a punto.

Estas antenas pueden ser usadas como dispositivo de estudio y medición para fines pedagógicos. Dentro del campo de estudio es necesario contar con un programa que facilite el cálculo de dichas antenas y permita el análisis de los resultados obtenidos. Los programas existentes son costosos y es por eso que se requiere de un programa para el diseño, que además de proporcionar los datos necesarios, muestre gráficamente los resultados y calcule parámetros como relación frente espalda, ganancia, directividad e impedancia.

El presente análisis basado en la ecuación integral de Pocklington, permite realizar los cálculos pertinentes con este tipo de antenas, cuya característica fundamental es que consisten en una colección de dipolos orientados en una misma dirección. Mediante el Método de los Momentos se puede resolver ecuaciones integro-diferenciales que expresan el campo eléctrico en función de las corrientes.

2

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

El lenguaje computacional, MATLAB, tiene herramientas y flexibilidad para la programación, manipulación de datos y presentación de los mismos. Sus grandes prestaciones están dadas por una manipulación eficiente de las matrices, algoritmos y funciones, que a su vez, no limitan al usuario para desarrollar software de alto nivel. Con MATLAB podemos crear de manera rápida prototipos y depurar código sofisticado, lo que hacen de esta herramienta la adecuada para el uso general tanto en cursos de ingeniería como en desarrollo de nuestro software.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Final

Desarrollar un software en MATLAB para el diseño y simulación de antenas Yagi-Uda y Reflectores de Esquina que permita al usuario analizar los datos obtenidos y comprar con los publicados en la literatura técnica.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Analizar la antena Yagi-Uda y Reflector de Esquina, fundamentos teóricos, estudio de diseños basados en las ecuaciones integrales de las antenas y que se resuelvan por el método de los momentos.
- Estudiar, desarrollar y mostrar los resultados de la implementación de una simulación en MATLAB mediante una interfaz grafica de usuario, la cual permitirá la manipulación de datos iniciales de diseño de una manera rápida y sencilla.
- Disponer del proyecto como instrumento pedagógico para su utilización posterior en cursos de Ingeniería Electrónica en telecomunicaciones.
- Analizar los resultados e implementación obtenida, así como considerar aplicaciones prácticas para el proyecto a desarrollarse.

Capítulo 2

Marco Teórico

Este capítulo inicia haciendo una revisión de los conceptos teóricos básicos tanto matemáticos como conceptuales de la antena Yagi-Uda y de los reflectores de esquina. Posteriormente se hace una introducción al lenguaje computacional técnico de alto nivel MATLAB y en particular a la interfaz gráfica de usuario GUI (Graphical User Interface).

2.1. Fundamentos Matemáticos

A continuación se presenta una breve introducción hacia los fundamentos básicos matemáticos empleados para la solución de antenas Yagi-Uda y Reflectores de esquina. Serán tratados conceptos básicos como *Ecuaciones Integrales, Ecuación Integral de Pocklington* y solución de ecuaciones mediante el *Método de los Momentos*.

2.1.1. Ecuaciones Integrales

Una ecuación integral es aquella en donde la incógnita se encuentra dentro del operador integral. Así, el objetivo de la ecuación integral aplicada a antenas es resolver la densidad de corriente, siendo esta la incógnita de la ecuación principal. Esta corriente es la aplicada en la superficie del elemento conductor. La ecuación integral se resuelve usualmente por métodos numéricos, como lo es el Método de los Momentos que será discutido posteriormente [Apéndice A].

A continuación se presenta un ejemplo de una ecuación integral simple:

$$\int f(x) \, dx = s \tag{2.1}$$

Claramente podemos observar que f(x) es la función desconocida, la cual se requiere averiguar y *s* es conocida.

2.1.2. Ecuación Integral de Pocklington

Se asume que la onda incidente afecta la superficie del hilo conductor como se muestra en la figura 2.1 [3] esto se conoce como el *campo eléctrico incidente* $E^{i}(r)$. El campo al incidir en el hilo conductor induce una densidad de corriente en la superficie, que llamaremos J_s , sus unidades son amperes/ metro (A/m). Esta densidad de corriente J_s irradia a su vez y produce un campo eléctrico conocido como *campo eléctrico dispersado* $E^{s}(r)$. Por lo tanto, en cualquier punto del espacio el campo eléctrico total $E^{t}(r)$ es el resultado de la suma de los campos incidente más el dispersado:

$$E^{t}(r) = E^{i}(r) + E^{s}(r)$$
(2.2)



Figura 2.1: Onda plana uniforme incidente en un alambre conductor.

Cuando el punto de observación es movido hacia la superficie del hilo conductor ($r = r_s$), el campo total tangencial se anula. En coordenadas cilíndricas, el campo eléctrico radiado por el dipolo posee una componente radial (E_ρ) y otra componente tangencial (E_z), esto se muestra en la figura 2.1(a) y 2.1(b). Por lo tanto en la superficie del conductor la componente tangencial se reduce a:

$$E_z^t(r = r_s) = E_z^i(r = r_s) + E_z^s(r = r_s) = 0$$
(2.3)

Que equivale a tener:

$$E_{z}^{i}(r=r_{s}) = -E_{z}^{s}(r=r_{s})$$
(2.4)

En general, el campo eléctrico dispersado generado por una densidad de corriente J_s está dado por:

$$E^{s}(r) = -j\omega \mathbf{A} - j\frac{1}{\omega\mu_{0}\epsilon}\nabla(\nabla, \mathbf{A})$$
$$= -j\frac{1}{\omega\mu_{0}\epsilon}[k^{2}\mathbf{A} + \nabla(\nabla, \mathbf{A})]$$
(2.5)

Sin embargo, para observaciones en la superficie del conductor solo la componente z de la ecuación (2.5) es necesitada, así podemos escribir:

$$E_z^s(r) = -j \frac{1}{\omega \mu_0 \epsilon} \left(k^2 A_z + \frac{\partial A_z}{\partial z^2} \right)$$
(2.6)

De acuerdo a la siguiente ecuación y despreciando los efectos en los extremos:

$$A_{z} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \iint_{S} J_{z} \frac{e^{-jkR}}{R} ds' = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{-l/2}^{+l/2} \int_{0}^{2\pi} J_{z} \frac{e^{-jkR}}{R} a \, d\varphi' dz'$$
(2.7)

Para alambres muy delgados, la densidad de corriente J_s no es una función del ángulo φ y la podemos escribir como sigue:

$$2\pi a J_z = I_z(z') \Rightarrow J_z = \frac{1}{2\pi a} I_z(z')$$

$$(2.8)$$

donde $I_z(z')$ se asume que es una corriente localizada a una distancia radial $\rho = a$ del eje z. como se muestra en la figura 2.2 [3]. Entonces la ecuación (2.7) se reduce a:

$$A_{z} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \int_{-l/2}^{+l/2} \left[\frac{1}{2\pi a} \int_{0}^{2\pi} I_{z}(z') \frac{e^{-jkR}}{R} a \, d\varphi' \right] dz'$$
(2.9)

donde R es:

$$R = \sqrt{(x - x')^2 (y - y')^2 (z - z')^2}$$
$$= \sqrt{\rho^2 + a^2 - 2\rho a \, \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2}$$
(2.9a)



y ρ es la distancia radial al punto de observación y *a* es el radio del conductor.

Figura 2.2: Segmentación del dipolo y su corriente equivalente.

Dada la simetría, las observaciones no son función de φ . Por simplicidad podemos escoger que $\varphi = 0$. Para observaciones en la superficie $\rho = a$ y la ecuación (2.9) se reduce a:

$$A_{z}(\rho = a) = \mu \int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') \left(\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} d\varphi' \right) dz'$$
$$= \mu \int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') G(z, z') dz'$$
(2.10)

$$G(z, z') = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \, d\varphi'$$
(2.10a)

$$R(\rho = a) = \sqrt{4a^2 \sin^2\left(\frac{\varphi'}{2}\right) + (z - z')^2}$$
(2.10b)

En consecuencia en la superficie $\rho = a$, la componente z del campo eléctrico dispersado puede ser expresada como:

$$E_{z}^{s}(\rho = a) = -j\frac{1}{\omega\epsilon} \left(k^{2} + \frac{d^{2}}{dz^{2}}\right) \int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z')G(z,z')dz'$$
(2.11)

que al usar la ecuación (2.3) se reduce a:

$$-j\frac{1}{\omega\epsilon}\left(k^{2} + \frac{d^{2}}{dz^{2}}\right)\int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z')G(z,z')dz' = -E_{z}^{i}(\rho = a)$$
(2.12)

0

$$\left(k^{2} + \frac{d^{2}}{dz^{2}}\right) \int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z')G(z,z')dz' = -j\omega\epsilon E_{z}^{i}(\rho = a)$$
(2.12a)

Al intercambiar integración por diferenciación, podemos escribir la ecuación (2.12a) como sigue:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') \left[\left(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right) G(z, z') \right] dz' = -j\omega\epsilon E_{z}^{i}(\rho = a)$$
(2.13)

donde G(z,z') está dada por la ecuación (2.10a).

En conclusión la ecuación (2.13) es conocida como la *Ecuación Integral de Pocklington*, y puede ser usada para determinar la corriente equivalente en un alambre conductor y así la densidad de corriente del mismo, al conocer el campo incidente en la superficie del alambre conductor [3].

Si asumimos que el alambre es muy delgado en comparación a la longitud de onda (*a* $\ll \lambda$) la ecuación (2.10a) se reduce a:

$$G(z, z') = G(R) = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$$
(2.14)

2.2 Antena

Una antena es definida, por la IEEE, como un medio para radiar o recibir ondas electromagnéticas. Desde el punto de vista operacional, las antenas representan el dispositivo que dirige la señal desde una estación transmisora hacia una estación receptora, convirtiéndola de corriente eléctrica a ondas electromagnéticas o viceversa [7].

2.2.1 Características fundamentales de las antenas

Para determinar el desempeño de cualquier antena, existen algunos parámetros que permiten calificar el funcionamiento de estas. Algunos de estos parámetros están relacionados y se diferencian solo en pequeños detalles. Las características analizadas en este documento son las siguientes: patrón de radicación en ambos planos, ancho del haz, directividad, impedancia de entrada y ganancia frente-espalda.

2.2.1.1 Patrón de radiación

El patrón de radiación de una antena se define como una función matemática que permite obtener una representación gráfica en coordenadas polares de la magnitud de la señal

radiada en el espacio libre. Por lo general, esta representación es realizada en el campo lejano. Es importante resaltar que el patrón de radiación no indica la distancia que alcanza una señal en una dirección particular. Es usual que el patrón de radiación del campo se normalice con respecto a su máximo. Este paso se lo realiza para obtener gráficas en escalas logarítmicas como los decibeles. En la figura 2.3 [8] se muestra un patrón de radiación de una antena Yagi-Uda de 6 elementos.

Dentro de los patrones de radiación se pueden distinguir dos tipos: en el plano E y plano H; figura 2.3(a) y 2.3(b), respectivamente. Los dipolos están ubicados sobre el eje y y paralelos al eje z. En este caso, el plano E corresponde al plano y-z, y el plano H determina el patrón de radiación en el plano x-y. [8].



Figura 2.3: Planos E y H de un patrón de radiación de una antena Yagi-Uda.

Los patrones de radiación muestran máximos y mínimos, donde se pueden distinguir lóbulos menores y traseros y un lóbulo principal. En la figura 2.4 [3], se muestra una distribución simétrica de los lóbulos producida por una antena Yagi-Uda. El lóbulo principal es el de la dirección de máxima radiación. En el programa desarrollado este se encuentra en $\theta = 90$ grados y $\phi = 90$ grados. A los costados de este haz principal, se encuentran los lóbulos menores; cualquier lóbulo de tamaño menor al fundamental se lo considera como menor. Los lóbulos traseros son los que se encuentran en el plano posterior con respecto a la dirección de propagación de la antena.

Los lóbulos menores en un patrón de radiación representan energía dispersada en direcciones no deseadas. La idea principal en una antena es disminuir estos lóbulos y dirigir este patrón de radiación en la dirección de interés. Los niveles de los lóbulos menores siempre se expresan en relación a la radiación del lóbulo mayor [8].



Figura 2.4: Distribución uniforme de lóbulos de un patrón de radiación de una antena Yagi-Uda

Los patrones de radiación pueden tener varias formas: isotrópica, direccional y omnidireccional. La radiación isotrópica es una antena que irradia en todas las direcciones de manera igual, la forma del patrón se muestra en la figura 2.5 (a) [3].



Figura 2.5: Diferentes tipos de patrones de radiación de una antena

La antena isotrópica es ideal y su construcción no es posible. Una antena direccional se define con la característica de dirigir las ondas electromagnéticas en una dirección particular [7]. La figura 2.5 (b) es un ejemplo de patrón de radiación direccional [3]. El ultimo tipo de antena es la omnidireccional, este tipo de radiación se caracteriza por ser omnidireccional en solo un plano, como es el caso de un dipolo vertical cuyo diagrama de radiación se muestra en la figura 2.5 (c) [3].

2.2.1.2 Ancho del Haz

El ancho del haz es un parámetro relacionado con el patrón de radicación, está definido como la separación angular entre dos puntos idénticos en lados opuestos del lóbulo principal. Este valor es normalmente calculado a la media potencia, a 3dB, y se la conoce

como Ancho del Haz a Media Potencia o $HPBW^1$ por sus siglas en inglés. En la figura 2.6 se muestra el HPBW de una antena directiva [8].



Figura 2.6: Ancho del haz de media potencia de un patrón de radiación direccional.

2.2.1.3 Directividad

La directividad es la relación de la intensidad de radiación de una antena en una dirección específica y la intensidad de radiación promedio en todas las direcciones [8]. La dirección, por lo general, que se toma en cuenta es la del haz principal donde la radiación alcanza el niveles máximo. La intensidad promedio es la potencia radiada dividida para 4π . En otras palabras las antenas no-isotrópicas tienen una directividad que está representada por la intensidad de radiación en una dirección dividida por la intensidad de radiación isotrópica. Una antena isotrópica tendría una directividad de 1, porque todas las intensidades de radiación serían iguales. Como se muestra en la siguiente ecuación 2.15:

¹ Half Power Beamwidth

$$D = \frac{U}{U_o} = \frac{4\pi U}{P_{rad}}$$
(2.15)

D = directividad

U = intensidad de radiación

 U_o = intensidad de radiación isotrópica

 P_{rad} = potencia radiada

La directividad por lo general se la determina en el lóbulo principal o con mayor intensidad de radiación, por lo tanto la ecuación 2.15 se plantearía de la siguiente forma:

$$D = \frac{U_{max}}{U_o} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}}$$
(2.16)

 U_{max} = intensidad de radiación máxima

Para determinar la intensidad de radiación en una dirección específica se debe obtener la potencia radiada total de una antena dividida por unidad de ángulo sólido. Se entiende por ángulo sólido al diferencial de área de una esfera dividido para la distancia al cuadrado, r². El elemento de ángulo sólido, $d\Omega$, se puede expresar como [3]:

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta \ d\theta \ d\phi \tag{2.17}$$

La intensidad de radiación se la puede obtener multiplicando la densidad de radiación por la distancia al cuadrado, la ecuación se muestra a continuación [3]:

$$U = r^2 W_{rad} \tag{2.18}$$

 W_{rad} = densidad de radiación.

De la ecuación anterior se puede observar que la intensidad de radiación está relacionada con la distancia. Adicionalmente, la densidad de radiación está en función del campo E; a partir de lo anterior, la intensidad se relaciona con el campo E como se muestra en la siguiente ecuación:

$$U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2\eta} |E(r,\theta,\phi)|^2$$
(2.19)

 $E(r, \theta, \phi)$ = intensidad del campo eléctrico lejano.

 η = impedancia intrínseca del medio.

El campo lejano depende de tres variables; sin embargo, se lo puede expresar en función solo de los ángulos θ y ϕ cuando se la introduce y simplifica en la ecuación 2.19. Los pasos siguientes demuestran la simplificación:

$$E(r,\theta,\phi) = E(\theta,\phi) \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2\eta} \left| E(\theta,\phi) \frac{e^{-jkr}}{r} \right|^2 = \frac{r^2}{2\eta} |E(\theta,\phi)|^2 \left| \frac{e^{-jkr}}{r} \right|^2$$
(2.20)
$$(2.21)$$

Por lo tanto, la intensidad radiación de la antena se simplifica a:

$$U(\theta,\phi) = \frac{1}{2\eta} |E(\theta,\phi)|^2$$
(2.22)

Para el cálculo de la potencia radiada se integra la intensidad de radiación sobre todo el ángulo sólido. En otras palabras, toda la radiación emanada en todas las direcciones es calculada sobre toda la superficie cerrada de una esfera imaginaria. El valor obtenido de esta integral es la potencia radiada total, como se muestra a en la siguiente ecuación [7]:

$$P_{rad} = \oint_{\Omega} U \, d\Omega = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$
(2.23)

Con los valores obtenidos de la intensidad máxima de radiación y la potencia radiada, ecuación 2.22 y 2.23, respectivamente; se determina la directividad utilizando la ecuación 2.16.

2.2.1.4 Impedancia de entrada

La impedancia de entrada de una antena es la que se calcula en sus terminales de entrada. Este valor puede ser la relación del voltaje sobre la corriente en este par de terminales o los componentes del campo eléctrico sobre el magnético. Como se muestra en la figura 2.7 [3], los terminales a-b son el par de terminales donde se debe calcular la impedancia, Z_{ant}.



Figura 2.7: Diagrama funcional generador y antena.

Además, la antena está conectada a un generador con su propia impedancia Z_g. Ambas impedancias se las expresa con su parte real y su reactancia:

$$Z_{ant} = R_{ant} + jX_{ant}$$
(2.24)

$$Z_g = R_g + jX_g \tag{2.25}$$

 R_{ant} , R_g = parte resistiva de la impedancia.

 X_{ant} , X_g = parte reactiva de la impedancia.

La resistividad de las antenas también se descompone en dos partes:

$$R_{ant} = R_r + R_L \tag{2.26}$$

 R_r = resistividad de radiación de la antena.

 R_L = resistividad de pérdida de la antena.

Determinar la impedancia de entrada de una antena es indispensable para determinar la técnica de adaptación correcta. La potencia radiada máxima se obtiene cuando Z_g y Z_{ant} son conjugadas, tanto en su parte real y en su reactancia. Esta adaptación se logra cuando:

$$R_r + R_L = R_g \tag{2.27}$$
$$X_A = -X_g$$

Cuando existe máxima transferencia de potencia, la mitad de la potencia del generador se disipa en la resistencia R_g y lo restante es entrega a la antena [7]. De la potencia que recibe la antena, una parte se disipa como calor y la otra se irradia en el medio. Esto significa que, si una antena es sin pérdidas y existe una perfecta adaptación, solo la mitad de la potencia es radiada.

La impedancia de entrada depende de la frecuencia. En ese caso la antena debe adaptarse en un ancho de banda específico. Además, existen otros factores que afectan la impedancia de una antena como su geometría, su tipo de excitación y la proximidad a otros objetos [3].

2.2.1.5 Ganancia frente espalda

La ganancia frente espalda es la relación que existe del campo lejano en una dirección específica con la dirección contraria. Este cálculo se realiza en los dos planos: eléctrico y magnético. Si no existe una dirección determinada, se asume que la orientación es la de máxima radiación o donde existe el lóbulo principal en el caso de las antenas directivas. Si la

máxima radiación existiese en el eje y, en coordenadas cilíndricas la ecuación de la ganancia frente espalda en dB sería [3]:

$$G_{frente-espalda} = 10 \log \left(\frac{E_{\theta 1, \phi 1}}{E_{\theta 1, \phi 1 + \pi}} \right)$$
(2.29)

La relación entre el valor del campo radiado al frente al campo radiado a la espalda se llama relación frente espalda y generalmente se la expresa en dB. Al ser la directividad una relación de la intensidad de radiación en una dirección sobre la radiación isotrópica, la ganancia frente espalda se relaciona con la directividad pero solo en dos direcciones mutuamente opuestas.

Esta ganancia al ser un valor sin dimensiones, usualmente, se normaliza a una escala logarítmica en dB. Esto permite tener una idea más clara de la ganancia que se obtiene. Por lo general, las antenas directivas optimizadas poseen valores sobre los 14dB o más de ganancia frente espalda; sin embargo, esta valor aumenta cada vez que la antena aumenta su directividad.

2.2.2 Antena Yagi-Uda

Una de las antenas más populares en la actualidad es la Yagi-Uda, la fácil construcción y su buen desempeño han popularizado este diseño que se encuentra frecuentemente en las cubiertas de casas y edificios. Esta antena consiste de dipolos cilíndricos ubicados paralelamente, como se muestra en la figura 2.8 [8]. La idea del arreglo Yagi-Uda es que exista un dipolo activo que se encuentre energizado, que haya un conjunto de elementos adelante del dipolo activo conocidos como directores y que en la parte posterior

del dipolo energizado se ubique un elemento conocido como reflector. Todos los elementos mencionados están sostenidos por un soporte central que los mantiene en una posición fija.



Figura 2.8: Distribución de dipolo de una antena Yagi-Uda sobre el eje y.

A parte de su simplificado diseño, el buen desempeño de esta antena se fundamenta en la directividad que puede alcanzar con niveles de impedancia que pueden adaptarse fácilmente en banda angosta. Un arreglo de dipolos optimizado puede lograr alrededor de 14 dBi de directividad. Adicionalmente, el rango de frecuencias de esta antena se encuentra desde los 3MHz hasta los 3000 MHz. Este amplio espectro de frecuencias genera que los campos de usos de la Yagi-Uda sean extensos y variados, como: antenas de TV, radio o enrutadores inalámbricos [3].

Para obtener un haz en la dirección del eje de la Yagi, los directores son de menor tamaño que el dipolo activo y el reflector es ligeramente más largo. Los valores típicos del elemento activo se encuentren entre $0.45 - 0.49\lambda$, es interesante observar que la dimensión del dipolo resonante es menor a $\lambda/2$. La longitud de los directores se encuentra entre los 0.4 a 0.45λ y no todos deben tener el mismo tamaño. Cuando se optimiza el tamaño de estos dipolos sus dimensiones cambian, así como su separación. El reflector, por lo general, tienen
una dimensión entre los $0.49 - 0.55\lambda$. Los valores antes mencionados se basan en diseños publicados [7].

2.2.2.1 Método de los momentos de la ecuación integral de Pocklington para antena Yagi-Uda.

El método de la ecuación integral de Pocklington calcula el campo eléctrico radiado por los elementos en la antena Yagi-Uda, y determina los corrientes de cada dipolo a partir del campo computado. La distribución de los elementos utilizado de la antena yagi se mostró en la figura 2.8, los dipolos sobre el eje y y paralelos al eje z. El presente desarrollo de ecuaciones es realizado en Balanis [3]. A partir de la ecuación 2.13 para el campo total generado por una fuente de corriente radiando en el espacio libre [3]:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_z(z') \left[\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{e^{-jkR}}{R} \right] dz' = 4\pi j \omega \epsilon_o E_z^t$$
(2.30)

donde

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$
(2.31)

La ecuación 2.30 se escribe:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') \left[\frac{\partial^{2}}{\partial z'^{2}} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \right] dz' + k^{2} \int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz' = -4\pi j \omega \epsilon_{o} E_{z}^{i}$$
(2.32)

La primera integral de la ecuación 2.32 se resuelve:

$$u = I(z') \tag{2.33}$$

$$du = \frac{dI(z')}{dz'}dz'$$
(2.33a)

$$dv = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} \left(\frac{e^{-jkR}}{R}\right) dz' = \frac{\partial}{\partial z'} \left[\frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R}\right)\right] dz'$$

$$v = \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R}\right)$$
(2.34)

$$v = \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-j\kappa R}}{R} \right)$$
(2.34a)

La ecuación 2.34 se simplifica a lo siguiente:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_z(z') \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \right] dz' = I(z') \left[\frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \right] \Big|_{-l/2}^{+l/2} - \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \frac{dI(z')}{dz'} dz'$$
(2.35)

Se requiere que la corriente en las terminaciones de los dipolos sea 0, $I(z' = \pm l/2) = 0$; bajo esta consideración la ecuación 2.35 se simplifica, eliminándose el primer término de la derecha:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_z(z') \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \right] dz' = - \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \frac{dI(z')}{dz'} dz'$$
(2.36)

La integración por partes de la ecuación anterior:

$$u = \frac{dI(z')}{dz'}$$
(2.37)

$$du = \frac{d^2 I(z')}{dz'^2} dz'$$
(2.37a)

$$dv = \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) dz'$$
(2.38)

$$v = \frac{e^{-jkR}}{R}$$
(2.38a)

La ecuación 2.36 se resuelve:

$$\int_{-l/2}^{+l/2} I_{z}(z') \left[\frac{\partial^{2}}{\partial z'^{2}} \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \right] dz' = -\frac{dI(z')}{dz'} \frac{e^{-jkR}}{R} \Big|_{-l/2}^{+l/2} + \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{\partial^{2}I(z')}{\partial z'^{2}} \frac{e^{-jkR}}{R} dz'$$
(2.39)

Si la ecuación 2.39 se substituye en la ecuación 2.32, el resultado quedaría:

$$-\frac{dI(z')}{dz'}\frac{e^{-jkR}}{R}\Big|_{-l/2}^{+l/2} + \int_{-l/2}^{+l/2} \left[k^2 I_z(z') + \frac{\partial^2 I(z')}{\partial z'^2}\right]\frac{e^{-jkR}}{R}dz' = j4\pi\omega\epsilon_o E_z^t$$
(2.40)

Para dipolos con diámetros pequeños, la corriente en cada elemento puede ser aproximada por una serie finita de sinusoidales. De esta manera, la corriente en el dipolo n puede ser planteada por una serie de Fourier como se indica en la siguiente ecuación:

$$I_n(z') = \sum_{m=1}^{M} I_{nm} \cos\left[(2m-1)\frac{\pi z'}{l_n}\right]$$
(2.41)

Las corrientes de cada elemento *n* en el modo *m* están representadas por I_{nm} . En la ecuación 2.40 se introduce el término 2.41 evaluándolo en su primera y segunda derivada. Como resultado la ecuación 2.40 se reduce a:

$$\sum_{m=1}^{M} I_{nm} \left\{ \frac{2m-1}{l_n} \sin\left[(2m-1)\frac{\pi z'_n}{l_n} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} \Big|_{-\frac{l_n}{2}}^{+\frac{l_n}{2}} + \left[k^2 - \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{l_n^2} \right] \right.$$
$$\times \int_{-l_n/2}^{+l_n/2} \cos\left[(2m-1)\frac{\pi z'_n}{l_n} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} dz'_n \left. \right\} = j4\pi\omega\epsilon_o E_z^t$$

(2.42)

De la ecuación anterior, como el coseno es una función par, esta se puede reducir para que los límites de integración sea solo la mitad superior, así tenemos:

$$\sum_{m=1}^{M} l_{nm} \left\{ (-1)^{m+1} \frac{2m-1}{l_n} G_2\left(y, y', z, \frac{l_n}{2}\right) + \left[k^2 - \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{l_n^2}\right] \times \int_{0}^{+l_n/2} G_2(y, y', z, z'_n) \cos\left[(2m-1) \frac{\pi z'_n}{l_n}\right] dz'_n \right\} = j 4\pi \omega \epsilon_o E_z^t$$

$$= ikR = -ikR$$
(2.43)

$$G_2(y, y', z, z'_n) = \frac{e^{-j\kappa R_-}}{R_-} + \frac{e^{-j\kappa R_+}}{R_+}$$
(2.43a)

$$R_{\pm} = \sqrt{(y - y')^2 + a^2 + (z \pm z')^2}$$
(2.43b)

n = 1, 2, 3, ..., N; donde N es el número total de elementos

 R_{\pm} , representa la distancia del centro de cada dipolo hasta el centro de otro dipolo.



Figura 2.9: División de un dipolo en M segmentos.

La ecuación integral planteada en 2.43 es la que se utiliza para obtener los coeficientes de las corrientes complejas sobre cada dipolo. Si existen M modos por elemento y N número de elementos, se crean M incógnitas por elemento y se necesita N x M ecuaciones. Esto se logra igualando a cero la ecuación del campo E_i en los valores Z_m elegidos, como se muestra en la figura 2.9. Por lo tanto, hay N x M coeficientes de corriente en cada ecuación. En este punto se observa una interacción total entre todos los elementos, la figura 2.10 muestra la interacción entre dos elementos determinado por una distancia *R*.



Figura 2.10: Posición de los dipolos y su separación entre segmentos.

A partir de los coeficientes obtenidos, el cálculo de las corrientes de los dipolos se la realiza ingresando un valor de voltaje de alimentación en el dipolo activo, por lo general, normalizado a 1.

2.2.2.2 Patrón del campo lejano

El patrón del campo lejano es la radiación de la antena en distancias alejadas de la posición de la antena,. El campo lejano E_{θ} generado por los *M* modos del elemento *n* está descrito en la siguiente ecuación:

$$E_{\theta n} \approx -j\omega A_{\theta n} \tag{2.44}$$

donde,

$$A_{\theta n} \cong -\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} I_n e^{jk(x_n \sin \theta \cos \varphi + y_n \sin \theta \sin \varphi + z'_n \cos \theta)} dz'_n$$

$$\simeq -\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta \left[e^{jk(x_n\sin\theta\cos\varphi+y_n\sin\theta\sin\varphi)} \int_{-l/2}^{+l/2} I_n e^{jkz'_n\cos\theta} dz'_n \right]$$
(2.44a)

A partir de la ecuación anterior, se debe tomar en cuenta que los dipolos en la antena Yagi-Uda están ubicados sobre el eje y; por lo tanto, la distancia x_n no existe, es cero. El campo generado total es la suma de todas las contribuciones como se muestra a continuación:

$$E_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} E_{\theta n} = -j\omega A_{\theta}$$
(2.45)

$$A_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} A_{\theta n} = -\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \sum_{n=1}^{N} \left\{ e^{jk(y_n \sin \theta \sin \varphi)} \times \left[\int_{-l_n/2}^{+l_n/2} I_n e^{jkz'_n \cos \theta} dz'_n \right] \right\}$$
(2.46)

La corriente de cada dipolo en la ecuación 2.41, se reemplaza en la segunda integral de la ecuación 2.46 de la siguiente manera:

$$\int_{-l_n/2}^{+l_n/2} I_n e^{jkz'_n \cos\theta} dz'_n = \sum_{m=1}^M I_{mn} \int_{-l_n/2}^{+l_n/2} \cos\left[\frac{(2m-1)\pi z'_n}{l_n}\right] e^{jkz'_n \cos\theta} dz'_n$$
(2.47)

A partir de la ecuación anterior, se puede observar que el coseno es una función par, por lo tanto los límites de la integral se reducen a la mitad superior, la ecuación siguiente muestra lo previamente mencionado:

$$\int_{-l_n/2}^{+l_n/2} I_n e^{jkz'_n \cos\theta} dz'_n = \sum_{m=1}^M I_{mn} \int_0^{+l_n/2} 2\cos\left[\frac{(2m-1)\pi z'_n}{l_n}\right] \times \left[\frac{e^{jkz'_n \cos\theta} + e^{-jkz'_n \cos\theta}}{2}\right] dz'_n$$
$$= \sum_{n=1}^N I_{mn} \int_0^{+l_n/2} 2\cos\left[\frac{(2m-1)\pi z'_n}{l_n}\right] \times \cos(kz'_n \cos\theta) dz'_n$$
(2.48)

Se conoce la siguiente identidad trigonométrica,

$$2\cos(\alpha)\cos(\beta) = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$
(2.49)

De la identidad anterior, la ecuación 2.48 se transformaría en lo siguiente:

$$\int_{-l_n/2}^{+l_n/2} I_n e^{jkz'_n \cos\theta} dz'_n = \sum_{m=1}^M I_{mn} \int_0^{+l_n/2} \cos\left[\frac{(2m-1)\pi z'_n}{l_n} + k\cos\theta\right] z'_n dz'_n + \int_0^{+l_n/2} \cos\left[\frac{(2m-1)\pi z'_n}{l_n} - k\cos\theta\right] z'_n dz'_n$$
(2.50)

De las integrales más comunes se tiene:

$$\int_{0}^{+\alpha/2} \cos[(b\pm c)z]dz = \frac{\alpha}{2} \frac{\sin\left[(b\pm c)\frac{\alpha}{2}\right]}{(b\pm c)\frac{\alpha}{2}}$$
(2.51)

En la ecuación 2.50 se reemplaza las integrales con el resultado de la ecuación 2.51, como se muestra a continuación:

$$\int_{-l_n/2}^{+l_n/2} I_n e^{jkz'_n \cos\theta} dz'_n = \sum_{m=1}^M I_{nm} \left[\frac{\sin(Z^+)}{Z^+} + \frac{\sin(Z^-)}{Z^-} \right] \frac{l_n}{2}$$
(2.52)

$$Z^{+} = \left[\frac{(2m-1)\pi}{l_{n}} + k\cos\theta\right]\frac{l_{n}}{2}$$
(2.52a)

$$Z^{-} = \left[\frac{(2m-1)\pi}{l_n} - k\cos\theta\right]\frac{l_n}{2}$$
(2.52b)

Finalmente, el campo total eléctrico se puede expresar como:

$$E_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} E_{\theta n} = -j\omega A_{\theta}$$
(2.53)

$$A_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} A_{\theta n} = -\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \sum_{n=1}^{N} \left\{ e^{jk(y_n \sin \theta \sin \varphi)} \times \sum_{m=1}^{M} I_{nm} \left[\frac{\sin(Z^+)}{Z^+} + \frac{\sin(Z^-)}{Z^-} \right] \frac{l_n}{2} \right\}$$
(2.53a)

Esta ecuación se encuentra en su forma integral, de esta manera ya se puede implementar en un programa computacional para resolver cualquier tipo de diseño. Al plantear y resolver la ecuación 2.53, se puede determinar los patrones de radiación, la ganancia frente espalda, la directividad, impedancia de entrada y el ancho del haz a mitad de potencia. Estos valores son calculados utilizando las fórmulas de la sección 2.2.1.

2.2.3 Antena de Reflector de Esquina

Las antenas reflectoras se han utilizado desde el descubrimiento de la propagación de las ondas electromagnética a finales del siglo XIX. Sin embargo, los reflectores empezaron a implementarse con diseños técnicos durante la segunda guerra mundial. La necesidad de radares era indispensable, y las técnicas de rastreo recién se empezaban a descubrir. Por lo tanto, el uso de antenas reflectoras tuvo gran acogida en ese entonces. Posteriormente, estas antenas se implementaron en otros campo de interés como comunicación microonda y rastreo satelital [2].

El reflector de esquina es una de las antenas más populares por su fácil construcción. Esta antena se puede implementar de la misma manera que una Yagi-Uda, con una distribución de dipolos lineales. En el caso del reflector, existen elementos que forman dos planos reflectores con un ángulo de apertura; así la energía se enfoca en la dirección frontal. La energía radiada hacia la parte posterior disminuye, aumentando la ganancia frente espalda. Por su simplicidad, el reflector de esquina es utilizado como blanco pasivo para aplicaciones de radar y comunicación. La figura 2.11 muestra un reflector de esquina de 90° [8].



Figura 2.11: Reflector de esquina con 90° de apertura.

El reflector de esquina consta de un dipolo activo ubicado dentro de dos arreglos de dipolos paralelos. El elemento activo se encuentra a una distancia *s* del vértice de la esquina. Las rejillas de reflectores forman menos resistencia al viento que una pared de lámina metálica. La separación usual de estos elementos, *g*, es $\lambda/10$; a esta distancia los dipolos reflectores se comportan como una pared metálica. La figura 2.12 muestra un reflector de esquina con elementos lineales.



Figura 2.12: Estructura de un reflector esquina con dipolos lineales.

2.2.3.1 Método de los Momentos de la ecuación integral de Pocklington para el reflector de esquina.

En el caso de la antena reflector de esquina, la ecuación integral de Pocklington es similar que en el caso de la antena Yagi-Uda. La única diferencia es la distribución de los dipolos sobre los ejes x, y, z. La ubicación de los elementos en el reflector de esquina sí tienen coordenadas en el x, y no solo en el eje y como en el caso de la antena Yagi-Uda. Por este motivo la ecuación para el cálculo de los coeficientes de las corrientes complejas se agrega los términos x y x', basados en la ecuación 2.53, sería:

$$\sum_{m=1}^{M} I_{nm} \left\{ (-1)^{m+1} \frac{2m-1}{l_n} G_2\left(x, x', y, y', z, \frac{l_n}{2}\right) + \left[k^2 - \frac{(2m-1)^2 \pi^2}{l_n^2}\right] \times \int_{0}^{+l_n/2} G_2(x, x', y, y', z, z'_n) \cos\left[(2m-1) \frac{\pi z'_n}{l_n}\right] dz'_n \right\} = j4\pi\omega\epsilon_o E_z^t$$

$$(2.54)$$

$$G_2(x, x', y, y', z, z'_n) = \frac{e^{-jkR_-}}{R_-} + \frac{e^{-jkR_+}}{R_+}$$
(2.54a)

$$R_{\pm} = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + a^2 + (z \pm z')^2}$$
(2.54b)

n = 1, 2, 3, ..., N; donde N es el número total de elementos

 R_{\pm} , representa la distancia del centro de cada dipolo hasta el centro de otro dipolo.

Es importante resaltar que la ecuación 2.54 se aplica a cualquier distribución de dipolos y su aplicación también es válida en el caso de la antena Yagi-Uda. Para la implementación del programa se utilizará esta ecuación para el cálculo de los coeficientes de las corrientes complejas en los dipolos [4].

2.2.3.2 Patrón del campo lejano

El campo lejano de un reflector de esquina se determina añadiendo el eje y de coordenadas. Basados la ecuación 2.53 y el proceso para su planteamiento, la ecuación del patrón del campo para un reflector de esquina sería [3]:

$$E_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} E_{\theta n} = -j\omega A_{\theta}$$
(2.55)

$$A_{\theta} = \sum_{n=1}^{N} A_{\theta n} = -\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta \sum_{n=1}^{N} \left\{ e^{jk(x_n \sin \theta \cos \varphi + y_n \sin \theta \sin \varphi)} \right.$$
$$\times \sum_{m=1}^{M} I_{nm} \left[\frac{\sin(Z^+)}{Z^+} + \frac{\sin(Z^-)}{Z^-} \right] \frac{l_n}{2} \right\}$$
(2.55a)

La ecuación 2.55 es general, para cualquier caso de distribución de dipolos en los ejes x y y. Por este motivo, la implementación del programa se basa en esta última ecuación mencionada.

2.2.4 Campo Eléctrico en el punto de alimentación

Para el cálculo de las corrientes complejas de los dipolos en la ecuación 2.55, el valor del voltaje de entrada en el punto de alimentación del dipolo activo es normalizado a la unidad. Al determinar un valor fijo de alimentación, tanto de corriente o voltaje, se facilita el cálculo de los otros parámetros que se quieren establecer [8].



Fig. 2.13. Dipolo activo alimentado por una fuente de voltaje.

En la figura 2.13 se muestra la alimentación utilizada en el elemento excitado [8]. El voltaje se fija en un valor unitario. Al existir una excitación se produce un campo eléctrico incidente en la separación que existe entre la mitad superior e inferior del dipolo. Este campo eléctrico, en este caso solo existe, en este espacio vacío, de tal modo que:

$$Vo = -\int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} E_{in}(z)dz$$
(2.56)

Es importante notar que el espaciamiento existente debe ser calculado entre dos puntos donde el campo incidente es 0, por lo tanto los límites de integración son en el punto inmediato superior e inferior del punto de alimentación. Los límites van a ser determinados dependiendo del número de segmentos en los cuales se dividió al dipolo. Por lo tanto, el campo incidente sería [8]:

$$E_{in}(z) = \frac{Vo}{\Delta z}$$
(2.69)

CAPÍTULO 3. DISEÑO

Capítulo 3

Diseño

En este capítulo se plantea la implementación de nuestro software para el análisis de antenas Yagi-Uda y Reflector de esquina mediante la ecuación integral de Pocklington. Se hace énfasis en la descripción y requerimientos específicos del programa, descripción funcional, como se ingresan los datos y como estos se presentan hacia el usuario final.

3.1 Desarrollo de Software

3.1.1. Requerimientos específicos del programa

Como anteriormente fue mencionado, nuestra implementación es basada y realizada en el programa computacional MATLAB versión 7. Existen dos versiones del programa, una que fue realizada para no poseer una interfaz gráfica de usuario, la cual será explicada a detalle en este capítulo, mientras que la otra si posee. Esto se menciona, ya que tanto la una como la otra arrojan los mismos resultados. El programa en sí, se encuentra comentado y es presentado en la sección 3.2.

A continuación se presenta un listado de requerimientos del sistema para poder instalar y usar correctamente MATLAB 7¹ [11]:

- Windows XP[®] (Service Pack 1 o 2) o Windows 2000[®] (Service Pack 3 o 4).
- Procesador Intel[®] Pentium[®] III o posterior, procesador Celeron[®] o la familia de procesadores Intel[®] XeonTM; AMD AthlonTM / DuronTM / OpteronTM o procesadores compatibles.
- 256 MB RAM (512 MB RAM recomendado).
- 500 MB de espacio libre en el disco duro.

3.1.2. Descripción Funcional

El programa consta de tres partes importantes, las cuales son: ingreso de datos, cálculos respectivos para solución de antena Yagi-Uda y Reflector de Esquina, y presentación de datos.

A. Ingreso de Datos

Al ejecutar el programa, este pide los datos iniciales básicos para el modelado correcto de las ecuaciones y expresiones, como la ecuación 2.13. Entre estos datos están: el número de modos, número de elementos, número de reflectores en caso de que la antena sea Reflector de Esquina, número de directores, longitudes respectivas para todos los elementos y radio usado para los elementos. Hay que tomar en cuenta que el ingreso de todas las longitudes así como del radio usado en todos los elementos es en longitudes de onda. Una vez que estos datos son

¹ http://www.docstoc.com/docs/13259606/MATLAB-Tutorial---MATLAB-7

CAPÍTULO 3. DISEÑO

ingresados, estos son utilizados durante todo el programa tanto para los cálculos como para representación gráfica y resultados.

B. Cálculos respectivos para solución de antena Yagi-Uda y Reflector de Esquina

La parte más importante del programa es en la cual se realiza el cálculo mediante método de momentos de la Ecuación Integral de Pocklington, ya que de este cálculo depende el cálculo de la distribución de corriente, de la cual depende el resto de resultados, como lo es la directividad, ganancia frente espalda, impedancia de entrada, gráficos tanto plano E como H y los respectivos anchos de haces en cada plano. Como fue mencionado anteriormente en el capítulo 2, se requiere de un sistema de ecuaciones lineales que debe ser creado tomando en cuenta: cada modo y cada punto donde se iguala el campo total que es cero en los conductores y es igual al campo incidente en el punto de la alimentación. Esto significa que cada elemento de la matriz es el resultado de resolver la ecuación integral, que tendrá un tamaño de NM x NM, siendo N el número de elementos y M el número de modos. Por ejemplo consideremos un arreglo de tres elementos, un director, un reflector y un director (N=3) y por simplicidad solo dos modos (M=2) [4]. La matriz tendría la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{61} & C_{62} & C_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -j4\pi\omega\epsilon_0 E_z^i \end{bmatrix}$$

La interpretación física de la matriz es la siguiente, refiriéndonos a la figura 2.12: En el primero punto z_1 del elemento 1, C_{11} es el campo generado por el modo 1 y C_{12} es el campo generado en el mismo punto por el modo 2. C_{21} es el campo generado por el modo 1 en el

punto z_2 del elemento 1 y C_{22} es el generado por el modo 2. De igual manera se puede interpretar todos los elementos de la matriz.

Dado que las computadoras poseen un límite de procesamiento, no es muy práctico realizar el cálculo con demasiados elementos, así como número de modos. La matriz puede llegar a ser muy extensa, y el tiempos tiempo de procesamiento demasiado grande y poco práctico.

Una vez obtenida las respectivas corrientes para cada modo en todos los dipolos, se calculan con estas, los patrones de campos lejanos usando la ecuación 2.65.

Para el plano *E-theta*, se grafica el patrón de radiación. Para este cálculo se debe notar que: $0 < \theta < \pi$, $\varphi = \pi/2$ y $\varphi = 3\pi/2$. De esta forma cubrimos todo el plano Theta. Los valores de theta se van a tomar en cada grado. Así mismo, se calcula el ancho del haz, conociendo que la mitad de potencia se encuentra a -3 dB. También se calcula la relación frente espalda, la cual fue mencionada en el capítulo 2.

Para el plano *H-phi*, se grafica el patrón de radiación. Para este cálculo se debe notar que: $\theta = \pi/2$, $0 < \phi < \pi/2$. De esta forma cubrimos todo el plano Phi. Los valores de phi se van a tomar en cada grado. Así mismo, se calcula el ancho del haz, conociendo que la mitad de potencia se encuentra a -3 dB. El procedimiento para calcular la relación frente espalda también se realiza en este plano.

El cálculo de directividad está dado por la ecuación 2.25. En esta se integra con respecto a phi y theta para la potencia radiada. La intensidad de radiación máxima es la misma pero con ángulos fijos para theta y phi, $\pi/2$ en ambos casos.

C. Presentación de resultados

39

La presentación de resultados se da mediante forma numérica, así como gráfica. En la parte gráfica debemos destacar que se presentan tanto el plano E como el plano H, la distribución de corriente del dipolo activo y una representación visual de cómo sería la antena al ser construida, mostrando todos los elementos con sus separaciones y longitudes respectivas.

De igual manera los datos numéricos importantes son obtenidos y presentados, estos son: ancho del haz tanto en el plano E como en el plano H, relación frente espalda en ambos planos, directividad de la antena e impedancia de entrada.

3.2 Visualización del Programa

A continuación se presenta una explicación detallada de la implementación mediante la *Interfaz Gráfica de Usuario*. Las consideraciones específicas que fueron realizadas, el ingreso de datos, gráficas resultantes e impresión de datos. Se presentan como fueron manipuladas las variables y ejemplos de el resultado final de la implementación.

3.2.1 Interfaz Gráfica de Usuario de ingreso de datos

Mediante la herramienta provista por el programa MATLAB 7, GUIDE, se colocaron los elementos necesarios para la correcta operación del GUI. Entre estos se encuentran los siguientes: casillas de texto para el ingreso de datos con su respectiva casilla de texto estático para la identificación de las mismas como se muestra en la figura siguiente:



Figura 3.1. Interfaz GUIDE mostrando casilla de texto estático y texto editable.

En nuestro diseño en específico se usaron 5 casillas principales, en las cuales consta número de modos, número de elementos, número de reflectores por lado, ángulo del reflector y separación entre reflectores.

En la casilla "numero de modos", se ingresará los modos con los cuales se realizara el cálculo para la ecuación integral de Pocklington, se recuerda al usuario que el ingreso de demasiados modos resultara en tiempos de cálculo muy extensos. Es recomendable para cálculos usar al máximo 15 modos.

En la casilla de "numero de elementos", se ingresan la cantidad de elementos que posee el arreglo Yagi-Uda, esto incluye: reflector, elemento activo y directores. Es importante mencionar si el usuario ingresa en esta casilla menos de 3 elementos un mensaje de advertencia se despliega, "no se puede ingresar menos de 3 elementos!!!", ya que una antena Yagi-Uda no puede tener solo dos elementos, por definición siempre posee tres elementos mencionados anteriormente. De igual manera, está diseñado para calculo con máximo 20 elementos en lo que concierne a la antena Yagi-Uda. Al ingresar el número de elementos, se despliegan, según el número ingresado, las casillas necesarias para ingresar los datos tanto de longitudes como distancias de separación. El resto de casillas se mantienen ocultas ya que no son necesarias. Esto se muestra en la figura 3.2:

CAPÍTULO 3. DISEÑO

# Elementos 4	
Longitud de los elementos	Distancias de Separacion
Reflector	Reflector y Activo
Activo	Director y Activo
Director #1	Director 1 y 2
Director #2	

Figura 3.2: Ingreso de Número de elementos y despliegue necesario de casillas

En la siguiente casilla, llamada "# Reflectores por lado", se ingresará cuantos reflectores de esquina por lado queremos, si el arreglo es solo una antena Yagi-Uda, se deberá ingresar cero, así solo se mantendrán los elementos que conforman el arreglo Yagi-Uda. Caso contrario tendremos un reflector de esquina ingresando un número mayor que cero en esta casilla. Se debe tomar en cuenta que no es el número de reflectores totales, solo por cada lado, excluyendo al reflector central. La longitud del reflector de la antena Yagi-Uda, se usara también para los reflectores de esquina.

La casilla "ángulo del Reflector", se deberá indicar el ángulo del reflector en radianes, no en grados, de la apertura total del reflector. Entre los ángulos más conocidos de reflectores de esquina están [8]: $\pi/2$, $\pi/4$ y $\pi/3$.

La última casilla principal, "separación entre reflectores", se deberá colocar la separación en longitudes de onda, la separación de los reflectores que conforman el reflector de esquina.

Si en la casilla "# de reflectores por lado" se ha ingresado cero como dato, las siguientes dos casillas no deberán ser usadas, ya que no se trata de un reflector de esquina, solo de una antena Yagi-Uda.

El resto de casillas son las de datos de longitud y separación de los elementos, así también existe una casilla final, en la cual se ingresa el radio de los elementos. Es bastante importante mencionar que si no se llena todo correctamente, hasta llegar a la casilla llamada "radio de los elementos", el botón calcular no estará activo figura 3.3(a), lo que significa, que el programa no correrá. Si esta correctamente llenado el botón calcular se activa como lo muestra la figura 3.3(b).

Radio de los elementos	Radio de los elementos 0.003
Calcular	Calcular
a)	b)

Figura 3.3. Botón calcular, activación o desactivación dado el ingreso de datos.

En cuanto al botón "Calcular", en este se realizan todos los cálculos, ya sea gráficas como resultados finales de impedancia, ganancia, ancho del haz, que fue mencionado en el capitulo 3.1.2. Se explicará luego la presentación de gráficas y resultados en diferentes GUIs.

El último botón, llamado "Reset", permite al usuario limpiar todo el contenido de las casillas de texto para que vuelvan a ser usadas, y permitir el cálculo de un nuevo arreglo.

El ingreso tanto de longitudes como de distancias de separación y radio de los elementos, debe ser hecho en longitudes de onda para el correcto cálculo del arreglo.

CAPÍTULO 3. DISEÑO

En la figura 3.4. Se muestra la interfaz correctamente llena y lista para realizar los cálculos respectivos.

🕖 YagiUda	States and				
# Modos 3 # Ele	mentos 20 # Refi	ectores por lado 4		Angulo del Reflector	pi/3
	Separación entre re		racion		
				- 11	
Reflector 0.52	Director #9 0.48	Reflector y Activo	0.28	Director 9 y 10	0.2
Activo 0.5	Director #10 0.48	Director y Activo	0.32		<u>V,</u>
	2.20			Director 10 y 11	0.2
Director #1 0.48	Director #11 0.48	Director 1 y 2	0.2	Director 11 y 12	0.2
Director #2 0.48	Director #12 0.48	Director 2 y 3	0.2	 Diverter 13 12	
Director #3 0 48	Director #13 0 48	Director 3 v 4	0.2	Director 12 y 13	0.2
				Director 13 y 14	0.2
Director #4 0.48	Director #14 0.48	Director 4 y 5	0.2	Director 14 y 15	0.0
Director #5 0.48	Director #15 0.48	Director 5 y 6	0.2	1	0.2
Diversities #0				Director 15 y 16	0.2
Director #6 0.48	Director #16 0.48	Director 6 y 7	0.2	Director 16 y 17	0.2
Director #7 0.48	Director #17 0.48	Director 7 y 8	0.2		
Director #8	Director #18	1	0.2	Director 17 y 18	0.2
0,40	0,48	Director 8 y 9	0.2	k	
	Radio de los e	lementos 0.0003			
	Calcu	ular R	eset		
			_		_

Figura 3.4. GUI de ingreso de datos.

3.2.2 Interfaz Gráfica de Usuario, presentación de resultados

En cuanto a la presentación gráfica de resultados, estos se dan en dos GUIs separadas. La primera GUI de resultados consta de lo siguiente: gráficas de resultados del plano E, plano H y distribución de corriente en el dipolo activo. El cálculo realizado se detalla en la sección 2.2.2.2. En la tabla 3.1 se muestra los resultados al ejecutar el programa con la siguiente tabla de datos [10]:

	l_1/λ	l_2/λ	l_3/λ	l_4/λ	l_5/λ	l_6/λ	s_{21}/λ	s_{32}/λ	s_{43}/λ	s_{54}/λ	s_{65}/λ
Longitudes											
y Distancias de	0.51	0.49	0.43	0.43	0.43	0.43	0.25	0.31	0.31	0.31	0.31
separacion											

Tabla 3.1. Longitudes y distancias de separación para arreglo Yagi-Uda de 6 elementos

El segundo GUI de resultados presenta una gráfica de cómo el arreglo se vería en la realidad, ya sea solo Yagi-Uda o que incluya reflector de esquina. Así el usuario podrá visualizar la geometría que está calculando. Este grafico muestra también tamaños en escala de todos los elementos, mostrando con bastante realismo el arreglo que está siendo calculado. En la parte inferior del mismo GUI encontramos la tabla de resultados, en esta consta lo siguiente: ancho del haz en el plano E y plano H, relación frente espalda en plano E y H, directividad e impedancia de entrada del arreglo. Los cálculos pertinentes que corresponden a estos resultados han sido mencionados en la sección 2.2.2.2. A continuación se presentan la respectiva GUI, con referencia a los datos de la tabla anterior.

CAPÍTULO 3. DISEÑO



Figura 3.5. Primera GUI de resultados.

CAPÍTULO 3. DISEÑO



Figura 3.6. Segunda GUI de resultados.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se presentan los respectivos resultados de la implementación realizada para la solución de antenas Yagi-Uda y Reflectores de esquina. Para comprobar la validez de los mismos se compararán estos con mediciones experimentales así como teóricas planteadas en investigaciones anteriores.

4.1 Metodología de evaluación

Para evaluar el correcto funcionamiento del programa se realizaron diferentes mediciones de los resultados obtenidos y comparándolos estos con publicaciones de la IEEE *(Institute of Electrical and Electronics Engineers).* Es necesario analizar cada parámetro obtenido como resultados: directividad, impedancia de entrada, relación frente espalda para el plano E y plano H, y por último el ancho del haz en el plano E y H.

De igual manera se presentaran las gráficas obtenidas de las implementaciones, que son el patrón de radiación en el plano E y plano H, y gráficas de distribución de corriente en el elemento activo.

Para que los datos sean comparables, se ha decidido correr varios ejemplos con diferentes modos, para mostrar la consistencia del programa realizado. En la sección a continuación se muestran los resultados obtenidos.

4.2 Comparación de resultados

En la siguiente tabla 4.1 [10] se muestra un arreglo previamente analizado con el cual compararemos resultados de directividad y a mas de eso presentaremos resultados de impedancia, relación frente espalda para ambos planos y ancho del haz para ambos planos también. La tabla consta de tres implementaciones de un arreglo Yagi-Uda con seis elementos, el arreglo inicial, el arreglo después de modificar el espaciamiento entre elementos y finalmente el mismo arreglo luego de modificar el espaciamiento entre elementos y la longitud de los elementos. Claramente se muestran cada una de las distancias de separación y longitudes. Todas las longitudes se encuentran en longitudes de onda.

Las simulaciones de nuestro programa se realizaron tomando en cuenta 3, 5, 7, 9 y 15 modos, como fue explicado anteriormente no es práctico la realización de las simulaciones para un mayor número de modos.

49

	L1/ λ	L2/λ	L3/λ	L4/λ	L5/λ	L6/λ	s21/λ	s32/λ	s43/λ	s54/λ	s65/λ	Directividad (dB)
Arreglo Inicial	0.51	0.49	0.43	0.43	0.43	0.43	0.25	0.31	0.31	0.31	0.31	10.93
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	0.51	0.49	0.43	0.43	0.43	0.43	0.25	0.289	0.406	0.323	0.422	12.83
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	0.472	0.452	0.436	0.43	0.434	0.43	0.25	0.289	0.406	0.323	0.422	13.41

Tabla 4.1: Arreglo Yagi-Uda de 6 elementos. Datos extraídos de [10].

		3 MODOS							
	Directividad (dB)	Impdancia (Zin)	Front to Back plano E (dB)	Front to Back plano H (dB)	Ancho del Haz plano E (grados)	Ancho del Haz plano H (grados)			
Arreglo Inicial	10.9739	72.7868 +61.7857i	9.3434	9.3395	39.6025	44.105			
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	12.8789	20.0469 +51.8284i	9.4445	9.431	35.4947	39.2144			
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	13.5526	8.3665 + 3.9709i	10.5953	10.5751	33.1911	37.1641			

Tabla 4.2: Resultado de arreglo con 3 modos.

			5 MODO	S		
	Directividad (dB)	Impdancia (Zin)	Front to Back plano E (dB)	Front to Back plano H (dB)	Ancho del Haz plano E (grados)	Ancho del Haz plano H (grados)
Arreglo Inicial	11.0084	77.0518 +58.1881i	9.6565	9.653	36.3223	43.1697
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	12.6883	17.8713 +62.1498i	7.0052	6.9933	32.8553	37.5576
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	13.3226	6.9500 +11.8005i	7.2449	7.2288	30.7467	35.2882

Tabla 4.3: Resultado de arreglo con 5 modos.

		7 MODOS							
	Directivid ad (dB)	Impdancia (Zin)	Front to Back plano E (dB)	Front to Back plano H (dB)	Ancho del Haz plano E (grados)	Ancho del Haz plano H (grados)			
Arreglo Inicial	11.0806	78.3863 +55.0996i	9.9594	9.9561	36.7612	42.6263			
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	12.4009	17.3315 +68.6868i	5.7068	5.6957	33.6654	36.562			
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	13	6.5935 +16.3959i	5.6069	5.5924	31.674	34.1858			

Tabla 4.4: Resultado de arreglo con 7 modos.

		9 MODOS								
	Directividad (dB)	Impdancia (Zin)	Front to Back plano E (dB)	Front to Back plano H (dB)	Ancho del Haz plano E (grados)	Ancho del Haz plano H (grados)				
Arreglo Inicial	11.1943	78.5344 +52.5899i	10.2408	10.2377	37.0712	42.2463				
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	12.1099	17.2980 +73.4522i	4.8419	4.8313	30.2444	35.8734				
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	12.6316	6.5346 +19.6360i	4.5579	4.5442	28.3344	33.3936				

Tabla 4.5: Resultado de arreglo con 9 modos.

		15 MODOS								
	Directividad (dB)	Impdancia (Zin)	Front to Back plano E (dB)	Front to Back plano H (dB)	Ancho del Haz plano E (grados)	Ancho del Haz plano H (grados)				
Arreglo Inicial	11.2907	76.6792 +47.6696i	10.9519	10.949	37.6519	41.5059				
Arreglo despues de la perturbacion de espaciamiento	11.2705	18.0479 +82.6244i	3.3354	3.3255	31.3346	34.5701				
Arreglo optimo despues de perturbacion tanto en espaciamiento como longitud	11.5613	6.8232 +25.6574i	2.7996	2.7871	29.5464	31.9974				

Tabla 4.6: Resultado de arreglo con 15 modos.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

A continuación se presentan las respectivas gráficas, tanto del arreglo inicial, como los arreglos modificados.



Figura 4.1. Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo inicial



Figura 4.2. Impedancia de arreglo inicial.



Figura 4.3. Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo con perturbación

de espaciamiento



Figura 4.4. Impedancia de arreglo con perturbación de espaciamiento.



Figura 4.5. Directividad, relación frente espalda plano E y H arreglo con perturbación





Figura 4.6. Impedancia de arreglo con perturbación de espaciamiento y longitud.
En las siguientes gráficas se muestran los diagramas de radiación para los 3 arreglos usados anteriormente, con número de modos igual a 3.



ARREGLO INICIAL

Figura 4.7. Patrón de radiación plano E arreglo inicial.



Figura 4.8. Patrón de radiación plano H arreglo inicial.



ARREGLO CON PERTURBACIÓN DE ESPACIAMIENTO

Figura 4.9. Patrón de radiación plano E arreglo con perturbación de espaciamiento.



Figura 4.10. Patrón de radiación plano H arreglo con perturbación de espaciamiento.



ARREGLO CON PERTURBACIÓN DE ESPACIAMIENTO Y LONGITUD

Figura 4.11. Patrón de radiación plano E arreglo con perturbación de espaciamiento y longitud.



Figura 4.12. Patrón de radiación plano H arreglo con perturbación de espaciamiento y longitud.

Para realizar la comparación de directividad hemos obtenido un promedio de los diferentes valores de directividad con los distintos modos mencionados, esto se muestra en la siguiente tabla:

Arr	eglo Inicial	
Modos	Directividad	
3	10.97	
5	11.01	
7	11.08	
9	11.19	
15	11.29	
	11.11	Directividad Promedio
	1.64%	% de diferencia

Tabla 4.7: Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arreglo inicial

	turbación de paciamiento	Per est
	Directividad	Modos
	12.88	3
	12.69	5
	12.40	7
	12.11	9
	11.27	15
Directividad Promedio	12.27	
% de diferencia	4.37%	

 Tabla 4.8: Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arreglo

 con perturbación de espaciamiento

Pertu espaciami	rbación de ento y longitud	
Modos	Directividad	
3	13.55	
5	13.32	
7	13.00	
9	12.63	
15	11.56	
	12.81	Directividad Promedio
	4.45%	% de diferencia con Directividad

Tabla 4.9: Resultados de porcentaje de diferencia con respecto a tabla 4.1 para arreglocon perturbación de espaciamiento y longitud

La siguiente tabla 4.10 muestra resultados de otra publicación [9], los cuales de igual manera serán comparados. Se presentan arreglos Yagi-Uda de diferentes tamaños. Todas las longitudes se encuentran en longitudes de onda.

Los resultados de nuestra implementación se muestran en la tabla 4.12 en los cuales se muestra a ms de directividad, impedancia de entrada, relación frente espalda en los dos planos y ancho del haz.

De igual manera los datos de impedancia son comparados mediante la implementación por impedancias mutuas realizado por Santiago Navarro. Estos resultados son presentados en la tabla 4.11.

			Arreglo 1	Arreglo 2	Arreglo 3	Arreglo 4	Arreglo 5	Arreglo 6
	Reflector	11	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
	Activo	12	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
		13	0.442	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
		14		0.424	0.42	0.415	0.42	0.424
		15		0.428	0.42	0.407	0.407	0.42
(\		16			0.428	0.398	0.398	0.407
S ()		17				0.39	0.394	0.403
DE	~	18				0.39	0.39	0.398
TU	Dree	19				0.39	0.386	0.394
IÐ	ecto	110				0.39	0.386	0.39
NO	Dir	111				0.398	0.386	0.39
Γ		112				0.407	0.386	0.39
		113					0.386	0.39
		114					0.386	0.39
		115					0.386	0.39
		116					0.386	
		117					0.386	
Senaracion	Directores		0.2	0.2	0.25	0.2	0.2	0.308
Separación	Reflector/Activo		0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	Radio		0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425
	Directividad		9.25 dB	11.35 dB	12.35 dB	14.40 dB	15.55 dB	16.35 dB

Tabla 4.10. Seis diferentes tipos de arreglos Yagi-Uda.

			Arreglo 1	Arreglo 2	Arreglo 3	Arreglo 4	Arreglo 5	Arreglo 6
	Reflector	11	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
	Activo		0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
		13	0.442	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
		14		0.424	0.42	0.415	0.42	0.424
		15		0.428	0.42	0.407	0.407	0.42
		16			0.428	0.398	0.398	0.407
ES		17				0.39	0.394	0.403
		18				0.39	0.39	0.398
	Dire	19				0.39	0.386	0.394
- SN		110				0.39	0.386	0.39
ΓO	ores	111				0.398	0.386	0.39
	•	112				0.407	0.386	0.39
		113					0.386	0.39
		114					0.386	0.39
		115					0.386	0.39
		116					0.386	
		117					0.386	
Senaracion	Directores	Sik	0.2	0.2	0.25	0.2	0.2	0.308
Separación	Reflector/Activo	S12	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	Radio		0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425
	Directividad		9.15 dB	10.57 dB	11.52 dB	13.68 dB	14.92 dB	15.02 dB
	a .			30.41 + j	37.98 + j		37.56 +	33.74 + j
	Zin		19.26 +j 51.12	47.43	52.05	34.27 + 150.4	J54.35	63.11
	Front to Back		12.81 dB	22.9 dB	15.33 dB	18.23 dB	18.39 dB	15.3 dB

Tabla 4.11. Resultados obtenidos mediante simulación de impedancias mutuas

			Arreglo 1	Arreglo 2	Arreglo 3	Arreglo 4	Arreglo 5	Arreglo 6
	Reflector	11	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
	Activo	12	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
		13	0.442	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
DES		14		0.424	0.42	0.415	0.42	0.424
	n	15		0.428	0.42	0.407	0.407	0.42
	i	16			0.428	0.398	0.398	0.407
	r	17				0.39	0.394	0.403
	e i	18				0.39	0.39	0.398
EE	c	19				0.39	0.386	0.394
Ň	t t	110				0.39	0.386	0.39
FC	t O	111				0.398	0.386	0.39
	r	112				0.407	0.386	0.39
	P	113					0.386	0.39
	s	114					0.386	0.39
	3	115					0.386	0.39
		116					0.386	
		117					0.386	
Senaracion	Directores		0.2	0.2	0.25	0.2	0.2	0.308
Separación	Reflector/Activo		0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	Radio		0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425	0.00425
	Directividad		9.15 dB	10.9 dB	11.92 dB	14.12 dB	15.42 dB	15.92 dB
	Zin Front to Back E		15.12 + j56.48	22.20 + j 52.95	24.27 + j 52.75	25.64 + j53.49	32.56 + j56.58	29.32 + j65.51
			10.36 dB	18.38 dB	33.73 dB	33.06 dB	27.74 dB	22.42 dB
	Front to Back H		10.36 dB	18.36 dB	33.68 dB	32.99 dB	27.73 dB	22.42 dB
	Ancho del Haz E		52.48 dB	47.06 dB	40.88 dB	35.78 dB	28.75 dB	27.05 dB
	Ancho del Haz H		68.49 dB	56.68 dB	47.92 dB	38.79 dB	32.83 dB	30.18 dB

Tabla 4.12: Resultados obtenidos mediante simulación por ecuación de Pocklington

En la siguiente tabla 4.13 se muestra el porcentaje de diferencia en cuanto a los datos presentados en la tabla 4.12 por el programa realizado y por los datos presentados en la tabla 4.11.

	Arreglo 1	Arreglo 2	Arreglo 3	Arreglo 4	Arreglo 5	Arreglo 6
Directividad	1.08%	3.96%	3.48%	1.94%	0.84%	2.63%

Tabla 4.13: Porcentaje de diferencia entre resultados de directividad

También a continuación se muestran las gráficas para cada arreglo de la impedancia, para visualizar la proximidad entre datos.



Figura 4.13: Comparación entre impedancias mediante solución ecuación de Pocklington y método de impedancias mutuas

Las figuras siguientes muestran los patrones de radiación en el plano E y plano H para los diferentes arreglos mencionados en la tabla 4.9 así como la distribución de corriente en el elemento activo.



ARREGLO 1

Figura 4.14: Patrón de radiación plano E de arreglo 1.



Figura 4.15: Patrón de radiación plano H de arreglo 1.



Figura 4.16: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 1.

ARREGLO 2



Figura 4.17: Patrón de radiación plano E de arreglo 2.



Figura 4.18: Patrón de radiación plano H de arreglo 2.



Figura 4.19: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 2.



Figura 4.20: Patrón de radiación plano E de arreglo 3.



Figura 4.21: Patrón de radiación plano H de arreglo 3.



Figura 4.22: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 3.





Figura 4.23: Patrón de radiación plano E de arreglo 4.



Figura 4.24: Patrón de radiación plano H de arreglo 4.



Figura 4.25: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 4.



Figura 4.26: Patrón de radiación plano E de arreglo 5.



Figura 4.27: Patrón de radiación plano H de arreglo 5.



Figura 4.28: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 5.

ARREGLO 6



Figura 4.29: Patrón de radiación plano E de arreglo 6.



Figura 4.30: Patrón de radiación plano H de arreglo 6.



Figura 4.31: Distribución de corriente en elemento activo de arreglo 6.

4.2.1 Análisis de resultados en antena reflectora de esquina

El próximo análisis muestra los resultados de una antena reflectora de esquina de 90 grados, con los siguientes parámetros como se muestra en la tabla 4.14.

Reflectores por lado	Separacion entre reflectores (λ)	Angulo de Apertura (grados)	Longitud Reflectores (λ)	Longitud Activo (λ)
10	0.05	90	0.6125	0.49
	Tabla 4.14. Datos ref	lector de esquina 90 grado	DS	

A partir de los datos anteriores se obtuvieron los siguientes valores de impedancia de entrada, directividad, ganancia frente espalda y HPBW, como se muestra en la tabla 4.15

			HPBW E	HPBW H	
Directividad (dB)	FTB E (dB)	FTB H (dB)	(grados)	(grados)	Zin
					22.43 +
6.23	17.59	17.59	64.90	62.94	j73.10
Tabla	4.15. Valore	es obtenidos a	partir de los dato	s de la tabla 4.14	

Adicionalmente se obtuvieron los siguientes patrones de radiación, como se muestra en la figura 4.32(a), (b) y (c).



Figura 4.32. Patrones de radiación en ambos planos para un reflector de esquina

A partir de los ángulos más utilizados en los reflectores de esquina, se realizó un análisis de cómo la separación, *s*, entre el elemento activo y el reflector para determinar cómo esta distancia afecta al desempeño de la antena. El primer ángulo de apertura es de 90 grados como se muestra en la tabla 4.16.

Reflectores por lado	Separacion entre refl	ectores (λ)	Angulo de Apertu	Angulo de Apertura (grados) Longitud			ongitud Activo (λ)
10	0.05		90			0.6125	0.49
Distancia, S (λ)	Directividad (dB)	FTB E (dB) FTB H (dB)	HPBW E (gr	rados)	HPBW H (grados)) Zin
0.25	6.23	17.59	17.59	64.90)	62.94	22.43 + j73.10
0.28	6.41	17.62	17.61	65.19)	63.08	32.93 + j81.43
0.31	6.52	17.58	17.57	65.26	5	63.23	45.48 + j81.42
0.34	6.58	17.46	17.46	65.11	_	63.42	59.47 + j90.30
0.37	6.59	17.28	17.27	64.75	;	63.68	73.97 + j89.52
0.40	6.54	17.01	17.01	64.16	5	64.07	87.86 + j84.97
0.43	6.44	16.67	16.67	67.32	2	64.60	100 + j76.92
0.46	6.30	16.25	16.24	66.18	3	65.33	109.4 + j66.07
0.49	6.08	15.72	15.72	68.69)	66.34	115.4 + j53.44

Tabla 4.16. Resultados para un antena reflectora de esquina con apertura de 90 grados

El segundo análisis se lo realizó para una apertura de 60 grados, a continuación en la tabla 4.17.

Reflectores por lado	Separacion entre refl	ectores (λ)	Angulo de Apertur	a (grados)	(grados) Longitud Reflectores (λ)		Longitud Activo (λ)	
10	0.05		60	60 0		0.6125	0.49	
Distancia, S (λ)	Directividad (dB)	FTB E (dB)) FTB H (dB)	DB3 E (g	(rados)	DB3 H (grado	s) Zin	
0.25	3.40	15.87	15.87	72.	34	65.80	2.20 + j42.98	
0.28	4.42	16.17	16.16	71.	89	67.15	4.08 + j50.58	
0.31	5.23	16.44	16.43	66.	29	68.03	7.06 + j58.43	
0.34	5.84	16.63	16.62	67.	89	68.63	11.46 + j66.31	
0.37	6.29	16.74	16.74	64.	92	69.05	17.60 + j73.84	
0.40	6.60	16.79	16.78	65.	50	69.51	25.70 + j80.50	
0.43	6.79	16.76	16.75	65.	74	69.95	35.76 + j85.67	
0.46	6.89	16.67	16.67	65.	67	70.47	47.50 + j88.66	
0.49	6.90	16.52	16.51	65.	34	71.14	60.31 + j88.87	
0.52	6.85	16.29	16.29	64.	74	72.04	73.29 + j85.94	
0.55	6.73	15.98	15.98	67.	85	73.22	85.39 + j79.87	
0.58	6.55	15.59	15.59	66.	66	74.81	95.57 + j71.06	
0.61	6.31	15.10	15.10	69.	09	76.95	103 + j60.2	
0.64	5.99	14.49	14.48	71.	02	79.88	107 + j48.3	

Tabla 4.17. Resultados para un antena reflectora de esquina con apertura de 60 grados

Reflectores por lado	Separacion entre refl	ectores (λ)	Angulo de Apertur	a (grados)	ados) Longitud Reflectores (λ)		Longitud Activo (λ)	
10	0.05		45			0.6125	0.49	
Distancia, S (λ)	Directividad (dB)	FTB E (dB)	FTB H (dB)	DB3 E (g	rados)	DB3 H (grados	s) Zin	
0.37	5.58	15.58	15.57	64.0	08	73.25	4.12 + j49.51	
0.40	6.35	15.78	15.77	65.7	70	75.05	7.17 + j55.72	
0.43	6.83	15.90	15.90	62.5	59	74.69	11.81 + j62.07	
0.46	7.10	15.97	15.97	62.9	93	75.30	18.40 + j68.20	
0.49	7.21	15.98	15.97	62.9	98	75.98	27.15 + j73.58	
0.52	7.22	15.92	15.92	62.6	59	76.80	37.88 + j77.45	
0.55	7.13	15.80	15.79	62.2	14	77.90	50.07 + j79.05	
0.58	7.00	15.59	15.58	65.3	36	79.33	62.78 + j77.80	
0.61	6.81	15.28	15.27	64.3	30	81.24	74.88 + j73.54	
0.64	6.57	14.87	14.87	66.9	94	83.81	85.28 + j66.56	
0.67	6.27	14.35	14.35	69.2	18	87.27	93.14 + j57.54	

La última apertura analizada es a 45 grados, la tabla siguiente muestra los resultados.

Tabla 4.18. Resultados para un antena reflectora de esquina con apertura de 45 grados

A partir de todos los datos obtenidos, se realizó una comparación de la directividad con respecto a la separación entre el dipolo activo y el reflector. La gráfica 4.33 muestra estos resultados para los tres casos.



Figura 4.33. Directividad de 3 antenas reflectoras de esquina a diferentes distancias, s.

De la figura 4.33 se puede apreciar que para cada caso de apertura existe una máxima directividad. La tabla 4.19 muestra los datos de la máxima directividad para cada caso de apertura, como se presenta a continuación.

Reflectores por lado	Separacion entre reflectores (λ)		
10	0.05		
10	0.05		
10	0.05		

Angulo de Apertura (grados)	Longitud Reflectores (λ)	Longitud Activo (λ)	Distancia, S (λ)	Directividad (dB)
90	0.6125	0.49	0.37	6.59
60	0.6125	0.49	0.49	6.90
45	0.6125	0.49	0.52	7.22

Tabla 4.19. Directividad máxima para diferentes separaciones y ángulos de apertura

Con los datos anteriores se presenta la comparación entre las diferentes antenas en la figura 4.34.



Figura 4.34 Directividad máxima en 3 antenas con apertura diferentes.

De la gráfica anterior se puede apreciar que existe una máxima directividad para cada apertura de una antena reflectora de esquina. Además, la directividad está relacionada con la

separación activo – reflector. Cuando se reduce el ángulo de apertura la separación ideal aumenta. Asimismo, la directividad se incrementa cuando los ángulos se reducen.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

Capítulo 5

Conclusiones

Se ha desarrollado un programa en Matlab para determinar los principales parámetros de las antenas Yagi y Reflector de esquina, los parámetros calculados son: directividad, ancho del haz, ganancia frente espalda e impedancia de entrada. El desarrollo de este software fue realizado en la versión 7.0 de Matlab. Por este motivo, el programa es garantizado que funciona en la versión mencionada o posteriores. Sin embargo, en caso de que se necesite modificar el GUI la versión 7.0 es la recomendada para hacerlo, existen casos donde versiones posteriores pueden ocasionar errores al ejecutar el interfaz gráfico.

Los valores obtenidos de los parámetros se han comparado con programas basados en el método de las impedancias y con resultados de publicaciones de la IEEE. Los resultados que se obtuvieron son excelentes; los valores de directividad, ancho del haz y ganancia frente espalda poseen gran similitud con publicaciones realizadas en la IEEE []. El cálculo de la impedancia de entrada también tuvo resultados satisfactorios; al compararse con el método de

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

impedancias mutuas, ambas soluciones muestran tendencias similares en resistencia y reactancia.

En el caso del parámetro de impedancia de entrada, el programa desarrollado permite obtener este valor utilizando el método de la ecuación integral de Pocklington. Las publicaciones y programas analizados que utilizan este método no lo determinan porque en primera instancia no existe un espaciamiento fijo; hasta el momento no se ha encontrado ningún programa que permite determinar este parámetro con el método de Pocklington. En nuestro caso y debido a la relevancia de esta característica, el cálculo de la impedancia se realiza utilizando un gap dependiente del número de modos que se ingresen. Los resultados obtenidos son consistentes comparándolos con el método de las impedancias mutuas.

El programa desarrollado tiene aplicaciones en el campo didáctico de antenas. Una de las intenciones para el desarrollo de la interfaz gráfica es la incorporación de este software en clases relacionadas a la teoría de antenas. El sencillo uso del GUI permite que próximos estudiantes puedan tener una guía adicional de estudio; inclusive, el programa es un incentivo para el área de telecomunicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía

- Hennessy, John, "Computer Architecture: a quantitative approach", Capítulo 1, Morgan Kauffman, 2007.
- [2] Cardama, Ángel. "Antenas", 2da. Edición, Editorial Alfaomega, 2004.
- [3] Balanis, Constantine A. "Antenna Theory, Analysis and Design", New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.
- [4] Thiele, G. A. "Analysis of Yagi-Uda Type Antennas", IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. AP-17, No. 1, pp. 24–31, Enero 1969.
- [5] Harrington, Roger, "Field Computation by Moment methods", New York: The Macmillan Company, 1968.
- [6] Chen, C. A. and Cheng, D. K., "*Optimum Element Lengths for Yagi-Uda Arrays*", IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. AP-23, No. 1, pp. 8–15, Enero 1975.
- [7] Kraus, John, "Antennas for all Applications", McGraw-Hill, Inc., 2003.
- [8] Orfanidis, Sophocles. "*Electromagnetic waves and antennas*", Rutgers University, 2003.

- [9] Viezbicke, Peter P., "Yagi Antenna Design", NBS Technical Note 688, Diciembre 1976
- [10] Chen, C. A. and Cheng, D. K., "Optimum Element Spacings for Yagi-Uda Arrays", IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. AP-21, No. 5, pp. 615–623, Septiembre 1973.
- [11] Moler, Cleve. "Numerical Computing with Matlab", Cambridge University Press, 2004.
- [12] Makarov, Sergey. "Antenna and EM Modeling with Matlab", John Wiley & Sons, 2002.

APÉNDICE A

Apéndice A

Método de los Momentos

El método de los momentos es un procedimiento general para resolver ecuaciones lineales. Para esto debemos considerar la siguiente ecuación no homogénea [5].

$$F(g) = h \tag{a.1}$$

Donde *F* es un operador lineal, *h* es conocido, y *g* es la función a determinarse. Así, se puede expandir a la función *g* en una serie de funciones $g_1, g_2, g_3, ...$ en el dominio de *F* como una combinación lineal de *N* términos que puede ser escrita de la siguiente manera:

$$g(z') \cong a_1 g_1(z') + a_2 g_2(z') + \dots + a_N g_N(z') = \sum_{n=1}^N a_n g_n(z')$$
(a.2)

donde a_n son constantes desconocidas y $g_n(z')$ son llamadas las *funciones de* expansión o *funciones base*.

Se asume que un producto interno apropiado $\langle g,h \rangle$ ha sido determinado para el problema. Ahora se requiere definir un set de *funciones peso*, o *funciones prueba*, w_1 , w_2 ,

APÉNDICE A

 $w_{3,...}$ en el rango de F, y tomar el producto interno de la ecuación (a.2) con cada w_m . El resultado es:

$$\sum_{n=1}^{N} a_n < w_m, Fg_n > = < w_m, h >$$
(a.3)

Con m = 1, 2, 3, ..., N. Este set de ecuación puede ser escrito en forma de matriz como:

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$$
(a.4)

donde

$$Z_{mn} = \begin{bmatrix} < w_1, Fg_1 > < w_1, Fg_2 > \dots \\ < w_2, Fg_1 > < w_2, Fg_2 > \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$I_n = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$
(a.5i)
(a.5ii)

$$V_m = \begin{bmatrix} \langle w_1, h \rangle \\ \langle w_2, h \rangle \\ \vdots \end{bmatrix}$$
(a.5iii)

La matriz Z_{mn} no es singular y su matriz inversa existe $[Z_{mn}]^{-1}$ existe. Los coeficientes I_n pueden ser encontrados en la solución de (a.4).

Es de suma importancia escoger las funciones bases de manera correcta, para que esta pueda anticipar de cierta forma el resultado final y el trabajo computacional sea mínimo. Para esto se dividen en dos clases de funciones. La primera consiste en funciones de subdominio, mientras que la segunda clase consiste en funciones de dominio completo.

A. Funciones de Subdominio.

Este tipo de funciones son las más comúnmente usadas. A diferencia de las funciones de dominio entero, estas pueden ser usadas sin previo conocimiento de la naturaleza de la función que necesita ser representada.

La función más común es la función escalón que se muestra en la figura a.1 [3], está definida de la siguiente manera:

$$g_n(x') = \begin{cases} 1 & x'_{n-1} \le x' \le x'_n \\ 0 & en \ otro \ caso \end{cases}$$
(a.6)

Una vez que los coeficientes son determinados, la corriente se construye por interpolación.



Figura a.1: Representación de funciones paso.

88

APÉNDICE A

Otra función común es la función triangular o combinaciones de esta, se muestra en la figura a.2 [3]. Se define de la siguiente manera:

$$g_{n}(x') = \begin{cases} \frac{x' - x'_{n-1}}{x'_{n} - x'_{n-1}} & x'_{n-1} \le x' \le x'_{n} \\ \frac{x'_{n+1} - x'}{x'_{n+1} - x'_{n}} & x'_{n} \le x' \le x'_{n+1} \\ 0 & en \ otro \ caso \end{cases}$$
(a.7)

Estas pueden cubrir dos segmentos, y sobrelapar funciones adyacentes como lo muestra la figura a.2(b) [3]. La representación resultante en la figura a.2(c) [3] no es tan abrupta como la función escalón, pero incrementa notablemente el cálculo computacional.



Figura a.2: Representación de la función triangular.

El ampliar el estudio hacia funciones más sofisticadas que el triangulo no garantiza que los resultados sean más exactos, sin embargo existen casos en los cuales funciones especializadas son útiles por otras razones. Entre estas funciones tenemos la función sinusoidal por pasos o coseno truncado, estas se muestran en las figuras a.3 y a.4 [3] respectivamente, así mismo están definidas de la siguiente manera:

Sinusoidal por pasos

$$g_{n}(x') = \begin{cases} \frac{\sin[k(x'-x'_{n-1})]}{\sin[k(x'_{n}-x'_{n-1})]} & x'_{n-1} \leq x' \leq x'_{n} \\\\ \frac{\sin[k(x'_{n+1}-x'_{n-1})]}{\sin[k(x'_{n+1}-x'_{n})]} & x'_{n} \leq x' \leq x'_{n+1} \\\\ 0 & en \ otro \ caso \end{cases}$$
(a.8)

Coseno Truncado

$$g_{n}(x') = \begin{cases} \cos\left[k\left(x' - \frac{x'_{n} - x'_{n-1}}{2}\right)\right] & x'_{n-1} \leq x' \leq x'_{n} \\ 0 & en \ otro \ caso \end{cases}$$
(a.9)



Figura a.3: Representación de función sinusoidal por pasos.



Figura a.4: Representación de función coseno truncado.

B. Funciones de dominio entero.

Como su nombre lo dice, estas funciones son definidas a través de toda la longitud de la estructura a ser considerada.

Un set de funciones básicas de dominio entero son las funciones sinusoidales, que están definidas a continuación:

$$g_n(x') = \cos\left[\frac{(2n-1)\pi x'}{l}\right] \qquad -\frac{l}{2} \le x' \le \frac{l}{2}$$

(a.10)

Se puede notar que esta función es particularmente útil al tratar de modelar distribuciones de corriente en un dipolo, ya que se conoce que posee una distribución de corriente sinusoidal. Estas funciones pueden dar como resultado una representación aceptable de la función desconocida y usando menos términos en la expansión de (a.2). El representar funciones de dominio entero en senos y cosenos es similar a la expansión de series de Fourier de funciones arbitrarias. Las funciones $g_n(x')$ se hacen cero en los extremos y son simétricas con respecto a x' = 0.

APÉNDICE B

Apéndice B

MATLAB

A continuación se presenta una introducción al programa computacional MATLAB 7, en el cual será desarrollado el proyecto. Se hablará acerca de las principales características del programa, así como de su lenguaje de programación y las opciones para crear una interfaz gráfica de usuario.

B.1 Introducción

MATLAB fue diseñado al final de los años setenta por Cleve Moler, en aquel entonces presidente del departamento de ciencia computacional en la Universidad de Nuevo México. En poco tiempo se esparció hacia otra universidad y hallo una audiencia fuerte en la comunidad de matemáticas aplicadas. En 1984 se funda la compañía *The MathWorks* y continúa su desarrollo hasta nuestros días².

² http://en.wikipedia.org/wiki/MATLAB

Puede considerarse como un lenguaje de programación matemático de alto nivel, así como lo es C o Fortran. Posee su propio lenguaje de programación (lenguaje M). En este software se pueden destacar las siguientes características: permite manipulación de matrices, la programación es mucho más sencilla, continuidad entre valores enteros, reales y complejos, implementación de algoritmos, creación de interfaces de usuario, capacidad de vincularse con programas en otros lenguajes de programación, cuenta con una biblioteca matemática amplia que facilita los análisis matemáticos. Otra herramienta bastante útil del programa es la facilidad para crear gráficas, lo que permite visualizar los resultados de manera fácil y elegante [11].

B.2 Lenguaje de programación

Las funciones de MATLAB son similares a las funciones en C o a las subrutinas en Fortran. Los programas son guardados como archivos de texto sin formato, estos archivos poseen nombres que terminan con la extensión ".m", es por esto que se conoce a los archivos de MATLAB como archivos-m. Cada archivo-m puede contener una o varias funciones de MATLAB.

Una gran ventaja es que en MATLAB las funciones pueden ser usadas interactivamente. Así también es muy conveniente disponer de herramientas de depuración sofisticada a la hora de escribir y ejecutar las funciones [11].

Gracias a un editor de texto incluido en MATLAB, la creación de los archivos-m es bastante sencilla. Esta es la mejor opción, dado que de igual manera se pueden escribir los

94
APÉNDICE B

archivos-m en editores de texto o procesadores de palabras, dado que en estos se tiene la opción de escoger el formato en el cual se grabara el archivo.

En la primera línea de un archivo-m se debe declarar el nombre de la función para que esta pueda ser llamada desde línea de comando. La primera palabra debe ser *"function"* y a continuación el nombre de la función a ser declarada. Así también se declaran las variables a ser usadas a través de todo el desarrollo del programa. El set de operaciones matemáticas ya existentes en MATLAB permite el rápido desarrollo de funciones, así como la implementación de lazos para el perfeccionamiento de cálculos.

A lo largo del desarrollo del programa se pueden comentar las líneas necesarias para que no solo el programador, sino el resto de personas entiendan el código descrito en el programa principal o secundario. Es de suma importancia mencionar que la ayuda de MATLAB es bastante extensa y en esta se puede encontrar todos los temas vinculados con el desarrollo de funciones y programas.

A continuación se presenta un ejemplo simple en cuanto a programación en MATLAB, en el mismo se realiza una función que sume dos números [11]:

```
function sumados (x,y)
% función sumados(x,y) permite sumar dos numeros o vectores e imprimir el
% resultado en linea de comando
x+y
```

B.3. Interfaz gráfica de usuario (GUI)

La gran capacidad de MATLAB permite el desarrollo de *Interfaces Gráficas de Usuario (GUI)*. Mediante la herramienta *GUIDE* se provee un ambiente grafico de desarrollo, el cual provee herramientas para la creación y manipulación de GUIs [12].

Se crea, mediante el editor de diseño, los botones necesarios con los que se visualizara el GUI, entre estos están paneles, botones, campos de texto, menús, entre otros. Todos estos componentes se los colocara en el área de diseño.

Para programar, GUIDE crea automáticamente el archivo-m que controla como nuestra GUI operará. Este archivo-m inicializa y contiene la estructura de cada componente. Mediante *"callbacks"* se ejecutan los comandos, ya sea cuando el usuario usa una parte definida en el GUI, como usar un botón u otras. Así también, se usan estos callbacks para pasar información entre componentes del GUI.



En la figura b.1 se muestra el área de diseño provista por la herramienta GUIDE:

Figura b.1: Área de diseño de GUIDE

APÉNDICE C

Apéndice C

Programa YAGI-UDA

A continuación se presenta el código del programa desarrollado en MATLAB con comentarios respectivos en cada sección.

```
응*
%*Este es un programa desarrollado para resolver antenas Yagi-Uda y*%*Reflector de esquina. Esta basado en la ecuacion integral de*%*Pocklington, mediante el metodo de momentos.*
<del>ે</del>.*
  Autores: Ivan Quiros email: ivanquiros@gmail.com *
Ricardo Castillo rcastillo_ec@hotmail.com *
응*
응*
function []=YagiReflect
clear all
global M N D L LM YP radio N1 N2 M1 M2 GAMMA Inm
M = input (' Ingrese el numero de modos: ');
N = input (' \n Ingrese num de elementos: ');
```

```
NN = input('\n Ingrese el numero de reflectores de esquina por lado: ');
%*****************Angulo de apertura del reflector esquina**********************
psi = input('\n Ingrese el angulo del reflector de esquina: ');
% INGRESO DE LONGITUD DE LOS ELEMENTOS EN EL ARREGLO Yagi - Uda
if (N > 3)
  fprintf (1, ' Todos los directores poseen la misma longitud?\n');
  RESP = input (' RESPUESTA: (Y o N) ..... ', 's');
else
  RESP = 'N';
end
fprintf (1, ' \setminus n');
if (RESP == 'Y') | (RESP == 'y');
  LDIR = input ('Longitud uniforme de directores (en longitudes de onda)
= ');
  L = LDIR * ones (1, N-2);
else (RESP == 'N') | (RESP == 'n');
  a = 1;
  while a <= (N-2);
     fprintf(1, ' Longitud del director # %2d (en longitudes de onda) =
', a);
     b = input ('');
     L(a) = b;
     a = a + 1;
  end
end
LREFL = input (' Ingrese la longitud de los reflectores del arreglo (en
longitudes de onda): ');
LCor = LREFL.*(ones(1, 2*NN));
LDRIVEN = input (' Ingrese la longitud del elemento activo (en longitudes
de onda): ');
L = [L LCor LREFL LDRIVEN];
NN=2*NN;
2
   INGRESO DE DISTANCIAS DE SEPARACION ENTRE ELEMENTOS
%******Distancia de separacion entre 1er Director y elemento activo******
b = input ('\n Separacion entre elemento activo y ler director = ', 's');
```

```
b = str2num (b);
D 1 = b;
if (N > 3)
  fprintf (1, '\n Es la separacion entre directores uniforme?\n');
  RESP = input (' RESPUESTA: (Y OR N) ...... ', 's');
else
  RESP = 'N';
end
if (RESP == 'Y') | (RESP == 'y');
  DDIR = input (' La separacion uniforme entre directores (en longitudes
de onda) = ', 's');
  DDIR = str2num (DDIR);
  D = DDIR * ones (1, N-2);
else (RESP == 'N') | (RESP == 'n');
  a = 2;
  while a \leq (N-2)
     fprintf (1, ' Separacion entre director# %2d y # %2d (en longitudes
de onda) =', a-1, a);
     b = input (' ', 's');
     b = str2num (b);
     D(a) = b;
     a = a + 1;
  end
end
D(1) = D1;
b = input ('\n Separacion entre reflector y elemento activo (en longitudes
de onda) = ', 's');
b = str2num (b);
D(N-1) = b;
؞
% INGRESO DE LONGITUD DE LOS ELEMENTOS EN EL ARREGLO Corner Reflector
DD = input('\n Ingrese la distancia de separacion entre reflectores (en
longitudes de onda): ');
؞
00
                  Radio de los elementos
b = input ('\n Radio para todos los elementos usados (en longitudes de
onda) = ', 's');
b = str2num (b);
radio = b;
```

```
2*****
  Vector YPr = Vector de distancias de los reflectores de esquina
≥*
२ *
   sobre el eje y.
8*************
             ****
SS=zeros(1, (NN/2));
SS=1:NN/2;
SS=SS.*DD;
YPr=SS.*cos(psi);
YPr=[(YPr-D(N-1)), (YPr-D(N-1))];
Vector YP = Vector de distancias de todos los elementos
응*
   sobre el eje y.
응*
YP=zeros(1, (N+NN));
for m=1: (N-2)
  if m==1
    YP(m) = D(m);
  else
  YP(m) = D(m) + YP(m-1);
  end
end
YP(N+NN) = 0;
YP(N+NN-1) = -D(N-1);
YP(1, (N-1): (N+NN-2)) = YPr;
°
응*
  Vector XPr = Vector de distancias de los reflectores de esquina
응*
          sobre el eje x.
ુ ★
   Vector XP = Vector de distancias de todos los elementos
ુ *
          sobre el eje x.
XP=zeros(1, (N+NN));
XPr=SS.*sin(psi);
XPr=[XPr,-XPr];
XP(1, (N-1): (N+NN-2)) = XPr;
응*
  Matriz fracLM = Distancia Z de cada segmento sobre cada elemento
응*
   sobre el eje z.
LM=zeros((N+NN),M);
fracLM = L/(2*M-1);
fracLM = fracLM';
for m=1:M
  LM(:,m) = fracLM^{*}(m-1);
end
%* Matriz Anm = Matriz con los coeficientes de las corrientes,
2*
           es la solucion a la ecuacion (2.66)
```

```
Nel=N;
N=Nel+NN;
Anm = zeros (M*N, M*N);
for N1 = 1:N
  for M1 =1:M
     for N2=1:N
       for M2=1:M
          if N1 == N2;
                alpha=radio;
              else
                alpha=0;
          end
          GAMMA = alpha^2 + (YP(N1) - YP(N2))^2 + (XP(N1) - XP(N2))^2;
          UL=L(N2)/2;
          Parte1 = quadl(@integralG2,0,UL);
          G2 = sumatoriaG2(UL);
          Anm( ((N1-1)*M + M1), ((N2-1)*M + M2)) = (((2*M2-1)*pi...)
             / L(N2)) * (-1)^{(M2 + 1)} * G2 + ...
              ((2*pi)^ 2 - (2*M2-1)^2 * pi^2 / L(N2)^2) * Partel);
        end
     end
  end
end
<del>ે</del>.*
  fracLM2 = Distancia entre z=0 y primer segmento superior en el
≗*
    dipolo activo.
fracLM2 = L(N) / (2*M-1);
%* Vector s = Vector de los campos incidentes en cada punto de
                                                 *
ુ *
         adaptacion de cada dipolo.
s = [zeros(1,(M*N-M)), -i/(fracLM2*2), zeros(1,M-1)]';
응*
   Vector Inm = Vector de las corrientes complejas de los dipolos en *
응*
           cada modo.
Inm = Anm \setminus s;
<del>ે</del>.*
   Vector Etheta = Vector del patron de radiacion del campo en el
응*
   plano E. Cada valor del campo es realizado cada grado
                     응*
    EXPLICACION: Para graficar el patron de radiacion en el plano
        paralelo a la tierra. Para este calculo se debe notar que: *
२ *
응*
        0 < \text{theta} < \text{pi}; \text{ y Phi} = \text{pi}/2 \text{ y Phi} = 3\text{pi}/2.
응*
        De esta forma cubrimos todo el plano theta.
                                                 *
응*
        de theta se van a tomar cada grado.
```

```
ુ ★
        Solucion de la Ecuacion 2.67
8**********
                            phi=1;
while phi <= 3 ;</pre>
  for theta=0:1:180
     SumEN=0;
     for n=1:N
        AAA = \exp(i*2*pi*YP(n)*sin(theta*pi/180)*sin(phi*pi/2) + \dots
           i*2*pi*XP(n)*sin(theta*pi/180)*cos(phi*pi/2));
        SumEM=0;
        for m=1:M
           SumEM = Inm( (M^{*}(n-1)+m), 1)*( Zmas(m, (theta*pi/180), n)...
              + Zmenos(m,(theta*pi/180),n) ) + SumEM;
        end
        SUMEN = SUMEM * AAA * L(n) + SUMEN;
     end
     if phi==1
        Etheta(1, theta+1) = j*(3*10^8)*(4*pi*10^{-7})/4*...
           sin(theta*pi/180) * SumEN;
     else
        Etheta(1, (theta+180)) = j*(3*10^8)*(4*pi*10^{-7})/4*...
           sin(theta*pi/180) * SumEN;
     end
  end
  phi = phi*3;
end
<u></u>ક ★
   Vector EthetaDB = Vector logaritmico en dB de Etheta
AbsEtheta = abs(Etheta);
MaxAbsTheta=max(AbsEtheta);
for theta=1:360
  if (AbsEtheta(theta)/MaxAbsTheta) > (10^-6)
     EthetaDB(theta) = 20 * log10(AbsEtheta(theta)/MaxAbsTheta);
  else
     EthetaDB(theta) = -120;
  end
end
*
2*
   Figura 1 representa el patron de radiacion en el plano E,
응*
    en coordenadas polares y dB
                                                    *
؞
theta=0:1:359;
figure(1);
polar dB(theta,EthetaDB,-40,0,10,'-')
응*
   FTBeplane = Valor de la ganancia frente espalda en el plano E
                                                   *
```

APÉNDICE C

```
FTBeplane=-(EthetaDB(271))
2*
  DB3Etheta = Ancho del haz en el plano E
응*
    EXPLICACION: Se asume un patron simetrico, por lo tanto
응*
        si se conoce el angulo de apertura de un lado se multiplica
        por 2 y se encuentra el ancho del haz total
응*
2***********************
                                ******
EthetaDB1=EthetaDB(1,92:181);
V=find(EthetaDB1 >= -3);
V=fliplr(V);
if EthetaDB1(V(1)) == -3
  DB3Etheta=2*V(1);
else
   DB3Etheta=2* (V(1) - (EthetaDB1(V(1)) + 3) / (EthetaDB1(V(1)) - ...
     EthetaDB(V(1) + 92));
end
DB3Etheta
2*
   Vector Etheta = Vector del patron de radiacion del campo en el
ુ *
    plano H. Cada valor del campo es realizado cada grado
응*
    EXPLICACION: Para graficar el patron de radiacion en el plano
         perpendicular a la tierra. Para este calculo se debe notar: *
응*
         theta = pi/2; y 0 < Phi < 2pi
ુ *
<del>ે</del>.*
         De esta forma cubrimos todo el plano phi.
응*
        Se toma valores cada grado.
응*
        Solucion de la Ecuacion 2.67
theta1=pi/2;
   for phi1=0:1:359
      SumEN=0;
      for n=1:N
         AAA = exp(i*2*pi*YP(n)*sin(theta1)*sin(phi1*pi/180) + ...
            i*2*pi*XP(n)*sin(theta1)*cos(phi1*pi/180));
         SumEM=0;
         for m=1:M
            SumEM = Inm( (M^{*}(n-1)+m), 1)*( Zmas(m, (phi1*pi/180), n)...
               + Zmenos(m,(phi1*pi/180),n) ) + SumEM;
         end
         SumEN = SumEM * AAA * L(n) + SumEN;
      end
      Hphi(1, phi1+1) = j*(3*10^8)*(4*pi*10^{-7})/4*...
        sin(theta1) * SumEN;
   end
```

%* Vector HphiDB = Vector logaritmico en dB de Hphi

```
AbsHphi = abs(Hphi);
MaxAbsHphi=max(AbsHphi);
for phi1=1:360
  if (AbsHphi(phi1)/MaxAbsHphi) > (10^-6)
     HphiDB(phi1) = 20 * log10(AbsHphi(phi1)/MaxAbsHphi);
  else
     HphiDB(phi1) = -120;
  end
end
Figura 2 representa el patron de radiacion en el plano H,
2*
ુ ★
   en coordenadas polares y dB
phi1=0:1:359;
figure(2);
polar dB(phi1, HphiDB, -40, 0, 10, '-')
%* FTBhplane = Valor de la ganancia frente espalda en el plano H
FTBhplane=-(HphiDB(271))
%* DB3Hphi = Ancho del haz en el plano H
   EXPLICACION: Se asume un patron simetrico, por lo tanto
ુ *
<del>ે</del>.*
       si se conoce el angulo de apertura de un lado se multiplica *
응*
      por 2 y se encuentra el ancho del haz total
2**********
               HphiDB1=HphiDB(1,92:181);
V=find(HphiDB1 >= -3);
V=fliplr(V);
if HphiDB1(V(1)) == -3
  DB3Hphi=2*V(1);
else
  DB3Hphi=2* (V(1) + (HphiDB1(V(1)) + 3) / (HphiDB1(V(1)) -...
     HphiDB(V(1) + 92));
end
DB3Hphi
응*
    Do = Valor de la directividad
ુ *
       EXPLICACION: Se resuelve la Ecuacion 2.26,
응*
       El Prad se integra sobre toda el area de una esfera imaginaria*
응*
       El Umax es la energia de radiacion en la direccion maxima, *
응*
       en nuestro caso en: theta = pi/2 y phi = pi/2
Umax=Umax(pi/2,pi/2);
Prad= dblquad(@energiaU,0,pi,0,2*pi,1e-3,@quadl);
Do=4*pi*Umax/abs(Prad);
Do=10*log10(Do)
```

```
응*
   Iactivo = repreenta el valor de lo corriente sobre todo
응*
    el dipolo activo.
%* Figura 3 = Grafico de la distribucion de corriente del Dipolo activo*
dZ=L(N)/100;
Iactivo = zeros(1,51);
for 0=1:51
  for m=1:M
      Iactivo(1,0) = Inm((M^{*}(n-1)+m), 1)^{*}cos((2^{*}m-1))^{*}...
        pi*dZ*(O-1)/L(N)) + Iactivo(1,0);
  end
   Iactivo2(1,0) = Iactivo(1,0);
   Iactivo(1, 0) = abs(Iactivo(1, 0));
end
Iactivo=[ fliplr(Iactivo(1,2:0)), Iactivo];
figure(3);
plot( linspace(-L(N)/2 , L(N)/2 , 101), Iactivo);
xlabel('Distancia del Dipolo Activo en lambda');
ylabel('Magnitud de la corriente del Dipolo Activo');
title('Distribucion de Corriente del Dipolo Activo');
응*
    Iact = Suma de todas las corrientes de todos los modos en el
ુ *
    dipolo activo
응*
   Zin = Impedancia de entrada de la antena en sus terminales
Iact=0;
for m=1:M
   Iact = Inm((M^{*}(N-1)+m), 1) + Iact;
end
Iact
Zin = -2 / (Iact)
응*
   Figura 4 = representacion grafica de la antena Yagi-Uda o
응*
    reflector de esquina
a=[0, 0];
figure(4)
plot3(a,[YP(N-1) YP(N)],a,'linewidth',2.2,'color',[1 0 0]); hold on;
plot3([XP(N-1) XP(Nel+NN/2-2) ],[YP(N-1) YP(Nel+NN/2-2)],a,'linewidth',...
   2.2, 'color', [0 1 0]); hold on;
plot3([XP(N-1) XP(Nel+NN-2)], [YP(N-1) YP(Nel+NN-2)], a, 'linewidth',...
   2.2, 'color', [0 1 0]); hold on;
for n=1:N
   a=[XP(n), XP(n)];
  b=[YP(n), YP(n)];
   c=[L(n)/2 , -L(n)/2];
```

APÉNDICE C

end grid on;

plot3(a,b,c,'linewidth',2);hold on;

```
؞
8*****
       Funcion: integralG2
              function y=integralG2(ZZ)
global N D L LM N1 N2 M1 M2 GAMMA
Rplus = sqrt( GAMMA + (LM(N1, M1) - ZZ).^{2};
Rminus = sqrt( GAMMA + (LM(N1,M1)+ZZ).^2);
i*2*pi.*Rplus)./(Rplus))))...
 .*cos((2*M2-1)*pi.*ZZ./L(N2));
function G2=sumatoriaG2(UL)
global GAMMA N1 M1 LM
Rminus = sqrt (GAMMA + (LM(N1, M1) - UL) ^ 2);
Rplus = sqrt (GAMMA + (LM(N1, M1) + UL) ^ 2);
G2 = \exp(-j*2*pi*Rplus) / (Rplus) + \exp(-j*2*pi*Rminus) / (Rminus);
؞
function y=Zmas( m , theta , n)
global L
y1= (((2*m -1)*pi) / L(n) + 2*pi.*cos(theta)).*L(n) /2;
[W1 W2] = size(y1);
if W2 == 1
```

```
if y1 == 0
   y=1;
  else
   y=sin(y1)./y1;
  end
else
  [W1,W2] = size(find(y1==0));
  if W2 == 0
   y=sin(y1)./y1;
  else
   W1=find(y1==0);
   y1(1, W1) = 1;
   y=sin(y1)./y1;
   y(1, W1) = 1;
  end
end
&***************** Funcion: Zmenos
                    function y=Zmenos( m , theta , n)
qlobal L
y1= (((2*m -1)*pi) / L(n) - 2*pi.*cos(theta)).*L(n)/2;
[W1 W2] = size(y1);
if W2 == 1
  if y1 == 0
   y=1;
  else
   y=sin(y1)./y1;
  end
else
  [W1, W2] = size(find(y1==0));
  if W2 == 0
   y=sin(y1)./y1;
  else
   W1=find(y1==0);
   y1(1,W1) = 1;
   y=sin(y1)./y1;
   y(1, W1) = 1;
  end
end
%************** Funcion: energiaU
                     %Esta funcion plantea la funcion que se integra para determinar el Prad----
```

```
function y =energiaU(theta, phi)
global M N YP L Inm
    SumEN=0;
    for n=1:N
      AAA = \exp(i*2*pi*YP(n).*sin(theta).*sin(phi));
      SumEM=0;
      for m=1:M
         SumEM = Inm((M^{*}(n-1)+m), 1).*(Zmas(m, theta, n)...
           + Zmenos(m,theta,n) ) + SumEM;
      end
         SumEN = SumEM.*AAA.*L(n) + SumEN;
    end
    y =3.75*pi.*(abs(SumEN).^2).*(sin(theta).^3);
     8******
؞
؞
function y=Umax(theta,phi)
global M N YP L Inm
    SumEN=0;
    for n=1:N
      AAA = \exp(i*2*pi*YP(n)*sin(theta)*sin(phi));
      SumEM=0;
      for m=1:M
         SumEM = Inm((M^{*}(n-1)+m), 1)^{*}(Zmas(m, (theta), n)...
           + Zmenos(m, (theta), n) ) + SumEM;
      end
      SumEN = SumEM * AAA * L(n) + SumEN;
    end
    y=3.75 * pi * (abs(SumEN).^2) * (sin(theta).^2);
```