

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO

Colegio de Ciencias e Ingenierías

Simulación Dinámica de la Suspensión de un Fórmula SAE

**Juan Fernando Correa Quevedo
José Martín Gándara Carrera**

Laurent Sass, PhD., Director de Tesis

Tesis de grado presentada como requisito
para la obtención del título de Ingeniero Mecánico

Quito, Mayo de 2013

**Universidad San Francisco de Quito
Colegio de Ciencias e Ingenierías**

HOJA DE APROBACION DE TESIS

Simulación Dinámica de la Suspensión de un Fórmula SAE

**Juan Fernando Correa Quevedo
José Martín Gándara Carrera**

Laurent Sass, PhD.
Director de Tesis

.....

Édison Bonifaz, PhD.
Miembro del Comité de Tesis

.....

Carlos Pérez, PhD.
Miembro del Comité de Tesis

.....

Alfredo Valarezo, PhD.
Director de Ingeniería Mecánica

.....

Ximena M. Córdova, PhD.
Decana de la Escuela de Ingeniería
Colegio de Ciencias e Ingenierías

.....

Quito, Mayo de 2013

© DERECHOS DE AUTOR

Por medio del presente documento certifico que he leído la Política de Propiedad Intelectual de la Universidad San Francisco de Quito y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo de investigación quedan sujetos a lo dispuesto en la Política.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo de investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma:

Nombre: Juan Fernando Correa Quevedo

C. I.: 1712330750

Firma:

Nombre: José Martín Gándara Carrera

C. I.: 1711583508

Fecha: Quito, Mayo de 2013

DEDICATORIA

A nuestras familias, por su guía y apoyo

Juan Fernando y Martín

AGRADECIMIENTO

Nuestro agradecimiento a la Universidad San Francisco de Quito, al Colegio Politécnico, a la Facultad de Ingeniería Mecánica, a sus directivos y profesores, y en especial a Laurent Sass PhD., Director de este trabajo por su conocimiento compartido a lo largo de la elaboración de esta disertación, así como al Ingeniero Gabriel Abedrabo quien desde Bélgica colaboro con nosotros en este proyecto.

RESUMEN

Este proyecto de tesis surge del sueño de participar en una competencia a nivel internacional dentro del campo automovilístico, así se crea la necesidad de diseñar una simulación o animación 3D en la que se pueden comparar dos tipos de configuración de suspensión para un Fórmula SAE, Pullrod, y Pushrod y de ésta manera lograr un pre-diseño del modelo definitivo de un FSAE-USFQ.

En el primer capítulo, se incluye una reseña histórica de la Formula SAE como competición internacional desde el año 1976.

En el segundo capítulo se crea un modelo analítico en 3D con la ayuda de un software de diseño mecánico.

Con el modelo analítico, en el capítulo 3 se crea una simulación o animación 3D, la cual permite obtener fuerzas en articulaciones, aceleraciones y datos cercanos al comportamiento dinámico real de cada configuración de suspensión.

En el capítulo 4 se presentan los resultados, y finalmente en el capítulo 5 las conclusiones y recomendaciones.

Este trabajo es el punto de partida para la consecución del proyecto de formar parte de una temporada completa en la Fórmula SAE.

ABSTRACT

This thesis project begins with our goal of participate in an international on-road car competition. So it was necessary to design a 3D simulation where it is possible an analysis two types of suspensions, pull-rod and push-rod, in order to obtain a previous design of a FSAE-USFQ.

The first chapter includes the history of Formula SAE since 1976, as an international competition.

In second chapter an analytical 3D model is created using mechanical design software.

With the analytical model in the third chapter we create a 3D animation or simulation, witch let as obtained, link forces, acceleration and close data of real dynamic performance of each configuration of suspension.

On Chapter 4 results are presented, and Chapter 5 includes conclusions and recommendations.

This work is the first step to the consecution of the project of participate in a complete season of Formula SAE.

Tabla de contenido

1.1 Descripción Fórmula SAE:	15
1.2 Historia de la Fórmula SAE:.....	16
1.3 Justificación del proyecto FSAE- USFQ	20
1.4 Teoría Multicuerpo como una técnica de diseño.....	21
1.5 Descripción Suspensión Push Rod y Pull Rod	23
<i>Figura 1.1 Caster Camber y Toe</i>	24
<i>Figura 1.2 Sobre viraje y Sub viraje</i>	24
<i>Figura 1.3 Suspensión dependiente (eje rígido)</i>	25
<i>Figura 1.4 Suspensión Independiente</i>	26
<i>Figura 1.5 Suspensión McPherson y Suspensión Doble Trapecio</i>	26
<i>Figura 1.6 Suspensiones Push-rod y Pull-rod</i>	28
1.6 Este proyecto.....	28
<i>Figura 1.7 Caída vertical 10 cm y grada 5 cm (grafico a escala)</i>	30
<i>Figura 1.8 Moose test.</i>	30
2.- MODELO A ESCALA DE LA SUSPENSION PUSH-ROD Y PULL-ROD.....	31
2.1 Introducción	31
2.2 Principales Reglas de la Fórmula SAE.	31
<i>Figura 2.1 Esquema gráfico espacio físico del piloto</i>	32
<i>Figura 2.2 Vista lateral del chasis</i>	32
<i>Figura 2.3 Vista superior del chasis</i>	33
<i>Figura 2.4 Vista isométrica del chasis</i>	33
2.3 Requerimientos técnicos. (2009 formula SAE rules, 2008)[7].....	34
2.4 Herramienta CAD (Solid Works):	36
<i>Figura 2.5 Vista superior del ensamble Pull-rod</i>	37
<i>Figura 2.6 Vista lateral del ensamblaje Pull-rod</i>	37
<i>Figura 2.7 Vista isométrica del ensamblaje Pull-rod</i>	38
<i>Figura 2.8 Vista detalle posterior Pull-rod</i>	38
<i>Figura 2.9 Vista detalle delantero Pull-rod</i>	39
<i>Figura 2.10 Vista superior del ensamblaje Push-rod</i>	39
<i>Figura 2.11 Vista lateral ensamblaje Push-rod</i>	40

<i>Figura 2.12 Vista isométrica de ensamblaje Push-rod</i>	40
<i>Figura 2.13 Vista detalle posterior Push-rod</i>	41
<i>Figura 2.14 Vista detalle delantero</i>	41
2.5 Despiece del modelo analítico CAD (Solid Works):	42
<i>Figura 2.15. Suspensión Pullrod</i>	42
<i>Figura 2.16 Barra 1</i>	43
<i>Figura 2.17 Barra 2</i>	43
<i>Figura 2.18 Amortiguador Pieza1</i>	44
<i>Figura 2.19 Amortiguador Pieza 2</i>	44
<i>Figura 2.20 Barra de dirección lateral</i>	45
<i>Figura 2.21 Barra de dirección central</i>	45
<i>Figura 2.22 Manzana delantera</i>	46
<i>Figura 2.23 Manzana</i>	46
<i>Figura 2.24 Aro</i>	47
<i>Figura 2.25 Llanta</i>	47
<i>Figura 2.26 Chasis</i>	48
<i>Figura 2.27 Mesa</i>	49
3.-TEORÍA MULTICUERPO (MODELAMIENTO)	50
3.1 Introducción a la teoría Multicuerpo.....	50
<i>Figura 3.1 Modelos multicuerpo. (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	50
<i>Figura 3.2 Sistema Multicuerpo. (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	51
<i>Figura 3.3 Estructura Abierta. (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	51
<i>Figura 3.4 Estructura Cerrada. (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	52
3.2 Estructura Abierta	52
<i>Figura 3.5 Numeración de uniones y cuerpos. (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	53
<i>Figura 3.6 Vectores d y l en sistema multicuerpo (C. Samin & P. Fiset, 2003)</i>	54
<i>Figura 3.7 Carrusel</i>	55
<i>Figura 3.8 Martillo</i>	55
<i>Figura 3.9 Cuerpo Humano</i>	55
3.3 Estructura Cerrada	56
<i>Figura 3.10 Vagón de tren</i>	56

<i>Figura 3.11 Cuadrón</i>	56
<i>Figura 3.12 Mecanismo 4 barras</i>	57
<i>Figura 3.13 Estructura con bucle</i>	57
<i>Figura 3.14 Corte de bucle</i>	58
3.4 Corte De Bucles.....	58
<i>Figura 3.15 Apertura de un bucle mediante Rod cut. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	59
<i>Figura 3.16 Apertura de un bucle mediante Ball Joint. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	59
<i>Figura 3.17 Apertura de un bucle mediante Cut of a body. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	60
3.5 Planteamiento de ecuaciones.....	60
3.6 Coordinate Partitioning	62
<i>Diagrama 1 Coordinate partitioning e integración. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	64
3.7 Modelo multicuerpo fórmula SAE.....	65
3.7.1 Cuarto de carro.....	65
<i>Figura 3.18 Pull-rod vs Push-rod. (Roger, 2011)[20]</i>	65
3.7.1.1 Cuarto de carro suspensión Pull-Rod.....	66
<i>Figura 3.19 Esquema suspensión Pull-rod</i>	67
3.7.1.2 Cuarto de carro suspensión Push-Rod.....	68
<i>Figura 3.20 Esquema suspensión Push-rod</i>	68
3.7.2. Carro completo (suspensión Pull-Rod).....	69
<i>Figura 3.21 Esquema carro completo suspension Pull-rod</i>	69
3.8 Modelos de fuerzas exteriores (suspensión y contacto rueda piso).....	70
3.8.1 Contacto rueda/piso vertical.	70
<i>Figura 3.22 Distancias contacto rueda piso</i>	71
3.8.2 Contacto rueda/piso lateral (Calspan).....	71
<i>Figura 3.23 Fuerzas y torques de contacto rueda/piso. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i> ..	72
<i>Figura 3.24 Deformación de una llanta en rotación. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	72
<i>Tabla 1 Coeficientes de modelo de Calspan. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)</i>	74
3.8.3 Link para suspensión.....	74
3.9 Software Robotran (MBSysPad y MBSysLab).....	75
3.9.1. Robotran (MBSysPad).....	75

<i>Figura 3.25 Modelo en MBSysPad suspensión Pull-rod</i>	76
<i>Figura 3.26 Modelo en MBSysPad suspensión Push-rod</i>	76
<i>Figura. 3.27 Modelo en MBSysPad suspensión Pull-rod carro completo</i>	77
<i>Cuadro 1 Cuadro donde se insertan las características del cuerpo</i>	78
<i>Cuadro 2 Cuadro donde se inserta las uniones entre dos cuerpos</i>	79
3.9.2 MBSysLAb (Programación Matlab).	79
<i>Figura 3.28 Carpetas creadas por MBSysPAD</i>	80
3.9.2.1. <i>user_ExtForces.m</i>	80
3.9.2.2. <i>user_LinkForces.m</i>	81
3.9.2.3 <i>user_DrivenJoints.m</i>	81
<i>Figura 3.29 Trayectoria real vs trayectoria de referencia</i>	82
3.9.2.4. <i>user_DirDyn_io.m</i>	82
3.9.2.5. <i>exe_template.m</i>	82
4.- RESULTADOS	83
4.1 Resultados $\frac{1}{4}$ de carro	83
4.1.1 Altura de chasis vs el piso.....	84
<i>Gráfico 4.1 Altura del chasis respecto al piso pushrod</i>	84
<i>Gráfico 4.2 Altura del chasis respecto al piso pullrod</i>	85
<i>Grafico 4.3 Altura del chasis respecto al piso pushrod vs. Pullrod</i>	87
4.1.2 Ángulos de las mesas superiores.....	87
<i>Gráfico 4.4 ángulo mesa superior pushrod</i>	88
<i>Gráfico 4.5 ángulo mesa superior pullrod</i>	89
<i>Grafico 4.6 ángulo mesa superior pushrod vs. Pullrod</i>	90
4.1.3 Fuerzas en los ejes vertical (z) y lateral (y) en las mesas superior e inferior respectivamente.	91
<i>Figura 4.1 Fuerza mesa superior pullrod</i>	91
<i>Figura 4.2 Fuerza mesa inferior pushrod</i>	91
<i>Gráfico 4.7 Fuerza eje lateral (y), mesa inferior pushrod</i>	92
<i>Gráfico 4.8 Fuerza eje vertical (z), mesa inferior pushrod</i>	92
<i>Gráfico 4.9 Fuerza eje lateral (y), mesa superior pullrod</i>	93
<i>Gráfico 4.10 Fuerza eje vertical (z), mesa superior pullrod</i>	93

<i>Grafico 4.11 Fuerza eje lateral (y), mesa superior pullrod vs. Mesa inferior pushrod</i>	94
<i>Grafico 4.12 Fuerza eje vertical (z), mesa superior pullrod vs. Mesa inferior pushrod</i>	95
4.1.4 Fuerzas en los ejes lateral (y) y vertical (z), en las puntas pivote o de sujeción del amortiguador.	95
<i>Figura 4.3 Fuerza pivote pullrod</i>	96
<i>Figura 4.4 Fuerza pivote pushrod</i>	96
<i>Gráfico 4.13 Fuerza eje lateral (y), pivote pushrod</i>	97
<i>Gráfico 4.14 Fuerza eje vertical (z), pivote pushrod</i>	97
<i>Grafico 4.15 Fuerza eje lateral (y), pivote pullrod</i>	98
<i>Gráfico 4.16 Fuerza eje vertical (z), pivote pullrod</i>	99
<i>Gráfica 4.17 Fuerza eje lateral (y), pivote pullrod vs. pivote pushrod</i>	100
<i>Grafica 4.18 Fuerza eje vertical (z), pivote pullrod vs. pivote pushrod</i>	100
4.2 Resultados Carro Completo	101
4.2.1 Caída.	101
<i>Gráfico 4.19 Aceleración sentida por el piloto (prueba caída)</i>	101
<i>Gráfico 4.20 Altura del chasis (prueba caída)</i>	102
<i>Gráfico 4.21 Fuerza eje vertical (z) (prueba caída)</i>	102
<i>Gráfico 4.22 Fuerza en amortiguador-resorte (prueba caída)</i>	103
4.2.2 Subir grada.	104
<i>Gráfico 4.23 Altura del chasis (prueba subir grada)</i>	104
<i>Gráfico 4.24 Fuerza eje vertical (z) (prueba subir grada)</i>	105
<i>Gráfico 4.25 Ángulo longitudinal del chasis (prueba subir grada)</i>	105
4.2.3 Bancada.	106
<i>Gráfico 4.26 Aceleración sentida por el piloto (prueba bancada)</i>	106
<i>Gráfico 4.27 Altura del chasis (prueba bancada)</i>	107
<i>Gráfico 4.28 Fuerza eje vertical (z) (prueba bancada)</i>	108
<i>Gráfico 4.29 Ángulo lateral del chasis (prueba bancada)</i>	109
4.2.4 Piso sinusoidal intercalado.	109
<i>Gráfico 4.30 Forma piso sinusoidal intercalado.</i>	110
<i>Gráfico 4.31 Aceleración sentida por el piloto (prueba piso sinusoidal intercalado)</i>	110
<i>Gráfico 4.32 Altura del chasis (prueba piso sinusoidal intercalado)</i>	111

Gráfico 4.33 Fuerza eje vertical (z) (prueba piso sinusoidal intercalado)	112
Gráfico 4.34 Ángulo lateral del chasis (prueba piso sinusoidal intercalado).....	113
4.2.5 Curva.....	113
Figura 4.5, Trayectoria real vs. Trayectoria de referencia	114
Gráfico 4.35 Desplazamiento barra dirección (prueba curva).....	114
Gráfico 4.36 Aceleración sentida por el piloto (prueba curva)	115
Gráfico 4.37 Fuerza eje vertical (z) (prueba curva).....	115
Gráfico 4.38 Fuerza eje lateral (y) (prueba curva)	116
Gráfico 4.39 Ángulo lateral del chasis (prueba curva).....	117
4.2.6 Moose test o cambio de carril.....	117
Figura 1.8 Moose Test Track. (Moose Test, The truth about cars)[22].....	118
Figura 3.29, Trayectoria real vs trayectoria de referencia	118
Gráfico 4.40 Desplazamiento barra dirección (prueba cambio de carril)	119
Gráfico 4.41 Aceleración sentida por el piloto (prueba cambio de carril).....	119
Gráfico 4.42 Ángulo lateral del chasis (prueba cambio de carril).....	120
Gráfico 4.43 Fuerza eje lateral (y) (prueba cambio de carril).....	121
Gráfico 4. 44 Fuerza eje vertical (z) (prueba cambio de carril).....	122
5.- CONCLUSIONES	123
5.1 Conclusiones ¼ de carro Pull Rod VS Push Rod.....	123
5.2 Conclusiones carro completo Pull Rod	124
6.- RECOMENDACIONES.....	126
7.- REFERENCIAS.....	127
8.- ANEXOS	129

1.- INTRODUCCIÓN

1.1 Descripción Fórmula SAE:

La fórmula SAE es una competición de carácter anual, los equipos se conforman por estudiantes universitarios que cursan sus estudios o que están ya graduados, los mismos que deben diseñar y construir un vehículo de competencia, así como formar el equipo y toda su estructura (logística, financiamientos, mercadeo, etc.) para competir durante una temporada completa. (Fórmula SAE)[1]

El vehículo a diseñar es un monoplaza con varias reglas y restricciones avaladas por la (SAE) Society of Automotive Engineers, en español, Sociedad de Ingenieros de Automoción.

Uno de los propósitos de la formula SAE es permitir mayor cantidad de libertad en cuanto al diseño, para de esta manera dar lugar a la creatividad e ingenio de cada equipo. Las reglas que se presentan constituyen más que nada límites en cuanto a potencia y mínimos de resistencia, así como de peso de todo el prototipo. Estos límites marcan pautas o niveles para hacer la competición más emocionante y tecnológica, y que constituya un reto a la ingeniería.

El equipo debe ser capaz de mentalizar un prototipo, diseñarlo, ponerlo a punto, organizar un equipo, manejar costos y competir; ésta constituye una experiencia muy enriquecedora para cualquier estudiante o cualquier ingeniero ya graduado. No pueden formar parte del equipo personas con experiencia en el tema, pero sí se aceptan consejos y comentarios de ingenieros más experimentados en éste y otros temas afines. (Arsenio, 2006)[2]

El prototipo debe ser capaz de ser conducido por hombres y mujeres de estaturas promedio; otros factores a tomar en cuenta en el diseño son los costos y la confiabilidad del prototipo, ya que debe ser capaz de finalizar cualquier competencia descrita en las reglas de formula SAE (Fórmula SAE)[3]; además debe tomarse en cuenta el mantenimiento, que debe ser sencillo, rápido y poco costoso; y finalmente la posibilidad de construirlo, a esto se hará referencia más adelante tomando en

cuenta la facilidad y la viabilidad de llevar a cabo cierto diseño, uso de materiales y formas a las que se tenga acceso en la actualidad.

Debido al éxito y a la buena acogida, así como la buena escuela en cuanto a retos y enseñanzas que brinda la competición, ésta se hace cada vez más conocida y se expande alrededor del mundo. Empezó en USA en 1982 (Fórmula SAE)[4], y en la actualidad se extiende a Europa y América latina.

Se hablará más detalladamente sobre su historia, en la siguiente sección.

1.2 Historia de la Fórmula SAE:

La historia de la fórmula SAE, se remonta a la década de los años setenta, en la que algunas universidades promovían competencias de carros off road, que en realidad eran competencias de coches de madera cada vez más resistente.

Gracias a una asociación entre SAE Milwaukee Section y Briggs&Stratton Corporation aparece la primera SAE Mini Baja, la que toma su nombre de la famosa competencia mexicana llamada Baja 100.

La primera competencia se llevó a cabo en 1976, y a partir de entonces incluso se estableció un formato universal, que incluía un día de diseño, costo y presentación, luego un segundo día de desempeño individual, y un tercer día de resistencia.

En 1978, Kim Marshek, propone al Departamento de Relaciones Educativas SAE una variación al Mini Baja: aplicar la fórmula SAE a una competencia de vehículos on road. Luego Ron Mathews, de la Universidad de Texas, propuso flexibilizar las reglas, dándole vida a la Fórmula SAE, como se la conoce actualmente.

En 1981, Ron Mathews afirma que la Fórmula SAE, en ese entonces, es pequeña pero tiene participación a nivel nacional, tanto que un famoso ingeniero y piloto sirvió como juez.

En 1982, se creó una segunda categoría de autos, para así promover mayor participación de los estudiantes universitarios. Y fue en este año, que se añadió una

regla: la Fórmula SAE requerirá suspensión en las cuatro llantas. Otro evento importante este año fue la participación de la Universidad La Salle de México.

En 1983, ganaron la competencia en primer y tercer lugar dos autos UT Arlington, con motores Briggs&Straton modificados de 8 hp.

En 1984, se produjo un cambio importante al penalizar la separación de la llanta del suelo, privilegiando así el diseño mecánico, frente a las habilidades de conducción. Además se aceptaron, el diésel, el metanol y el etanol como combustibles.

En 1985, se expandió el costo del proyecto de \$2000 a \$4000 por unidad; y además se añadió un motor de 610 cc, y una restricción en la admisión del aire de 23mm.

En 1986, la Fórmula SAE se expandió fuera de Texas, hacia Michigan, lo que fortaleció ampliamente la industria automotriz. La Volkswagen aportó con \$1000 para el primer premio.

En 1987, los equipos de la Universidad de Texas y de Cornell obtuvieron el primero y el segundo lugar. Y la Universidad de Maryland introdujo la inyección de combustible.

En 1988, Cornell gana su primer campeonato Fórmula SAE y se introduce el metanol (M85) como combustible oficial, evidenciando sus ventajas. La Universidad de Maryland ganó \$2500 por sus estudios del M85.

En 1989, compitieron 36 autos de 36 escuelas, siendo la primera vez que la escuela anfitriona no compitió. El motor Ninja Kawasaki 600-cc fue el más elegido, incluso por los ganadores. Las reglas cambiaron este año, y se eliminaron los motores rotativos.

En 1990, los estudiantes de la Universidad de Cornell reinventaron el auto Chaparral 2J CanAm cuya fuerza resultante fue suficiente para desarrollar 1.32 g. de aceleración.

En 1991, la General Motors se interesa en convertir la competencia en un acontecimiento de la industria automovilística. Se introduce el uso de alerones.

En 1992, el anfitrión fue Ford, y el ganador de la competencia fue la Universidad de Cornell con un motor turbo Honda CBR600.

En 1993, la compañía anfitriona fue Chrysler que brindó a los estudiantes muchas oportunidades para interactuar con sus técnicos. La Universidad de Cornell volvió a ganar.

En 1994 se creó el Consorcio Fórmula SAE.

En 1995, ganó un motor Honda 400 cc de la Universidad de Arlington.

En 1996, fue evidente como la Fórmula SAE había crecido, 99 participantes y 300 ingenieros como jueces y voluntarios. El puntaje 150 al diseño perfecto lo obtuvo el equipo de Ecole de Technologie Superieure de Montreal, Canadá.

En 1997, la participación europea fue una primicia. Geoffrey Hausheer de Cornell fue tratado con honores y premiado por la Ford Motorsport.

En 1998, todos aprecian la Fórmula SAE, (FSAE) como uno de los eventos que involucra a los estudiantes mayoritariamente, y los motiva. Cada vez son más universidades que participan.

En 1999, cada vez la competencia se vuelve más difícil, y la Universidad de Akron gana en resistencia, aceleración, prueba de estabilidad y autocross.

En el año 2000, queda claro que competir solo es parte de la competencia FSAE, y la Universidad de Texas A&M gana un premio por el balance que logra entre la fuerza del motor, habilidad en la conducción y manejo del vehículo.

En el 2001, Cornell gana otra vez con diseño y rendimiento óptimos. Esta competencia incluye equipos de México, Japón, Corea del Sur, Puerto Rico e Inglaterra.

En el 2002, se establece un nuevo record, con 140 equipos inscritos.

En el 2003, gana la Universidad de Wollongong, Australia. El auto, esta vez, es más pequeño, más liviano. (Competition History, 2005)[5]

En el año 2004, el auto es diferente con un diseño que va más allá de una estructura multitubular, un chasis mono-cónico, y cambios de marcha ascendentes y descendentes (upshifts y downshifts) automáticos.

En el 2005, la competencia se llevó a cabo en Detroit, y fue patrocinada por Motorsport Development UK, a fin de promover la ingeniería y motivar a los estudiantes a participar en la carrera.

En el 2006, el director técnico de la Ferrari, fue el anfitrión y el Patrón de la Fórmula Estudiantil.

En el 2007, el evento fue en Silverstone. Los estudiantes trabajaron en los pits usados por los equipos del Grand Prix.

En el 2008 se introdujo la categoría Clase 1 (A), que favorecía la baja concentración de CO₂ en los combustibles y una menor capacidad del motor. (History)[6]

Desde el 2009, los vehículos deben tener el habitáculo abierto, y se permite pequeñas aberturas alrededor de los componentes de la suspensión delantera. La competencia se llevó a cabo en Italia, demostrando el carácter internacional adquirido por la FSAE. (2009 formula SAE rules, 2008)[7]

En el 2010, los motores solo podían ser Briggs y Stratton, y las reparaciones tenían que ser de partes idénticas, o con una autorización previa. (Baja sae engine orders)[8]

En el 2011, las reglas y requerimientos son similares a los de los años anteriores. Se dan varias versiones de la competencia, por ejemplo en Alemania, en Latinoamérica y Australasia, región de Oceanía que incluye Australia, Nueva Zelanda y Nueva Guinea.

En el 2012, en Michigan, el primer puesto lo obtuvo la Universidad de Oregon. La fórmula híbrida anuncia la remoción de las restricciones del acumulador (batería del sistema híbrido). (Formula SAE Results)[9]

Es importante indicar que el director de este trabajo, Laurent Sass PHD, visitó esta Universidad e insistió en abrir conversaciones con ellos, para así aprovechar el vínculo entre esta Universidad y la USFQ.

Para este año, 2013 los horarios ya están definidos: del 29 de abril al 2 de mayo, la competencia de Fórmula híbrida en Londres, NH; del 8 al 11 de mayo, Fórmula SAE en Michigan; del 19 al 22 de junio Fórmula SAE Lincoln y la Fórmula SAE Eléctrica, ambas en Lincoln, Nebraska. (SAE international announces 2013 formula sae schedule.)[10]

1.3 Justificación del proyecto FSAE- USFQ

Tomando en cuenta que la FSAE promueve la excelencia en el diseño, desarrollo y manufactura de autos a nivel mundial, esta competencia constituye para la USFQ un referente de la excelencia académica que brinda a sus estudiantes, y le permite formar parte del sistema motivador para ingenieros mecánicos de la sociedad automotriz y académica.

A pesar de que la FSAE parecería ser de interés solo para los ingenieros mecánicos, en la USFQ existen otras carreras que tendrían también su aplicación práctica en el diseño de los autos FSAE como ingeniería automotriz, matemáticas, física, diseño, e incluso publicidad y marketing, además de las tecnologías afines.

Así a través de este trabajo la USFQ y sus estudiantes, pasarían a formar parte de la comunidad SAE que actualmente reúne a más de 133 mil ingenieros y técnicos en todo el mundo.

Como lo menciona el Ing. Laurent Sass, PHD, profesor de la USFQ y director de este trabajo, "Desde hace 5 años, la carrera de ingeniería mecánica ha incursionado en proyectos de desarrollo de vehículos de todo tipo, tanto sobre tierra, en el aire o bajo el agua. Varios proyectos de construcción de Buggy, de aviones no tripulados y

de submarino robotizado para exploración, han permitido generar interés de los alumnos y motivar a la USFQ a incursionar en proyectos de carácter internacional”.

Confirmando estas iniciativas en la USFQ, es importante mencionar proyectos anteriores que han iniciado con la idea de construir y competir en carreras automovilísticas. Hace 3 años aproximadamente un proyecto de tesis que se realizó en la facultad de ingeniería mecánica fue el de construir un buggy. El proyecto de Juan José Ponce y Andrés Guijarro permitió conocer detalles prácticos que un proyecto netamente teórico no lo permite. El chasis de este Buggy era demasiado pesado, pese a que fue diseñado con un software de diseño basado en la teoría de elementos finitos.

Finalmente lo más actual fue el diseño del chasis, sin llegar a construirlo, de un FSAE como proyecto final de la clase de ingeniería automotriz hace 1 año. Desde el último proyecto, el deseo de incursionar en las carreras de FSAE quedó plasmado; de ahí surge la idea de generar un modelo virtual en 3D, de lo que sería FSAE-USFQ con el objetivo de estudiar su comportamiento dinámico, y definir ciertos parámetros de suspensión, sistema de dirección, frenos, entre otros antes de fabricar un primer prototipo.

Este segundo paso en la meta de llegar a competir en FSAE representa un avance muy grande ya que una simulación representa un ahorro significativo en el diseño y mejoras de un prototipo. Esta es una herramienta muy fuerte que hace más eficiente el proceso de crear un FSAE con su auto y equipo. Por tal razón este proyecto de tesis se enfoca a la parte teórica actualmente, constituyendo un paso firme e importante previo a un primer prototipo.

1.4 Teoría Multicuerpo como una técnica de diseño.

Desde hace muchos años, ha existido la necesidad de analizar de forma mucho más precisa el comportamiento dinámico de sistemas mecánicos en movimiento, los mismos que pueden verse como cuerpos rígidos interconectados entre sí. Esta realidad se hizo todavía más indispensable en los años 60, con el desarrollo de las técnicas de exploración espacial, y entonces la necesidad de poder predecir el

comportamiento de mecanismos en situación de cero gravedad. La experimentación era, sino posible, muy compleja y costosa y se necesitaba entonces utilizar otras herramientas de diseño, como son las simulaciones dinámicas mediante computadoras.

Luego, frente al costo que representa desarrollar prototipos y experimentos, los beneficios encontrados en herramientas de simulación, permitieron ampliar el uso de simulación a nuevos campos de diseño de mecanismos y sistemas dinámicos, como son vehículos, mecanismos como tal y sistemas robotizados, entre otros.

Los fundamentos de las teorías sobre comportamiento dinámico de sistemas mecánicos, surgieron en base a los trabajos de Newton sobre análisis de partículas libres, Euler sobre reacciones entre cuerpos rígidos y finalmente LaGrange sobre las restricciones a los movimientos de ciertos mecanismos o configuraciones.

Para este tema es importante partir del concepto de que el movimiento de los cuerpos está dado por la cinemática del sistema, y el comportamiento dinámico se compone por cambios de posición, velocidad y aceleración de cada cuerpo. Con estos datos en cada instante de tiempo se pueden obtener gráficas de la evolución del sistema en el tiempo (posición, velocidad, aceleración, fuerzas, etc.) y animaciones gráficas que permiten visualizar en 3D dichos movimientos.

Así como se puede obtener un esquema muy aproximado a la realidad sobre los movimientos y comportamiento de un sistema, también se puede obtener datos sobre fuerzas, cargas y sus distribuciones y efectos dentro del sistema. Como complemento de esta técnica se utiliza herramientas basadas en la Teoría de elementos finitos que permite analizar deformaciones, fatiga, y resistencia de los materiales, adoptando propiedades teóricas de los mismos. Así se logra obtener un diseño digital previo a un primer prototipo. La combinación de estas dos Técnicas (Multicuerpo y Elementos Finitos) contribuye inmensamente a la ingeniería y diseño ya que suprimen costos y dan un primer plano de diseño basado en los requerimientos iniciales del proyecto a realizarse. En la actualidad no hace falta construir un sistema para probarlo, se puede diseñar y simular mucho antes que se

tenga que construir, y posteriormente optimizar. La construcción de prototipos sigue siendo fundamental, ya que estas simulaciones y diseños son simplemente teóricos, pero se logra la construcción de un primer prototipo con mayores prestaciones.

Existen muchos campos dentro de la ingeniería en los que se puede aplicar la teoría multicuerpo para obtener buenos resultados

Dentro de las aplicaciones que podemos mencionar están:

- Simulación dinámica de Vehículos (automóviles, aviones, trenes, etc.)
- Robótica
- Motores de combustión.
- Biomecánica
- Ingeniería Aeroespacial (Multibody system)[11]
- Aplicaciones militares
- En general cualquier sistema en el cual se pueda definir cuerpos, movimientos y restricciones. (Adams the multibody dynamics simulation solution)[12]

1.5 Descripción Suspensión Push Rod y Pull Rod

La suspensión de un vehículo con ruedas constituye un sistema indispensable en cuanto a la maniobrabilidad y estabilidad, su propósito principal es mantener los neumáticos en contacto con el piso el máximo tiempo posible, garantizando así el control de la dirección y propulsión, que se traduce en estabilidad y maniobrabilidad. Para efectos de este proyecto en específico el confort que brinda la suspensión al piloto no es una prioridad; en las carreras se sacrifica el confort por control.

Muchos parámetros de la suspensión se pueden regular. Los principales son el camber, el caster y el toe, como lo muestra la figura 1.1

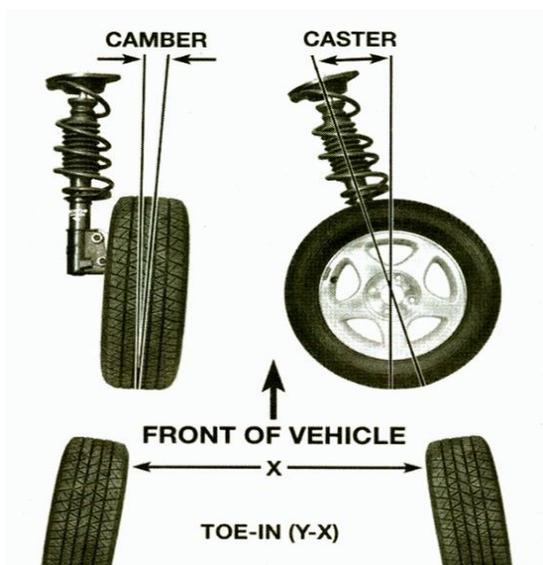


Figura 1.1 Caster Camber y Toe

El toe es básicamente el paralelismo de las ruedas directrices, con esto aseguramos que la resistencia al movimiento longitudinal sea mínima, y asegurando su estabilidad en línea recta.

El camber es el paralelismo de las ruedas con el piso, el camber garantiza la mayor cantidad de área del neumático en contacto con el piso, maximizando la adherencia.

El caster es el ángulo de avance de las ruedas en relación al amortiguador. Este parámetro permite regular la tendencia del prototipo a tener sobre viraje o sub viraje, como lo muestra la figura 1.2

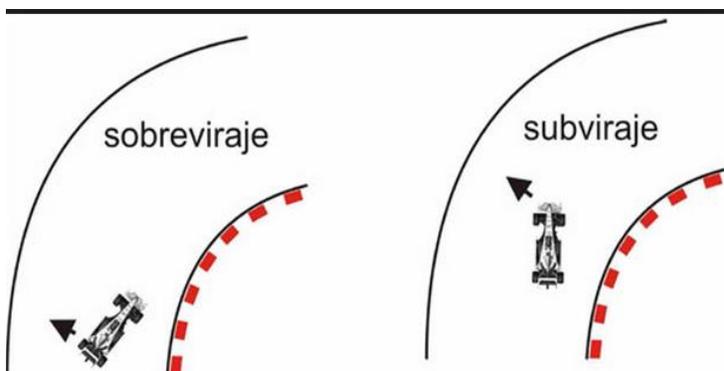


Figura 1.2 Sobre viraje y Sub viraje

Con todos estos parámetros se puede lograr configuraciones interesantes que mejoren la estabilidad en curva, frenado aceleración, etc.

La suspensión dependiente es aquella en la cual las dos ruedas del mismo eje dependen en sus movimientos una de otra. (The suspension bible)[13] Estas pueden tener como elemento de resorte un espiral o ballestas. Se las conoce más como suspensión de eje Rígido, como puede verse en la figura 1.3.

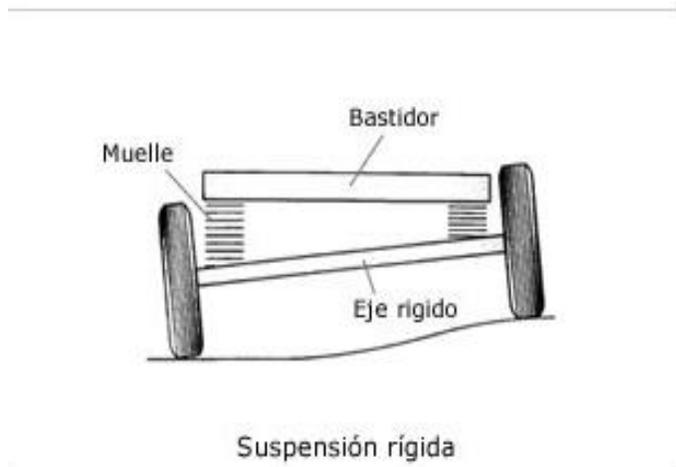


Figura 1.3 Suspensión dependiente (eje rígido)

Este tipo de suspensión se caracteriza por su resistencia y su flexibilidad en cuanto a recorrido del neumático; por estas razones su principal aplicación es vehículos Off-road y vehículos de carga o servicio pesado. Es una suspensión mucho más simple, con menos piezas móviles.

En la suspensión Independiente como se ve en la figura 1.4, cada neumático se mueve de forma que no afecta a ninguna otra rueda, así este se encuentre en el mismo eje (Technical specifications)[14]; esta suspensión permite muchas más configuraciones en cuanto a la calibración de los ángulos de camber, caster y toe; posee ventaja en confort y desempeño respecto a la suspensión dependiente.

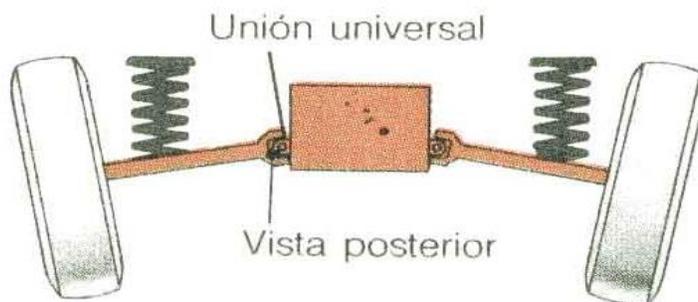


Figura 1.4 Suspensión Independiente

Este tipo de suspensión se lo utiliza en la mayoría de vehículos de calle On -road, por efectos de seguridad y comodidad. Dentro de esta clasificación, existen las suspensiones tipo McPherson y suspensiones de doble trapecio o A-SHAPED, como se aprecia en la figura 1.5

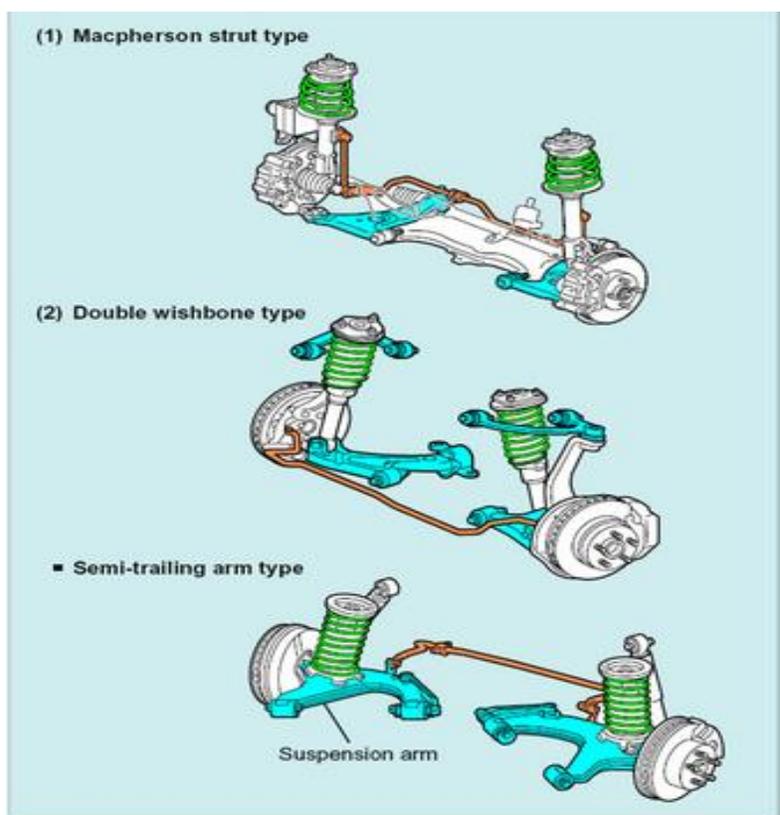


Figura 1.5 Suspensión McPherson y Suspensión Doble Trapecio

Como se puede ver en la figura 1.5, la suspensión tipo McPherson solamente tiene una mesa o brazo de suspensión inferior. La de doble trapecio, dispone de dos mesas, la mesa superior regula el ángulo de camber. Esto hace que la McPherson sea más liviana pero menos resistente, debido a la ausencia de otro brazo de suspensión superior, el amortiguador es el elemento que le da el ángulo de camber. Con 0 grados de camber, un neumático debería estar perpendicular a un terreno plano. Este tipo de suspensión es el más utilizado en automóviles de todas las marcas.

Con la suspensión de doble trapecio se obtiene mayor rigidez y resistencia; este tipo de suspensión se lo encuentra en vehículos como SUV y de off -road que no quisieron sacrificar confort y rendimiento dejando de lado la resistencia. (Double wishbone suspension)[15]

En el mundo de vehículos de alto desempeño, tipo súper autos o autos de competencia, se requiere una suspensión resistente para soportar las cargas generadas por un auto deportivo, y un rendimiento de estabilidad para considerarlos como súper autos y aun así no descuidar el confort. Para ello se adoptó la opción de suspensiones independientes de doble trapecio en su mayoría. Dentro de esta familia de alto rendimiento existen variaciones a las configuraciones tradicionales. Estas se denominan Pull-Rod y Push-Rod y ambas buscan permitir una ubicación más apropiada del resorte-amortiguador de la suspensión y bajar el centro de masa del vehículo. Estos dos tipos de suspensiones son desarrolladas e inspiradas en los autos de competición. El mejor ejemplo es en la categoría máxima de autos de carreras en circuitos como la Fórmula 1; de esta categoría se han adoptado muchos beneficios, los mismos que se incluyen en la actualidad en coches de altas prestaciones y lujo como Ferrari, Lamborghini, Pagani etc.

Push-rod consiste en una suspensión independiente de doble trapecio en la que el elemento que acciona el amortiguador es sometido a compresión. Por el otro lado, en la suspensión Pull-rod, el elemento que acciona el amortiguador, está sometido a tracción. (Pushrod-pullrod)[16] En estas configuraciones, visibles en la figura 1.6,

existe un elemento adicional que acciona el amortiguador, lo que permite ubicar al amortiguador y el resto de piezas del sistema en lugares que beneficien la posición baja y la aerodinámica del vehículo.

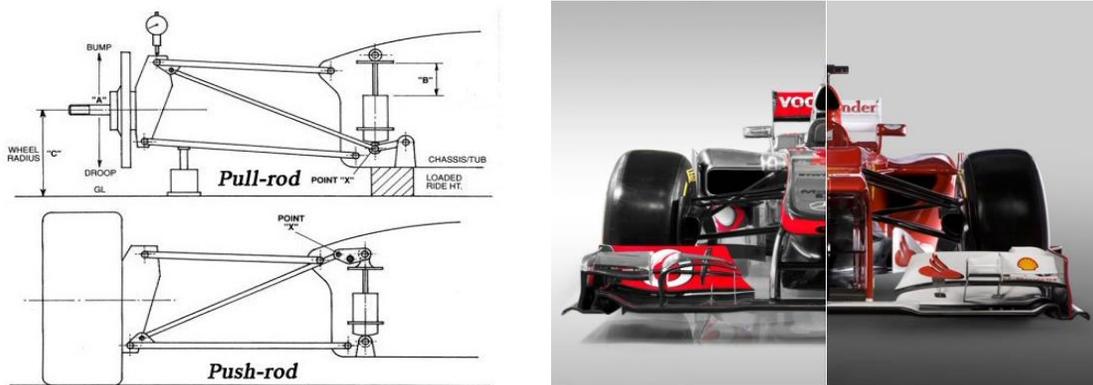


Figura 1.6 Suspensiones Push-rod y Pull-rod

En la figura derecha, al lado izquierdo tenemos la configuración push-rod y al derecho la configuración pull-rod.

1.6 Este proyecto

Este proyecto de tesis nace hace algunos años, primero por el interés de los autores en los autos y suspensiones, y luego por la necesidad de utilizar las herramientas que se han ido adquiriendo para aplicar la teoría Multibody Dynamics, en la Universidad San Francisco de Quito. La idea nació con la lectura de proyectos de tesis previos y proyectos de clases; la tesis de construir un Buggy a cargo de Juan José Ponce y de Andrés Guijarro, es el punto de partida. Posteriormente en la clase de Ingeniería Automotriz como proyecto del semestre se diseñó y construyó a escala un modelo del chasis de un formula SAE. El primer diseño del buggy tuvo algunas falencias en cuanto al diseño, y se vio la necesidad de mejorar esto haciendo un análisis y simulación previos con las herramientas ya adquiridas. Por otro lado, la fórmula SAE iba adquiriendo prestigio y ya con un chasis diseñado y con algo de conocimiento en esta nueva categoría de competición, sumando el deseo de formar un equipo e incursionar en estas competiciones como universidad, se decidió generar un aporte directo en el diseño del Formula SAE USFQ. Así, son muchos los

factores que se juntaron para dar impulso a este proyecto. Simulación dinámica de la suspensión de un fórmula SAE.

En el presente trabajo se busca implementar un modelo de la Formula SAE cuyo chasis fue previamente diseñado, y comparar las suspensiones Push-Rod y Pull-Rod, con el objetivo de establecer los parámetros para seleccionar la suspensión más apropiada, en cuanto a estabilidad, peso y resistencia. Así, el objetivo general del presente proyecto es comprobar las ventajas del uso de la suspensión pull-rod en términos de comportamiento frente a la suspensión push-rod. Esta comprobación, se hará a través de una simulación dinámica y pruebas de cada tipo de suspensión.

La metodología y técnicas que se van a utilizar para el diseño de este proyecto son:

- Investigación Bibliográfica
- Diseño del vehículo, con la ayuda de la herramienta Soliworks
- Modelación y Simulación con la teoría Multibody Dynamics y la herramienta MBSYSLAB

Para lograr el objetivo general antes mencionado, se procederá a construir un modelo del FSAE y simular su comportamiento dinámico en las pruebas descritas a continuación, y que son representativas de la realidad en la cual el vehículo deberá desenvolverse. Como es costumbre al momento de estudiar el comportamiento dinámico de vehículos, se empezará con pruebas de un cuarto de carro, esto es una suspensión con una rueda, para luego continuar con pruebas del vehículo entero, en una segunda fase de simulaciones.

Las pruebas a realizarse con el modelo construido son:

1. Cuarto de Carro (comparación entre pull-rod y push-rod) ver figura 1.7

- Caída de 10 cm
- Grada de 5 cm

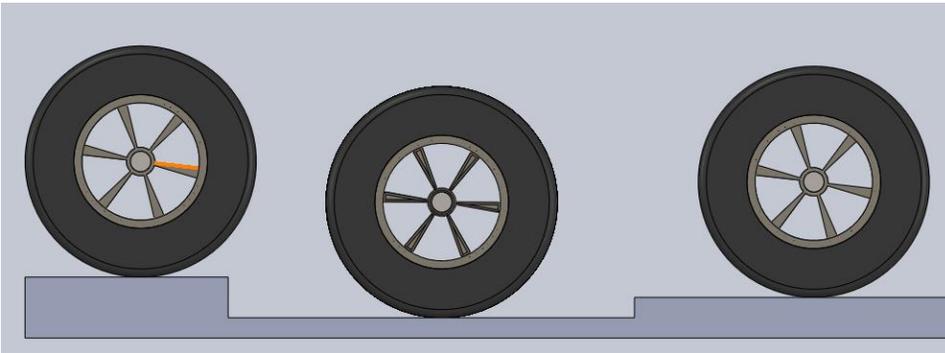


Figura 1.7 Caída vertical 10 cm y grada 5 cm (grafico a escala)

2. Para el vehículo entero se realizaron: (pull-rod)

- Piso sinusoidal intercalado
- Grada en un solo lado izquierdo o derecho
- Cambio de carril (moose test) ver figura 1.8
- Curva

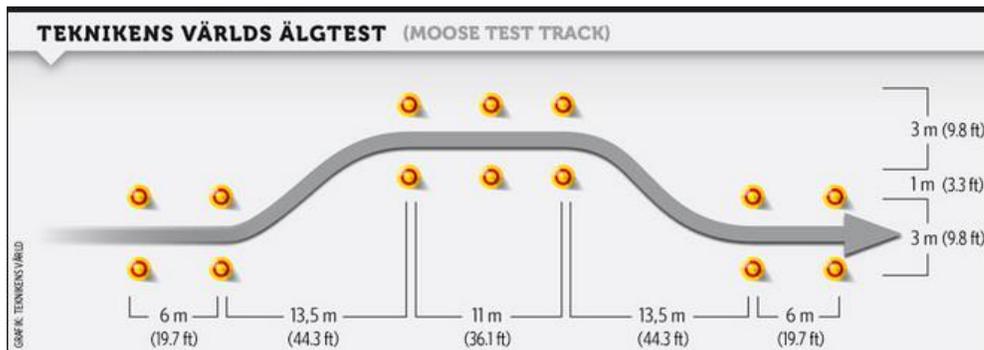


Figura 1.8 Moose test.

En base a lo expuesto, los objetivos específicos de este proyecto son:

Construir modelos 3d del formula SAE

- Analizar comportamiento dinámico del vehículo
 - Dinámica Vertical
 - Dinámica Lateral
- Comparar las suspensiones Push-Rod y Pull-Rod

2.- MODELO A ESCALA DE LA SUSPENSION PUSH-ROD Y PULL-ROD.

2.1 Introducción

Como punto de partida de este proyecto, se utilizó el resultado del diseño de chasis realizado por los alumnos de la clase de Ingeniería Automotriz durante el segundo semestre 2011-2012. Este chasis fue diseñado mediante la herramienta CAD, Solid Works, en base a los requerimientos y exigencias de la FSAE. El resultado de este diseño es el chasis que se visualiza en las figuras 2.1, 2.2, y 2.3

La categoría de competición formula SAE, posee reglamentos muy específicos y extensos los mismos que determinan e influyen mucho en el diseño del chasis y de todo el vehículo en conjunto. Existen regulaciones sobre el tipo de material, las dimensiones mínimas y máximas, la altura, el peso y las cargas o fuerzas que debe ser capaz de resistir el modelo.

2.2 Principales Reglas de la Fórmula SAE.

Las siguientes reglas son oficiales y actualizadas hasta el 2012. Para efectos de nuestro proyecto se mencionará todas las que tengan que ver con el diseño de chasis y suspensión, por ejemplo dimensiones, pesos, y resistencias.

- El vehículo debe acomodar a una persona de estatura con el 5to percentil en mujeres y el 95avo percentil en hombres, y satisfacer los requerimientos de la FSAE
- 95avo percentil ver figura 2.1
 - Círculo C de 200 mm de diámetro representa las caderas y asiento.
 - Círculo B de 200 mm de diámetro representa los hombros y zona cervical.
 - Una línea de 490 mm de largo une los 2 círculos C y B.
 - Círculo A de 300 mm de diámetro representa la cabeza con casco del piloto.
 - Una línea de 280 mm representa la unión del círculos A y B.

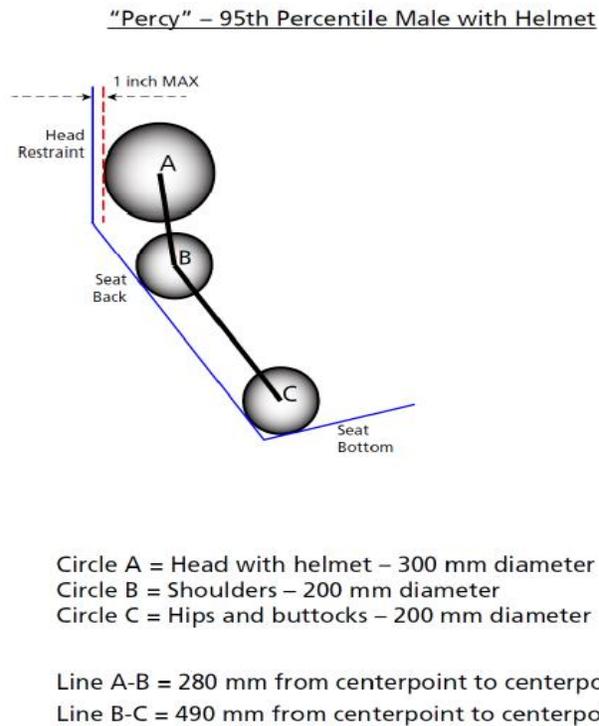


Figura 2.1 Esquema gráfico espacio físico del piloto

Como resultado de la aplicación de todas las reglas de diseño, y requerimientos técnicos mencionados a continuación, se puede ver en las figuras 2.2 y 2.3 el modelo 3D del chasis de Formula SAE USFQ

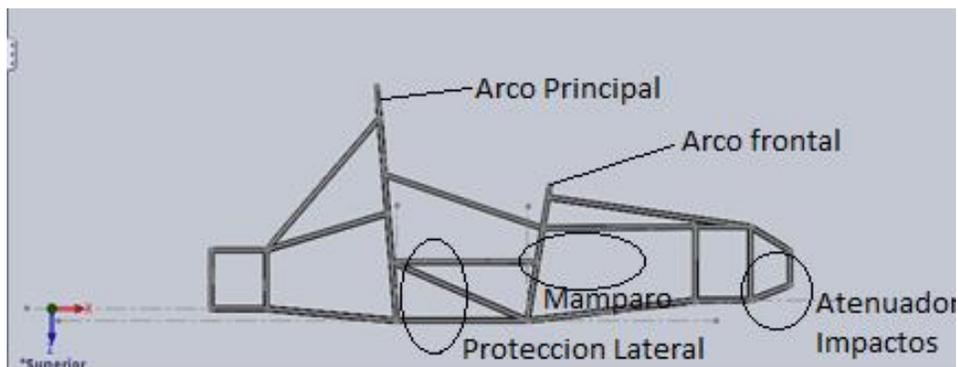


Figura 2.2 Vista lateral del chasis

En la figura 2.2 se pueden identificar elementos como el atenuador de impactos, el mamparo, o habitáculo del piloto, los arcos antivuelco principal y frontal, y los elementos de protección lateral.

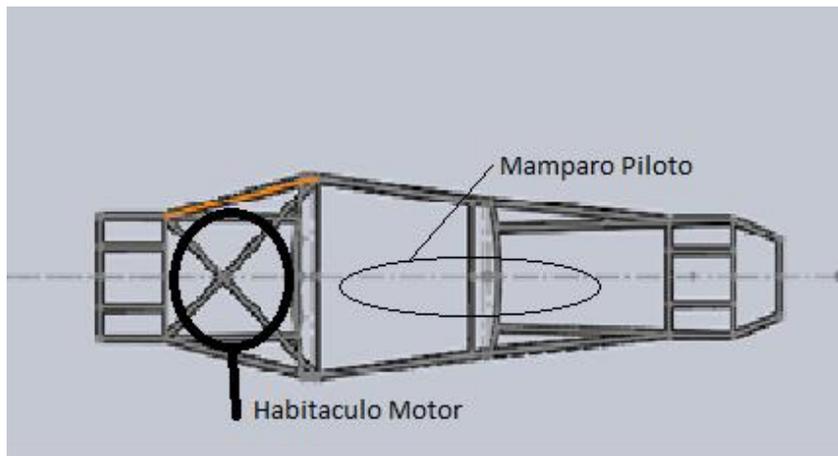


Figura 2.3 Vista superior del chasis

El habitáculo del motor, y el mamparo donde va el piloto también son fácilmente identificables en la figura 2.3.

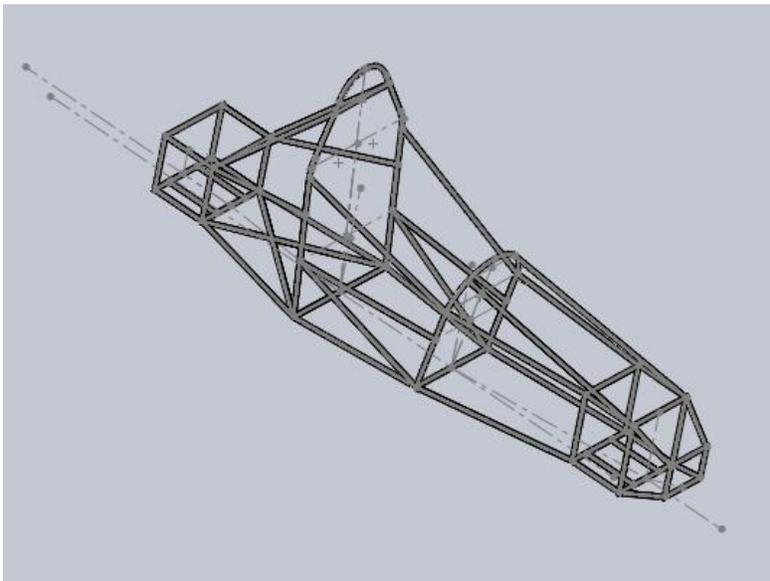


Figura 2.4 Vista isométrica del chasis

En la figura 2.4 se puede ver el modelo de chasis que cumple con todas las medidas generales, reglas y requerimientos técnicos impuestos por la categoría de competición formula SAE.

2.3 Requerimientos técnicos. (2009 formula SAE rules, 2008)[7]

- El auto debe tener 4 neumáticos descubiertos, y el habitáculo del piloto descubierto. Los 4 neumáticos no deben estar en una misma línea recta.
- No debe haber aberturas en la carrocería desde la parte delantera hasta atrás de la barra antivuelco, solo las mínimas para cualquier componente alrededor de la suspensión delantera.
- La distancia entre ejes debe ser mínimo de 60 pulgadas, medidas con las llantas alineadas hacia adelante desde sus centros de contacto.
- El ancho del eje delantero o posterior no debe ser menos al 75% del ancho del mayor.
- Debe tener un arco principal justo por encima o atrás del torso del piloto.
- Debe tener un arco frontal por encima de las rodillas del piloto y cercano al volante, debe sobre salir por encima de sus manos.
- El mínimo radio de cualquier doblez de tubo debe ser al menos 3 veces el diámetro del tubo, medido desde la línea central del mismo
- El arco principal y el frontal deben ser unidos a la estructura primaria con triangulación de tubos o soportes especiales.
- El arco principal debe ser construido de una sola pieza de tubo de acero
- Está prohibido utilizar aluminio en el arco principal.
- Debe extenderse desde la parte más baja del chasis del auto hasta la más alta y otra vez hacia abajo en una solo pieza.
- El arco frontal puede ser construido de dos piezas de tubo con los estándares requeridos, y debe ir de la parte más baja hacia arriba y de nuevo hacia lo más bajo del chasis.
- El arco frontal debe siempre estar por encima del volante en cualquier posición.

- El arco frontal no puede estar más de 9.8 pulgadas adelante del volante de dirección.
- Los pies del piloto deben estar contenidos en la estructura de impacto frontal.
- Adelante del mamparo frontal debe existir un atenuador de impactos.
- Atenuador de impacto debe ser de 200 mm de largo 100 de alto y 200 de ancho mínimo.
- El atenuador de impacto debe absorber 7350 joules de energía.
- Si el auto de 300 kg choca con una pared inelástica a 7 m por segundo no debe exceder los 20g de desaceleración.
- La estructura lateral de impactos debe estar a un costado del piloto, debe componerse de 3 tubos, el primero y superior debe unir el arco principal con el frontal.
- Debe estar a una altura entre 300 y 350 mm desde el suelo.
- El tubo inferior debe unir la base de arco principal con el arco frontal.
- Debe existir un tubo diagonal que una el tubo superior e inferior de la estructura lateral de impactos.
- El vehículo debe estar equipado con suspensión en las 4 ruedas con amortiguadores.
- Debe tener un recorrido mínimo de 2 pulgadas, 1 en compresión y otra en extensión.
- La altura del chasis debe ser la mínima para garantizar que ningún elemento a excepción de las llantas toque en suelo en cualquier circunstancia.
- Los aros deben ser de al menos 8 pulgadas de diámetro.
- La dirección debe ser mecánica, prohibida la conexión por cables.
- El chasis debe tener un punto donde poner el gato capaz de soportar todo el peso del vehículo.
- Debe poder ser visto a 3 pies de distancia, pintado de naranja y de 300mm de largo mínimo hecho de tubo redondo de 25 a 29 mm de diámetro.
- En posición de chequeo debe tener una altura mínima de 3 pulgadas desde el tubo al suelo.

- Con la base del tubo a 200 mm del suelo las llantas no deben tocar el suelo con la suspensión totalmente extendida.
- El auto no debe volcarse en una pendiente lateral de 60 grados con el conductor más alto conduciendo.
- Ver anexos technical drawings

2.4 Herramienta CAD (Solid Works):

Solid Works es una herramienta de diseño específica para utilizar con la plataforma Microsoft Windows, que se creó en 1995 con el propósito de competir con programas como Catia, AutoCAD Mechanical, Inventor, Solid Edge, NX, Pro Engineer entre otros.

El programa permite modelar piezas, ensamblajes y obtener de ellas datos como planos o propiedades físicas e información necesaria para poder producirlas.

Partiendo del modelo que se observa en la figura 2.4 se crea un ensamblaje con cada tipo de suspensión que es propósito de comparación en este proyecto. A este diseño de chasis, se le agregó las cuatro suspensiones requeridas para completar el diseño del vehículo y entonces poder simular su comportamiento dinámico.

Cada pieza es un archivo independiente y luego se crea un ensamblaje en el que se unen todas las piezas en conjunto con ciertas restricciones como restricciones de posición, movimiento y tipos de unión como soldadura, perno y pivote. Se crearon diferentes suspensiones tipo Pull-rod y Push-rod manejándose un diseño modular para fácilmente intercambiar el tipo de suspensiones.

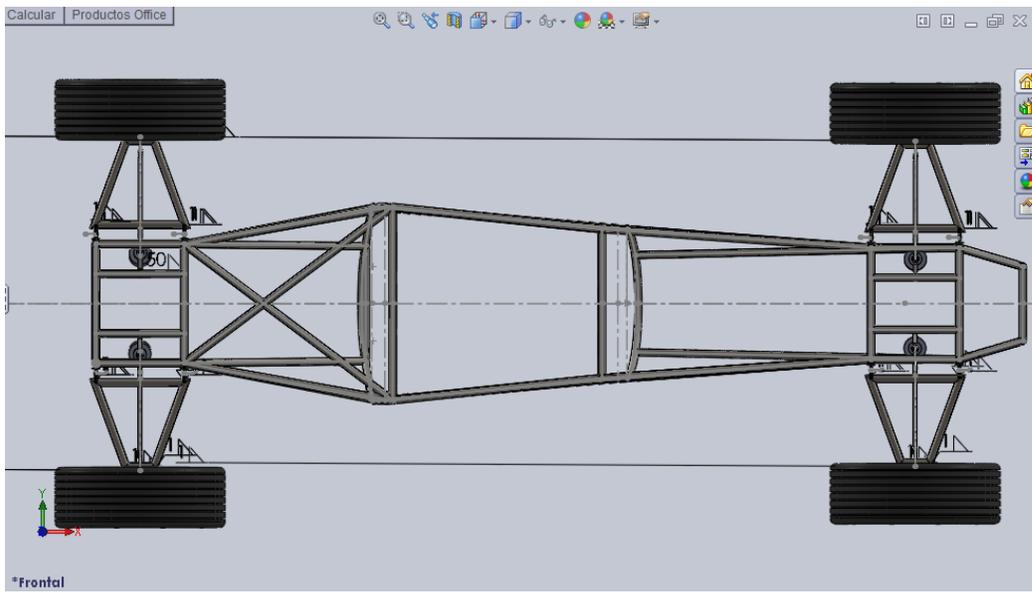


Figura 2.5 Vista superior del ensamble Pull-rod

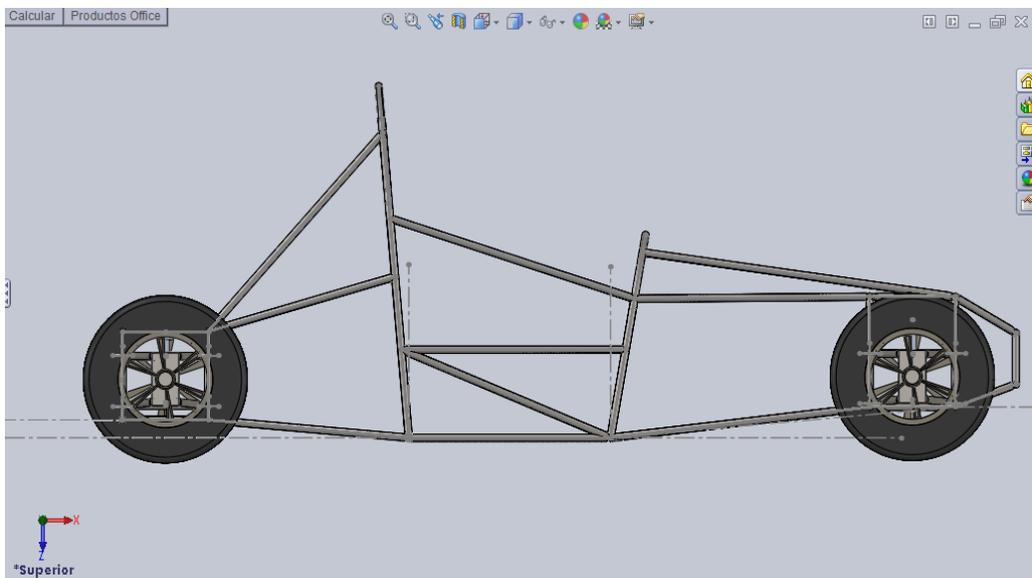


Figura 2.6 Vista lateral del ensamblaje Pull-rod

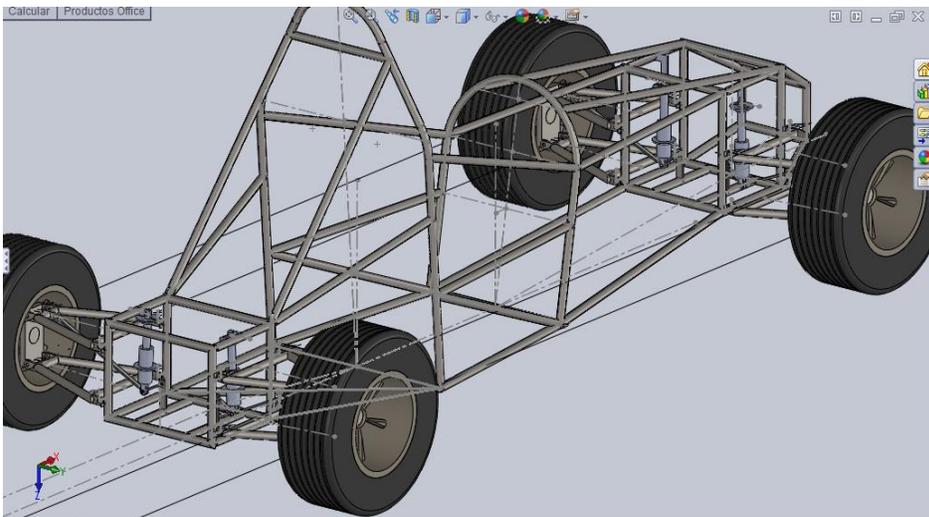


Figura 2.7 Vista isométrica del ensamblaje Pull-rod

En las figuras 2.5, 2.6, 2.7 se puede observar las distintas vistas del ensamblaje completo de la configuración pullrod.

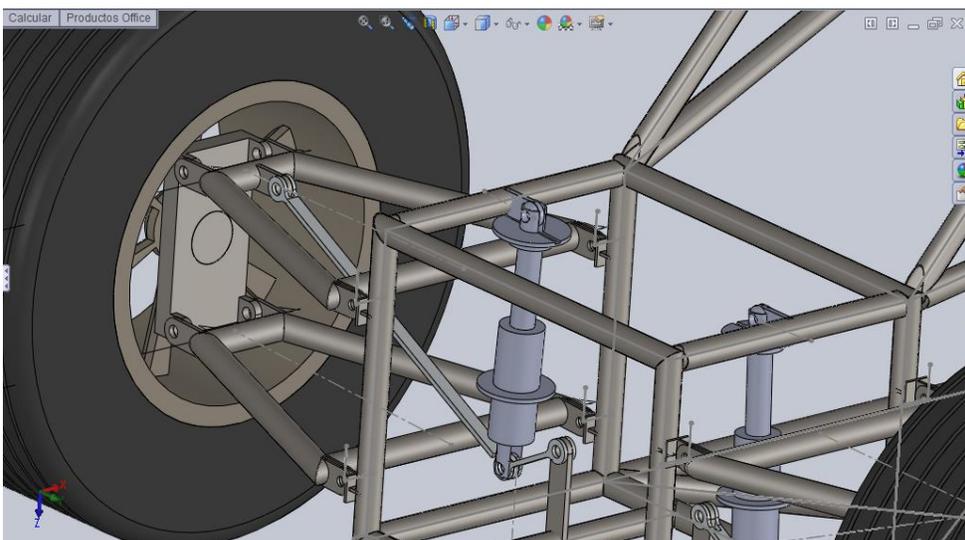


Figura 2.8 Vista detalle posterior Pull-rod

Aquí en la figura 2.8 se pueden identificar los brazos de suspensión o mesas, así como el amortiguador y las barras inclinadas que accionan el amortiguador, esta barra se encuentra sometida a tracción.

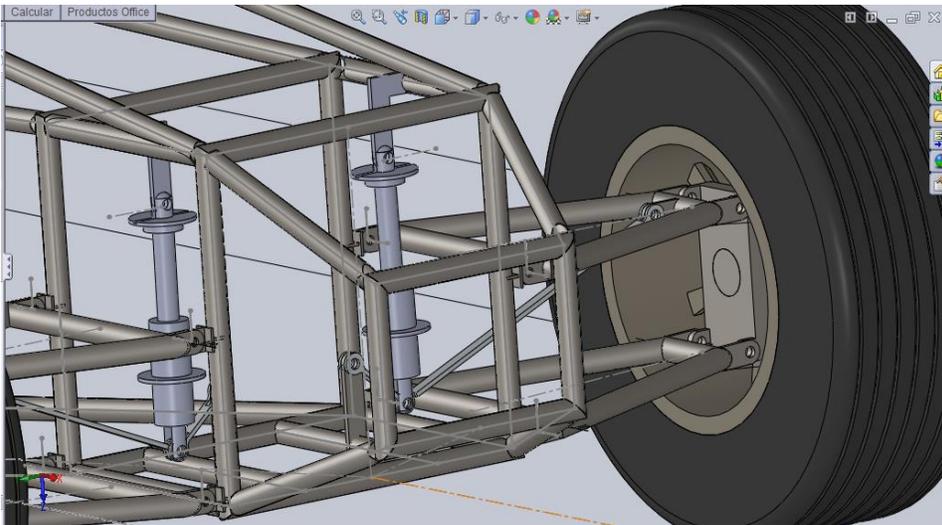


Figura 2.9 Vista detalle delantero Pull-rod

De la misma manera en la figura 2.9 se pueden identificar claramente todos los elementos de la suspensión delantera, así como la manzana y un esquema de lo que sería el eje de propulsión y el neumático con su aro.

El esquema final del diseño de la suspensión Push-rod para este proyecto comparte las mismas características del Pull-rod propiedades físicas y mecánicas y un esquema real de lo que sería una futura construcción como lo indican las figuras 2.10, 2.11, 2.12 en sus distintas vistas.

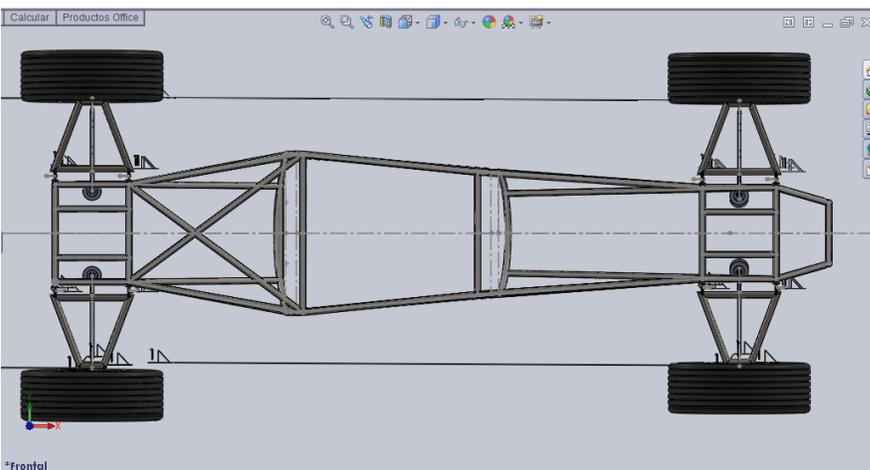


Figura 2.10 Vista superior del ensamblaje Push-rod

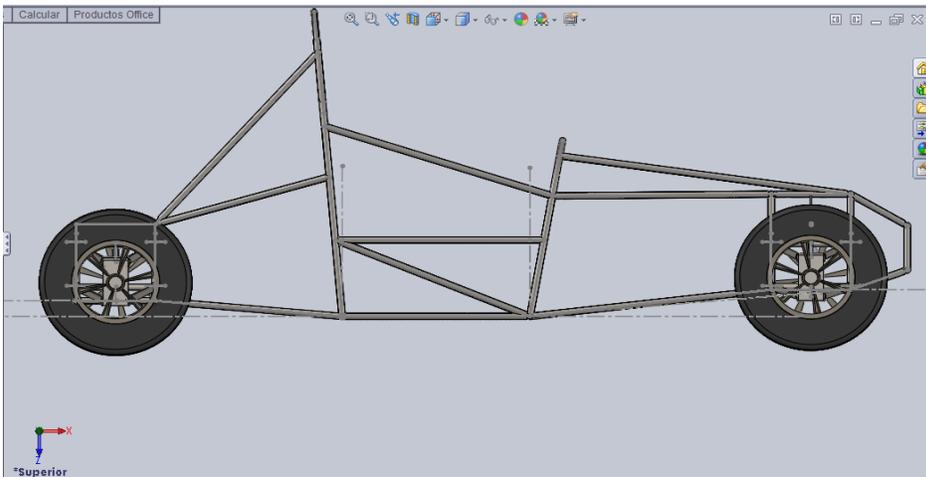


Figura 2.11 Vista lateral ensamblaje Push-rod

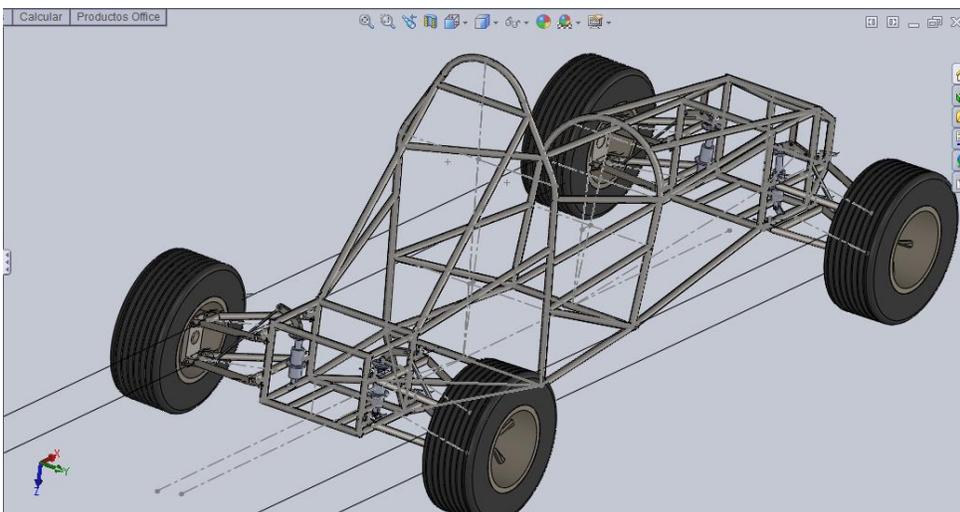


Figura 2.12 Vista isométrica de ensamblaje Push-rod

En las figuras 2.13 y 2.14 respecto a las figuras 2.9 y 2.8 se puede diferenciar claramente la posición de la barra que acciona el amortiguador así como un par de elementos que difieren en estas dos configuraciones; se mantienen elementos como las mesas o brazos de suspensión, neumáticos, etc.

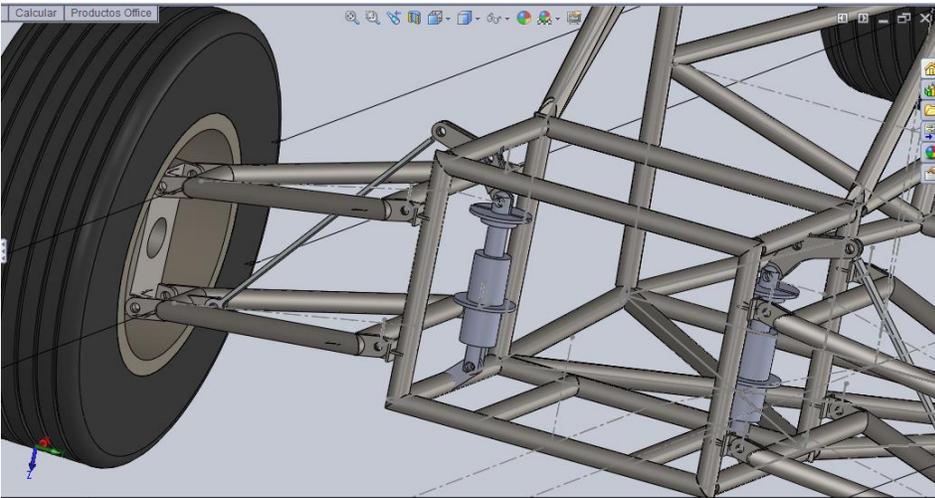


Figura 2.13 Vista detalle posterior Push-rod

Claramente se puede observar que la orientación de la barra principal de la suspensión es opuesta a la presente en la configuración pull-rod, ésta trabaja a compresión, y existe un elemento que hace pivote y comprime el amortiguador como indica la figura 2.13

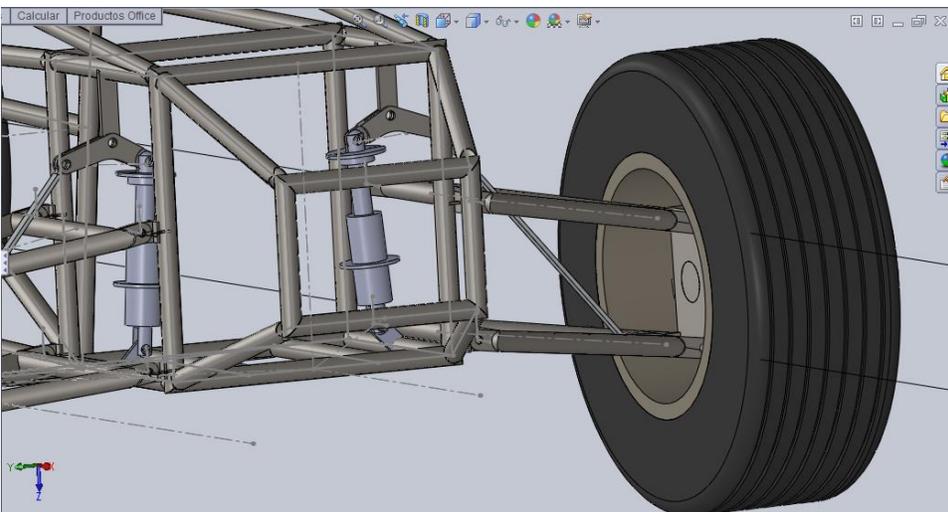


Figura 2.14 Vista detalle delantero

Solid Works es una herramienta muy versátil que permite hacer análisis de elementos finitos, el mismo que consiste en obtener esfuerzos deformaciones y datos sobre propiedades mecánicas y físicas de los elementos. Al poder uno escoger materiales gracias a una amplia base de datos dentro del mismo programa, se

pueden obtener incluso pesos, inercias, centros de masas y otros datos con una muy buena aproximación a la realidad, y que son esenciales en la elaboración de la siguiente etapa de nuestro proyecto que es la simulación. Esta herramienta fue muy útil en el diseño ya que aportó datos como centros de masa, pesos, e inercias; importantes en nuestro proyecto.

Para poder realizar una simulación con la ayuda de Robotran y Matlab se necesitan datos reales como masa, centro de gravedad, inercias en los ejes X, Y y Z y Solid Works nos proporciona todos estos datos de manera muy exacta y fácil. De ahí la necesidad de dibujar cada una de las piezas y hacer un ensamblaje real del modelo.

2.5 Despiece del modelo analítico CAD (Solid Works):

La suspensión del automóvil, se puede observar en la figura 2.15. En ésta se observan la configuración y algunos de los componentes de la suspensión.

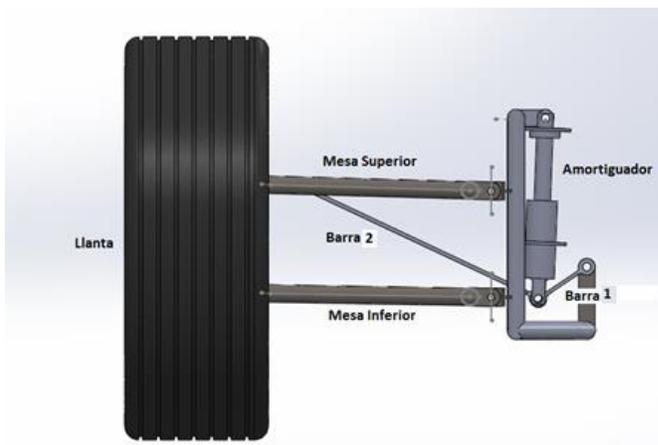


Figura 2.15. Suspensión Pullrod.

En las figuras 2.16 hasta 2.27 se presentan los modelos sólidos 3D de los diferentes componentes que forman las suspensiones antes mencionadas. Estos fueron utilizados para estimar las propiedades dinámicas (masas, inercias, centro de masa, etc.) y las medidas utilizadas dentro del modelo Multicuerpo construido para el vehículo.

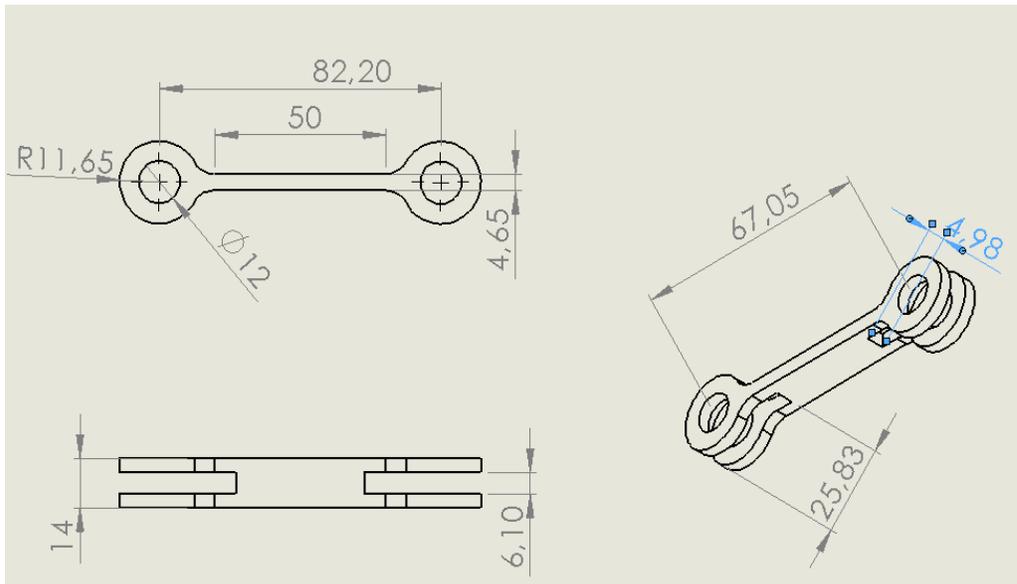


Figura 2.16 Barra 1

Figura 2.16 con un peso de 22 gramos, esta barra constituye una pieza fundamental en la configuración Pull-rod, la misma que se une a la barra2 que se mueve como resultado del movimiento de los neumáticos, y une estos dos elementos al amortiguador para así generar su accionamiento y el funcionamiento de la suspensión.

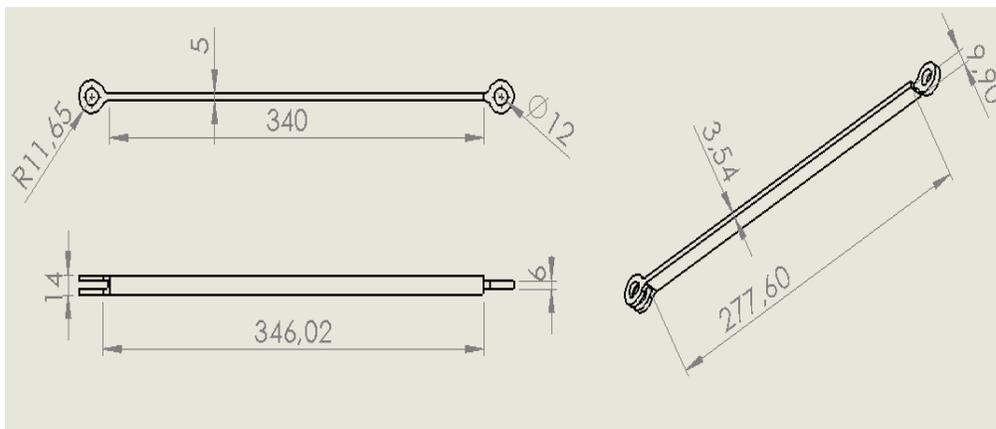


Figura 2.17 Barra 2

Esta barra de la figura 2.17 une la mesa inferior de la suspensión con la barra 1 figura 2.16 y con el amortiguador, con un peso de 77 gramos. Esta barra transmite la

traslación vertical del neumático hacia el amortiguador, desde las mesas, soporta la carga a tracción.

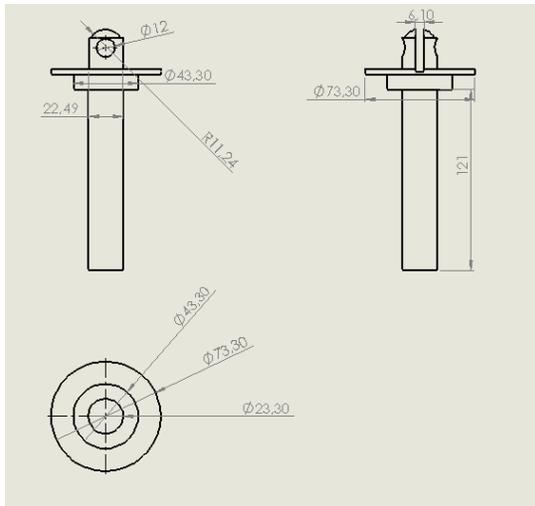


Figura 2.18 Amortiguador Pieza 1

Esta pieza figura 2.18 forma parte de un conjunto denominado amortiguador, pesa 87 gramos, y su movimiento es de compresión, el cilindro delgado de la parte inferior, ingresa en un cilindro hueco de su otro componente y mediante un resorte y fluidos de aceite se logra el amortiguamiento.

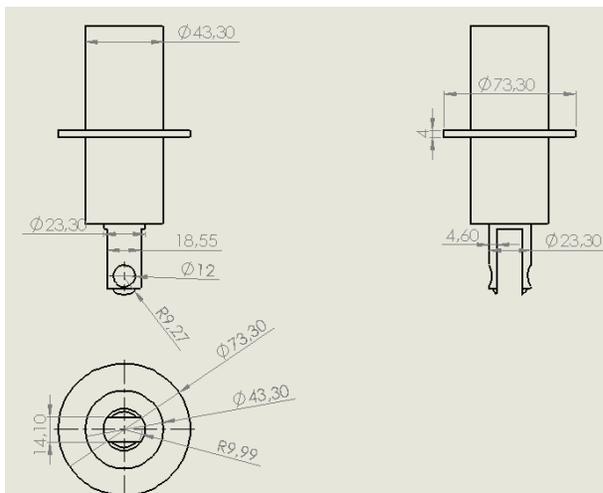


Figura 2.19 Amortiguador Pieza 2

La figura 2.19 constituye el complemento del conjunto llamado amortiguador pesa 135 gramos, este elemento entra desde la parte superior al otro componente figura 2.18 del amortiguador, juntos permiten dar control y estabilizar al modelo de FSAE.

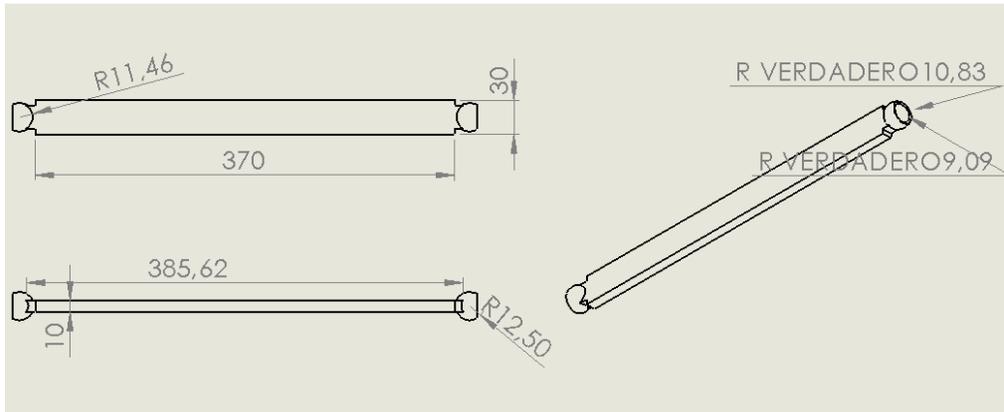


Figura 2.20 Barra de dirección lateral

Formando parte del conjunto de dirección la barra de la figura 2.20 une la barra central con la manzana, que a su vez genera una rotación en el neumático para darle dirección al modelo con 117 gramos de peso.

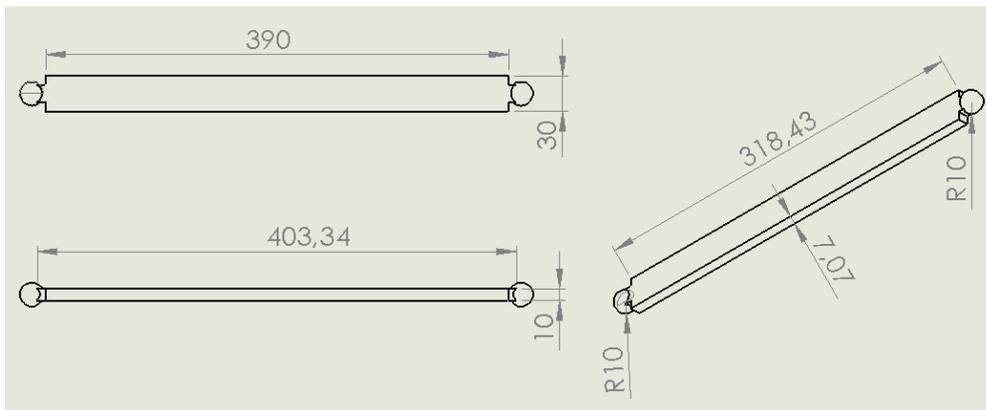


Figura 2.21 Barra de dirección central

La barra de la figura 2.21 transmite el movimiento del volante a las ruedas mediante una cremallera, pesa 990 gramos.

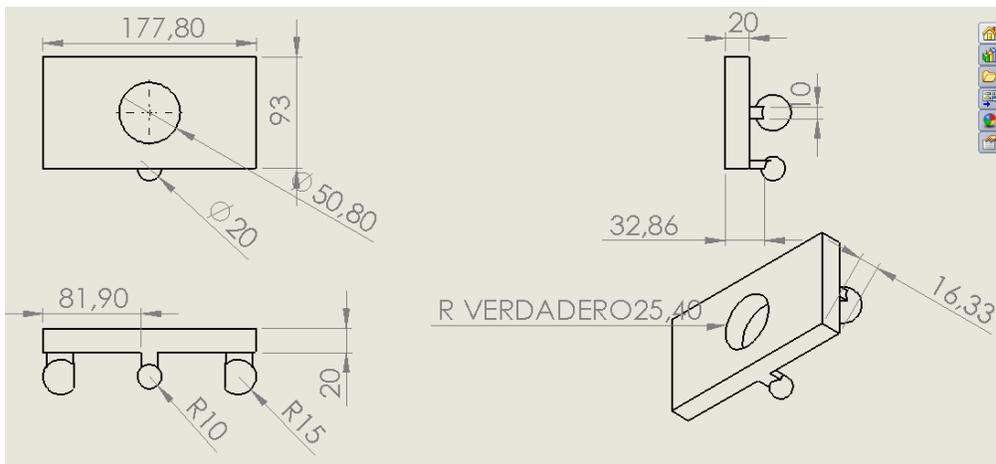


Figura 2.22 Manzana delantera

La manzana delantera figura 2.22 este elemento une al eje del neumático, la barra de dirección y las dos mesas de la suspensión, en este elemento convergen todos los componentes restantes de la suspensión, y pesa 2423 gramos.

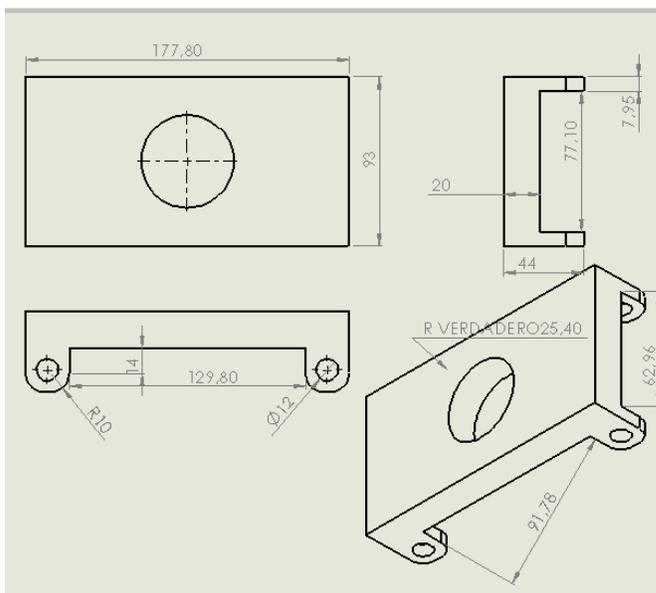


Figura 2.23 Manzana

La manzana posterior figura 2.23 es más simple por lo que no existe un sistema de dirección, así que cumple la misma función y une de la misma forma las mesas y el eje, cuenta con un peso de 2382 gramos.

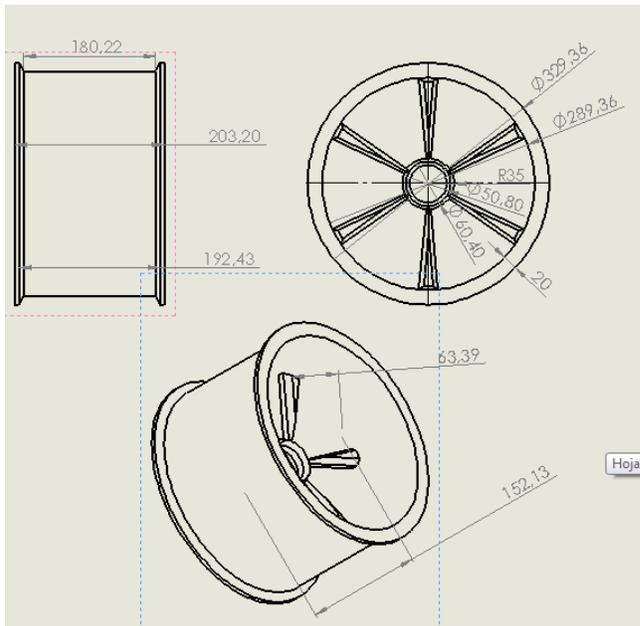


Figura 2.24 Aro

El aro figura 2.24 se une a la llanta o neumático figura 2.25, y transmite el movimiento motriz del eje, con un peso de 3164 gramos. Este elemento es fundamental para transmitir la rotación del eje como movimiento lineal del prototipo FSAE.

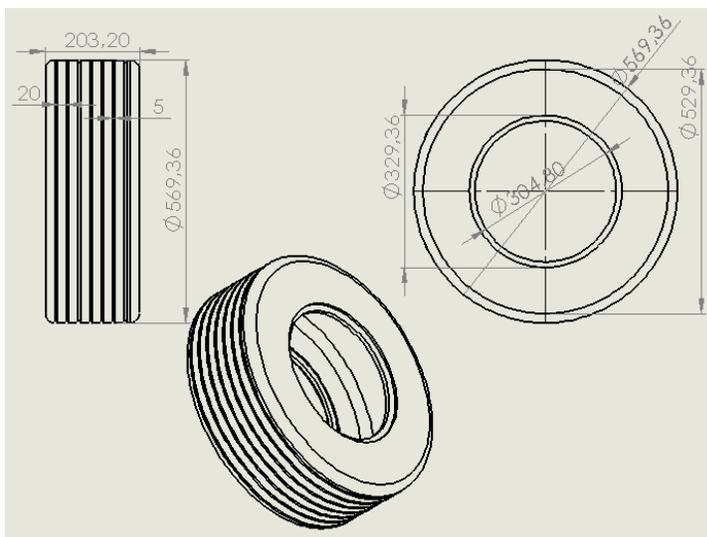


Figura 2.25 Llanta

Figura 2.25 es un elemento hecho de caucho con 11137 gramos de peso une el aro y toma contacto con el piso para transmitir su rotación en forma de traslación vertical en el eje z, este elemento transmite cualquier irregularidad del piso al coche, y forma parte activa del sistema de suspensión ya que no es un elemento rígido.

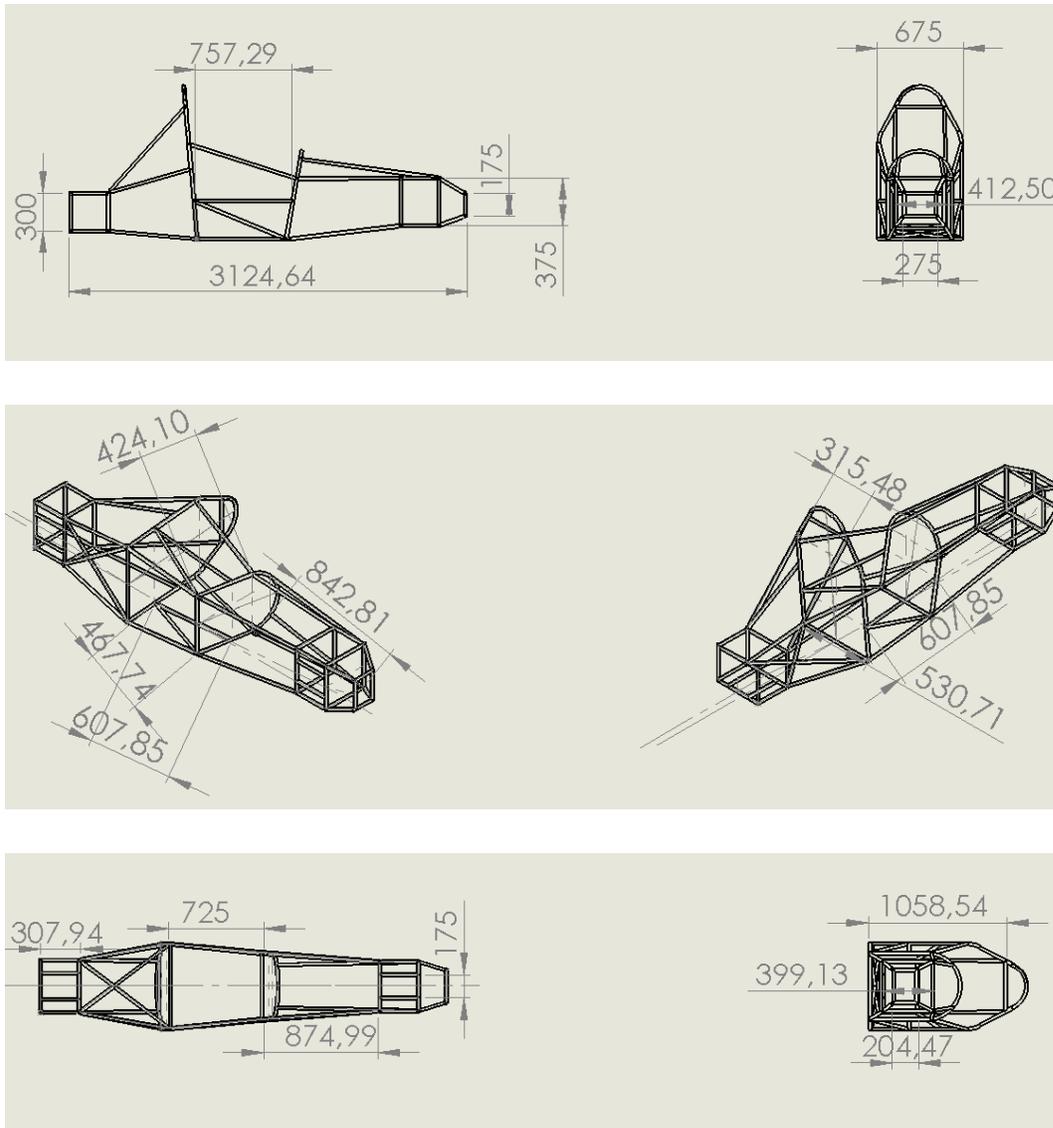


Figura 2.26 Chasis

El chasis figura 2.26 es el esqueleto del prototipo, pesa 18934 gramos y en este elemento se unen las barras de dirección, las mesas y los amortiguadores, al igual que los ejes.

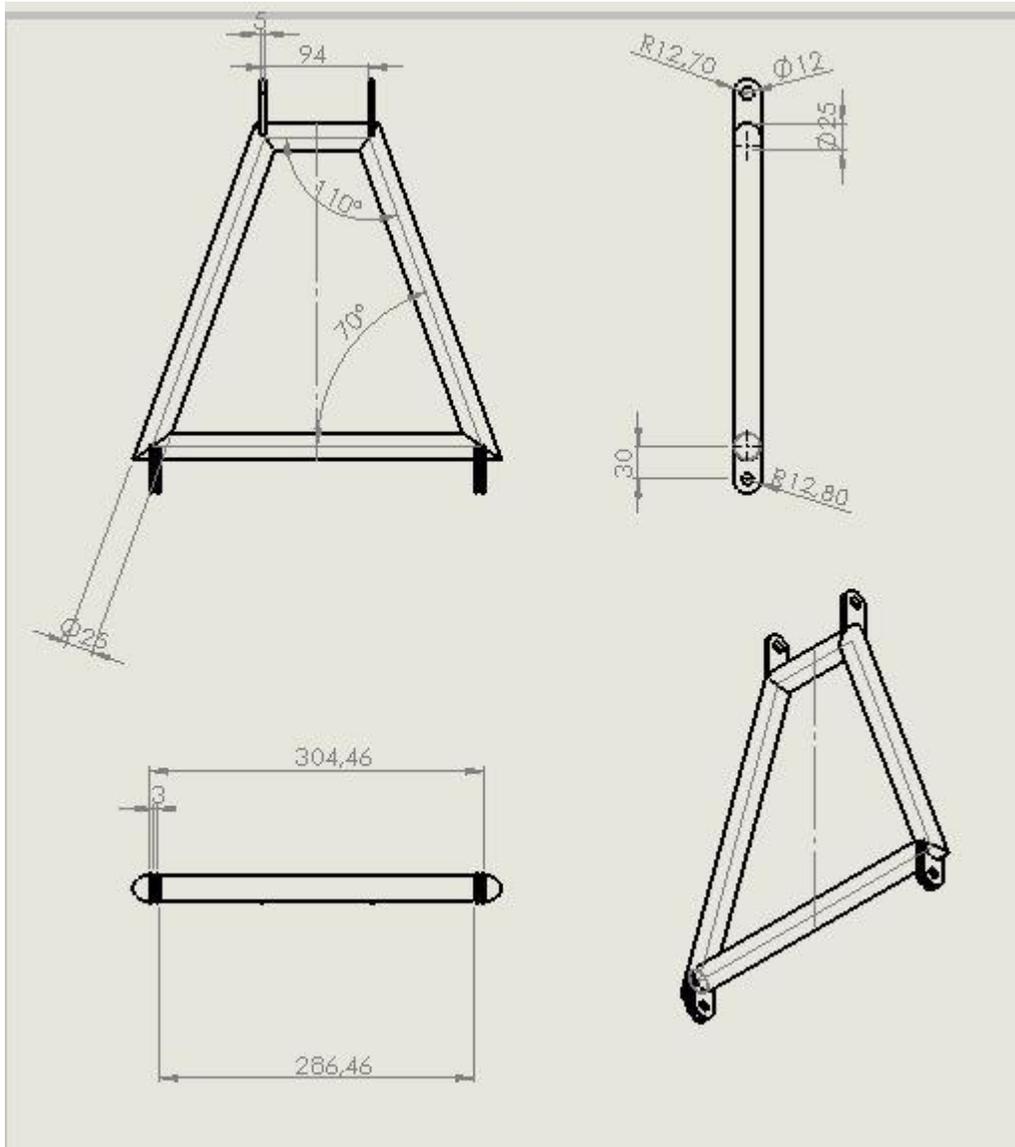


Figura 2.27 Mesa

La mesa correspondiente a la figura 2.27 con un peso de 580 gramos es el elemento clave de la suspensión, el mismo que une el neumático con el chasis, la manzana, y las barras principales de dirección y amortiguación.

3.-TEORÍA MULTICUERPO (MODELAMIENTO)

3.1 Introducción a la teoría Multicuerpo

La teoría multicuerpo se basa en el principio de que todo mecanismo se compone de cuerpos rígidos unidos por articulaciones. Todos los comportamientos dinámicos de estos cuerpos son regidos por las leyes de Newton y Euler. Una vez que se establece el modelo multicuerpo y se deduce las ecuaciones dinámicas de cada cuerpo, se pueden resolver las mismas mediante el uso de herramientas de cálculo numérico, como es Matlab. Los resultados obtenidos se presentan en forma de gráficas de evolución de las variables en función del tiempo o en forma de animaciones gráficas en 3D. Se muestra la figura 3.1, la cual ilustra algunos ejemplos de lo que puede representarse como un sistema multicuerpo.

Aplicaciones de la Teoría Multicuerpo

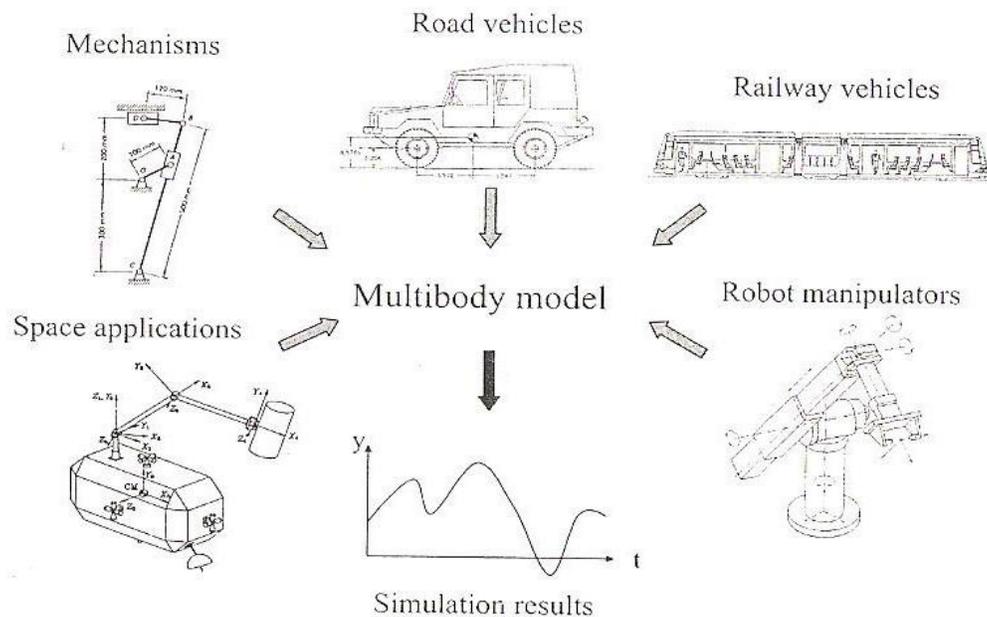


Figura 3.1 Modelos multicuerpo. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

El punto de partida de la construcción del modelo multicuerpo es la determinación del número de cuerpos que conforman el sistema real y cómo éstos se interconectan mediante articulaciones (ver figura 3.2).

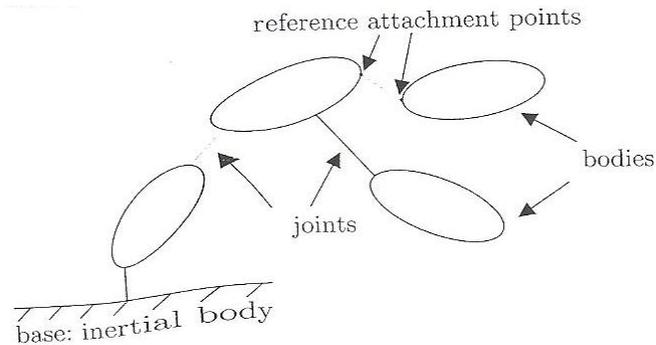


Figura 3.2 Sistema Multicuerpo. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

La estructura obtenida puede ser abierta (sin bucles) o cerrada (con bucles). Para entender mejor la diferencia entre ambas estructuras, en las figuras 3.3 y 3.4, se pueden observar una estructura abierta y una cerrada. Como se puede observar en la figura 3.3 la parte (a) es una configuración sin bucles, esto significa que el movimiento de un cuerpo no está restringido por el movimiento de otro. Por otra parte, en la configuración (b), con bucles, existen algunos movimientos de cuerpos que restringen el movimiento de otros cuerpos rígidos.

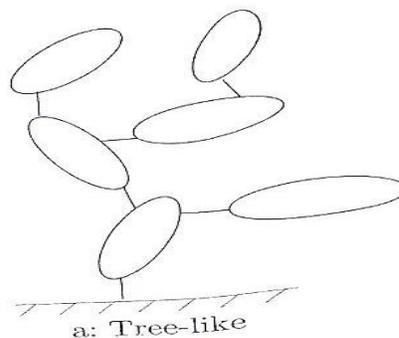


Figura 3.3 Estructura Abierta. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

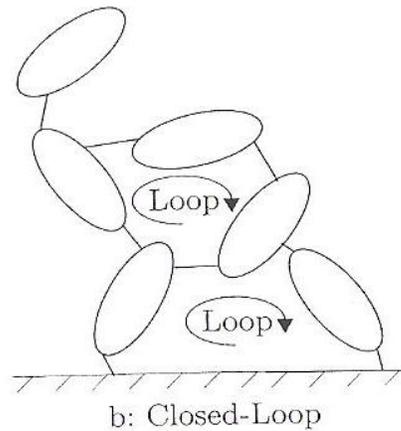


Figura 3.4 Estructura Cerrada. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

3.2 Estructura Abierta

Cuando se tiene una estructura abierta, sin bucles, ésta se asemeja a la estructura de un árbol. Según *Jean-Claude Samin* y *Paul Fiset*, las estructuras abiertas tienen las siguientes características asociadas a una estructura de árbol:

- 1- El número de cuerpos rígidos (excluyendo la base) es igual al número de uniones.
- 2- Existe un solo camino de un cuerpo rígido (incluyendo la base) a cualquier otro cuerpo rígido en el sistema.

Por otra parte, la estructura de árbol permite usar los siguientes conceptos.

- 3- Cadena cinemática: Es una secuencia de cuerpos unidos entre sí. En una estructura abierta, la cadena cinemática entre dos cuerpos cualesquiera es única.
- 4- Cuerpo base: Es el único cuerpo fijo que sirve de referencia para poder caracterizar los movimientos del sistema multicuerpo.
- 5- Ancestro: Es cualquier cuerpo que forma parte de la cadena cinemática que une el cuerpo base a un determinado cuerpo. Bajo este concepto, el cuerpo base es el ancestro de todos los cuerpos.
- 6- Descendiente: Es un cuerpo que está después de un cuerpo determinado.

- 7- Padre: Es el cuerpo ancestro directamente conectado a un cuerpo determinado.
- 8- Hijo: Es el cuerpo descendiente directamente conectado a un cuerpo determinado.
- 9- Cuerpo hoja: Es un cuerpo que no tiene hijo.

Para tener todo el sistema definido, es necesario la descripción de las uniones entre los cuerpos, estas pueden ser de rotación o traslación en cada uno de los ejes, X , Y o Z . Una vez establecidos los cuerpos y las articulaciones, se procede a numerarlos, empezando por el número 0 asociado al cuerpo base. Cada cuerpo tiene el mismo número que la articulación que le une a su padre. Una vez enumerados todos los cuerpos y articulaciones, se determina el vector “inbody” o vector de los padres de cada cuerpo. “El vector “inbody” es el vector cuyo elemento n es el índice del cuerpo padre de ese elemento.” (Samin & Fiset, 2003)[17] Un ejemplo claro de la enumeración de los cuerpos y articulaciones, junto con su vector “inbody” se la puede ver en la figura 3.5 Enumeración de cuerpos y sus articulaciones, y su vector “inbody”

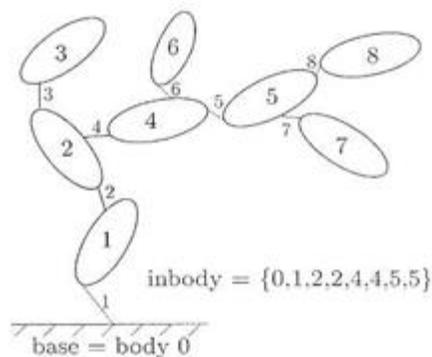


Figura 3.5 Numeración de uniones y cuerpos. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

Luego de tener definido el vector “inbody”, se procede a establecer las características geométricas y dinámicas de cada cuerpo, mediante, los vectores d y l , inercias y masas de cada cuerpo. Los vectores l determinan donde se encuentra el centro de masa del cuerpo. Se los define como el origen de la unión del cuerpo padre hasta el centro de masa del cuerpo determinado. Los vectores d , por otro lado, son los que

definen la posición relativa entre las dos articulaciones de un cuerpo. Éstos son los vectores que van desde donde sale la unión del cuerpo padre hasta donde se conecta la otra unión del cuerpo hijo. En la figura 3.5, el vector d del cuerpo 1, sería el vector que hay entre donde sale la articulación 1 hasta la articulación 2. En la figura 3.6 se puede observar que el punto de referencia de cada cuerpo es el punto de conexión de la articulación anterior. Por lo tanto al mantener la hipótesis de que todos los cuerpos son rígidos y su centro de gravedad no cambia con el tiempo, los vectores d y l se mantienen constantes.

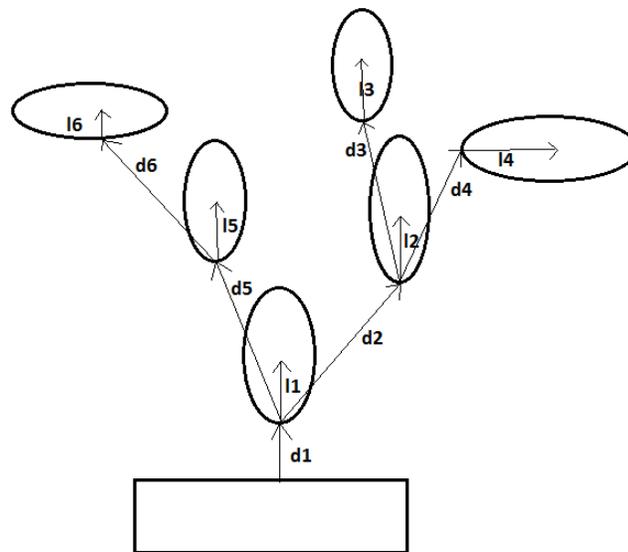


Figura 3.6 Vectores d y l en sistema multicuerpo (C. Samin & P. Fisette, 2003)

Algunos ejemplos de sistemas multicuerpos con estructuras de árbol se pueden visualizar en las figuras 3.7 y 3.8. Estos son juegos mecánicos para parques de diversiones. En ambas figuras se puede observar que el movimiento de un cuerpo no es restringido por otro cuerpo.



Figura 3.7 Carrusel



Figura 3.8 Martillo

Como se puede ver en la figura 3.9, bajo ciertas hipótesis, el esqueleto humano se puede modelar como una estructura multicuerpo abierta.

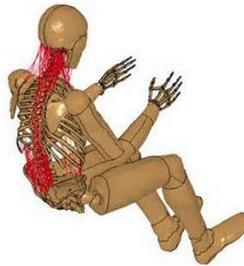


Figura 3.9 Cuerpo Humano

Una vez descrito el sistema, con los vectores d y l , las masas e inercias de los cuerpos y el vector inbody más el tipo de articulaciones que conectan a cada cuerpo, es posible llegar a las ecuaciones para resolver el sistema. Cabe resaltar que también hay que establecer los torques y fuerzas externas del sistema como son motores, resortes, entre otros. Como explicado en la sección 3.5, las ecuaciones dinámicas resultantes para una estructura abierta son las indicadas en la expresión (3.1), en la cual las variables articulares (q) son independientes ya que se trata de una estructura abierta. Donde $Q - C$ son fuerzas y sus restricciones de movimiento y $m\ddot{q}$ es masa por aceleración.

$$m\ddot{q} = Q - C \quad (3.1)$$

3.3 Estructura Cerrada

En las figuras 3.10 y 3.11 se muestran sistemas multicuerpos con estructuras cerradas.



Figura 3.10 Vagón de tren



Figura 3.11 Cuadrón.

En una estructura cerrada, la cadena cinemática entre dos cuerpos no necesariamente es única, lo que se traduce por la presencia de bucles traduciendo una interdependencia de los movimientos de los cuerpos involucrados. Los sistemas que presentan bucles corresponden a sistemas en los cuales el número de grados de libertad es restringido y solamente ciertos movimientos son posibles con ésta configuración.

Al no poder establecer una cadena cinemática única, se imposibilita el proceso de obtención de las ecuaciones, al no existir una forma única de caracterizar el movimiento de cada cuerpo. La solución a esta indeterminación consiste en abrir o cortar los bucles para caracterizar la estructura cerrada por una estructura abierta equivalente y a definir restricciones matemáticas en los movimientos de los cuerpos involucrados en los bucles cortados. El resultado, es una estructura abierta que puede ser tratada según lo descrito en la sección anterior y la definición de restricciones matemáticas que caracterizan la existencia de la interdependencia del movimiento entre los cuerpos.

Por ejemplo, en la figura 3.12 se muestra un sistema de biela manivela. En este sistema existen 4 cuerpos (incluyendo la base) y se forma una estructura cerrada, la

misma que resulta en una dependencia del movimiento del pistón respecto al movimiento de los otros cuerpos. Esta dependencia se caracteriza por la restricción matemática escrita a continuación:

$$s = OA \cos(AOB) + AB \cos(ABO) \quad (3.2)$$

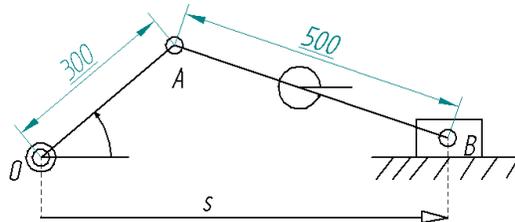


Figura 3.12 Mecanismo 4 barras

Donde OA es la distancia (300) de la barra y AB es la distancia (500) de la segunda barra.

Por lo tanto las estructuras del sistema biela manivela se pueden apreciar en las figura 3.13 (estructura con bucle) y 3.14 (estructura abierta).

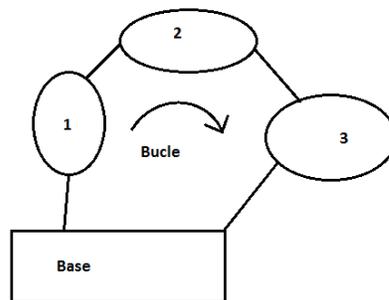


Figura 3.13 Estructura con bucle

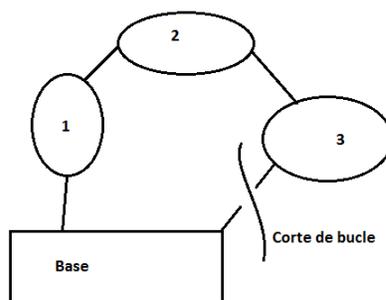


Figura 3.14 Corte de bucle

3.4 Corte De Bucles

Existen tres formas de cortes de bucle para transformar estructuras cerradas en estructuras abiertas. La razón por la que existen varios tipos de corte es porque en algunos cortes se pierden algunas propiedades del sistema, haciendo irrecuperables algunos datos que podrían ser necesarios y en otros tipos de cortes la desventaja es la complejidad matemática de las restricciones obtenidas y la dificultad para su resolución.

La primera forma de abrir un bucle es eliminando un cuerpo y restringiendo la distancia entre los puntos de sujeción de este cuerpo al resto del sistema, a ser constante. Al eliminar un cuerpo por completo, se pierde el efecto dinámico del mismo, se desprecia la masa y la inercia, haciendo que estos valores no afecten al movimiento completo del sistema. De esta manera solo se genera una ecuación de restricción, facilitando la solución del problema. Esto puede ser perjudicial en el presente análisis ya que nos puede generar resultados alejados de la realidad. A este tipo de corte se le llama Rod cut, el cual se lo puede observar en la Figura 3.15.

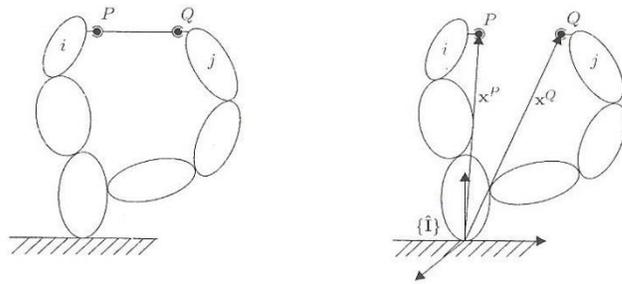


Figura 3.15 Apertura de un bucle mediante Rod cut. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

La segunda forma consiste en eliminar una articulación de rotación, restringiendo los puntos de sujeción de esta articulación a tener la misma posición en todo momento. Este tipo de corte elimina información sobre el movimiento en la articulación eliminada, pero genera tres ecuaciones de restricción. En lo que corresponde a las ventajas de un “cut of a ball joint”, es que al eliminar el tipo de unión que existen entre dos cuerpos, se pierden las propiedades que puede crear este tipo de unión y las fuerzas existentes en esta unión. Este corte es un poco más difícil de resolver que el “rod cut”. Este corte, tipo Ball Joint, se lo puede observar en la Figura 3.16

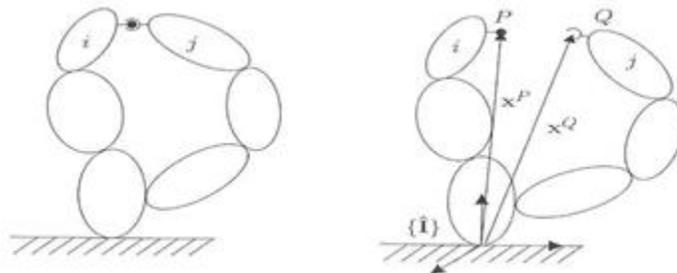


Figura 3.16 Apertura de un bucle mediante Ball Joint. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

En el último tipo de corte, se procede a duplicar un cuerpo para abrir la estructura y estipular que el cuerpo principal y su duplicado (cuerpo fantasma) deben tener la misma posición y orientación en todo momento. En este tipo de corte no se pierde ningún tipo de información pero se generan 6 ecuaciones de restricción haciendo más compleja la resolución del problema. Como se muestra en la figura 3.17, va a

existir un cuerpo original y un cuerpo sombra o shadow los cuales siempre van a tener la misma posición y orientación. A este corte se le llama Cut of a body.

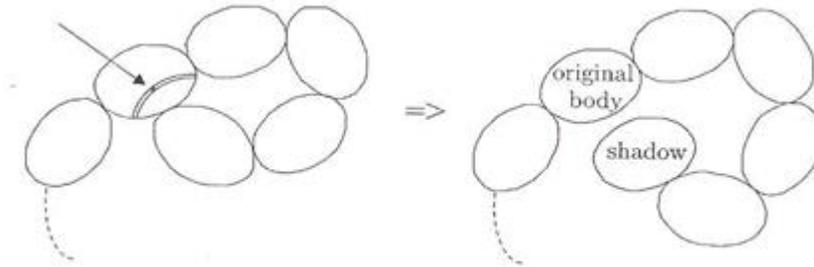


Figura 3.17 Apertura de un bucle mediante Cut of a body. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

Cabe resaltar que la obtención de las ecuaciones de las restricciones puede ser automatizada mediante software como Robotran. Éste tipo de software permiten generar automáticamente las ecuaciones de restricción a partir de determinar el tipo de corte que se requiere para cada bucle del sistema. Las ecuaciones resultantes que el software genera, son las de una estructura abierta (3.3), más las ecuaciones de las restricciones (3.4).

$$m\ddot{q} + C = Q - Q' \quad (3.3)$$

$$h(q, t) = 0 \quad (3.4)$$

3.5 Planteamiento de ecuaciones

Existen 3 ecuaciones de Newton-Euler que rigen la dinámica de cualquier cuerpo rígido, las cuales son:

1- “El momento lineal de un cuerpo es constante, en la ausencia de interacción con el medio”. (Samin & Fiset, 2003)

$$\vec{N} = m\dot{\vec{x}} \quad (3.5)$$

2- “La fuerza resultante de todas las fuerzas externas aplicadas sobre un cuerpo, es igual a la derivada con respecto al tiempo de su momento lineal”. (Samin & Fisetete, 2003)[17]

$$\dot{\vec{N}} = \vec{F} \quad (3.6)$$

3- “Acción y reacción son iguales y opuestos. Para dos cuerpos, C^1 y C^2 , si una fuerza resultante $F^{1,2}$ hecha por un cuerpo C^1 es aplicada a un cuerpo C^2 , entonces existiría una fuerza de reacción $\vec{F}^{2,1} = -\vec{F}^{1,2}$, la cual sería aplicada por el cuerpo C^2 al cuerpo C^1 .” (Samin & Fisetete, 2003)[17]

$$\vec{F}^{2,1} = -\vec{F}^{1,2} \quad (3.7)$$

Por otra parte, si la masa de un cuerpo C es independiente del tiempo, la ecuación (3.6) puede ser escrita de la siguiente manera.

$$m(C)\ddot{\vec{X}} = \vec{F} \quad (3.8)$$

Dónde: $m(C)$ es la masa del cuerpo y $\ddot{\vec{X}}$ es el vector aceleración del centro de masa del cuerpo.

Si pasamos esto a rotaciones se puede transformar la ecuación (3.6) en:

$$\dot{H}(C)=L \quad (3.9)$$

Dónde: \dot{H} es el vector del momento angular del cuerpo y L es el vector del torque resultante sobre un cuerpo.

Bajo las convenciones de Robotran, todas las ecuaciones son expresadas en términos de coordenadas articulares relativas en vez de coordenadas absolutas. Esto da como resultado ecuaciones en términos de q . Por lo tanto al pasar la ecuación 3.8 a términos de q se obtiene la siguiente ecuación:

$$m\ddot{q} = Q - C \quad (3.10)$$

La ecuación 3.10 se la puede utilizar si el sistema que queremos resolver tiene una estructura abierta. Por otro lado, al tener estructuras cerradas que se traducen en términos de restricciones, las variables articulares se vuelven dependientes. “Una variable dependiente es aquella cuyos valores dependen de los que tomen otra variable.” (Variable Dependiente)[18]

Mientras que “Una variable independiente es aquella cuyo valor no depende del de otra variable.” (Variable independiente)[19]

Por lo tanto en cada bucle, siempre va a existir una variable independiente mientras que el resto de variables van a ser dependientes. Por esta razón si el sistema tiene una estructura cerrada, la ecuación 3.10 se transforma en la ecuación 3.11 y 3.12.

$$m\ddot{q} + C = Q - Q' \quad (3.11)$$

$$h(q, t) = 0 \quad (3.12)$$

Donde h se obtiene de las condiciones del bucle y Q' representa las fuerzas adicionales generadas por las restricciones.

$$Q' = J^T * \lambda \quad (3.13)$$

$$\dot{h}(\dot{q}, q, t) = J(q, t)\dot{q} + \frac{\delta h(q, t)}{\delta t} \quad (3.14)$$

En la ecuación 3.13 se puede ver el Jacobiano (J) el cual se obtiene después de derivar h (ver ecuación 3.12), ya que para resolver las ecuaciones dinámicas, son necesarias las restricciones también a nivel de velocidades.

3.6 Coordinate Partitioning

Cuando existen bucles o restricciones en los sistemas, las ecuaciones de las restricciones en las coordenadas generalizadas son no lineales, lo cual hace imposible expresar analíticamente las coordenadas dependientes en términos de las independientes. Por esta razón es necesario realizar el coordinate partitioning, que es una metodología para transformar el sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas, difíciles de resolver, en un sistema de ecuaciones solamente

diferenciales, fáciles de resolver. En otras palabras el coordinate partitioning es separar las variables dependientes de las independientes para poder resolver el sistema mediante un conjunto de ecuaciones solamente diferenciales.

Para lograr implementar el coordinate partitioning se comienza separando q y \dot{q} en

$$q = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$J = (J_u \ J_v) \quad (3.16)$$

Donde u representa los índices de las variables independientes y v los índices de las variables dependientes. Por esta razón la ecuación 3.11 se la puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} M_{uu} & M_{uv} \\ M_{vu} & M_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_u \\ C_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_u \\ Q_v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} J_u^T \\ J_v^T \end{pmatrix} \lambda \quad (3.17)$$

Como J_v es una matriz no singular, tenemos que eliminar las incógnitas λ para obtener una matriz J_v singular. Haciendo esto se obtiene lo siguiente:

$$(M_{uu} \ M_{uv}) \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{pmatrix} + B_{vu}^T (M_{vu} \ M_{vv}) \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{pmatrix} + c_u + B_{vu}^T c_v = Q_u + B_{vu}^T Q_v \quad (3.18)$$

Donde $B_{vu} \triangleq -(J_v)^{-1} J_u$

Por otra parte, si separamos las variables dependientes e independientes de la primera y segunda derivada de las restricciones obtenemos:

$$(J_u \ J_v) \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{pmatrix} + \frac{\delta h}{\delta t} = 0 \quad (3.19)$$

$$(J_u \ J_v) \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{pmatrix} + \left(j + \frac{\delta^2 h}{\delta t \delta q} \right) \dot{q} + \frac{\delta^2 h}{\delta t^2} = 0 \quad (3.20)$$

Por lo tanto obtenemos las velocidades y aceleraciones con las siguientes ecuaciones:

$$\dot{v} = B_{vu} \dot{u} - (J_v)^{-1} \frac{\delta h}{\delta t} \quad (3.21)$$

$$\ddot{v} = B_{vu} \ddot{u} - (J_v)^{-1} b \quad (3.22)$$

$$\text{Donde } b \triangleq -\left(j + \frac{\delta^2 h}{\delta t \delta q}\right) \dot{q} + \frac{\delta^2 h}{\delta t^2}$$

Por lo tanto se puede escribir la ecuación 3.10 de la siguiente manera

$$M_{red}(u, v, t)\ddot{u} + C_{red}(\dot{u}, u, v, t) = Q_{red} \quad (3.23)$$

Donde $(M_{red} = M_{uu} + M_{uv}B_{vu} + B_{vu}^T M_{vu} + B_{vu}^T M_{vv} B_{vu})$,
 $(C_{red} = -(M_{uv} + B_{vu}^T M_{vv})(J_v)^{-1} b + c_{u+} B_{vu}^T c_v)$ y $(Q_{red} = Q_u + B_{vu}^T Q_{red})$

Como se puede observar en la ecuación 3.23, ésta solo depende de las variables independientes, facilitando la resolución de la misma.

El proceso numérico que se utiliza para poder resolver las ecuaciones y obtener resultados de las variables dependientes e independientes, es el método iterativo de Newton-Raphson, el cual obtiene los resultados de las incógnitas mediante varias iteraciones. El proceso es el siguiente:

$$v^{k+1} = v^k - (J_v)^{-1} h \quad (3.24)$$

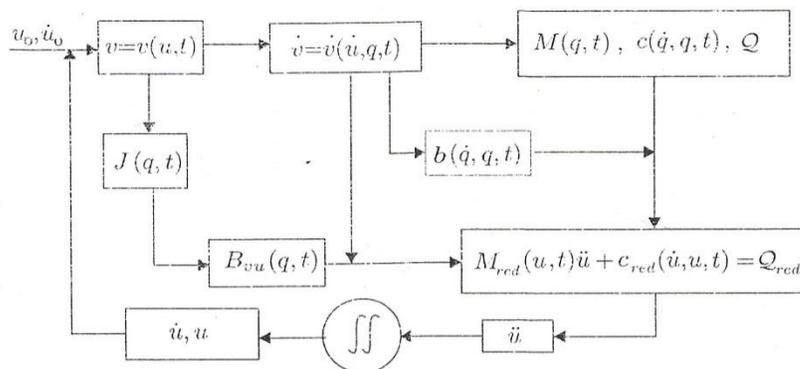


Diagrama 1 Coordinate partitioning e integración. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

Como se puede observar en el diagrama 1, se ve todos los pasos a realizarse para realizar el coordinate partitioning y la integración numérica. Se observa de una manera gráfica clara, los pasos a seguir hasta obtener un valor numérico de las

variables independientes, dónde para cada paso de tiempo se tiene que repetir estos pasos.

3.7 Modelo multicuerpo fórmula SAE

Para el estudio del comportamiento dinámico del vehículo Formula SAE USFQ, se construyeron dos modelos: el primero llamado cuarto de carro, en el cual se considera un movimiento vertical del chasis y una sola suspensión, el segundo que considera el vehículo completo con un chasis con seis grados de libertad y cuatro suspensiones independientes. En el $\frac{1}{4}$ de carro, las suspensiones consideradas son la tipo Push-Rod y la tipo Pull-Rod, las mismas que se caracterizan por formar bucles en la estructura multicuerpo, mientras que en el carro completo se simulo el automóvil con suspensión tipo Pull-Rod.

3.7.1 Cuarto de carro.

En los modelos de cuarto de carro se construyó uno con suspensión Pull-Rod y se hizo otro modelo con suspensión Push-Rod, con las configuraciones que se pueden observar en la figura 3.18.

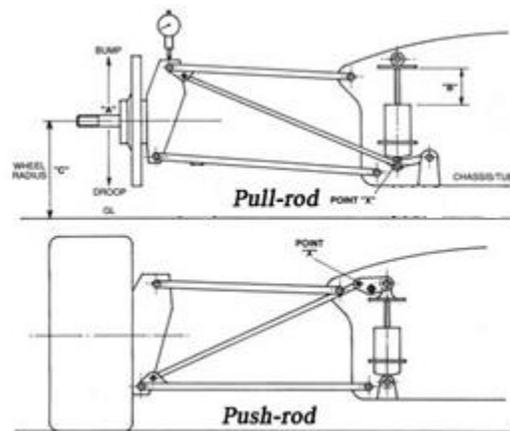


Figura 3.18 Pull-rod vs Push-rod. (Roger, 2011)[20]

En el caso de nuestro cuarto de carro del vehículo FSAE, la estructura obtenida se puede ver en las figuras 3.19 y 3.20. Para llegar a este resultado, se hicieron las siguientes hipótesis. Todos los cuerpos de la suspensión son rígidos y no se

deforman. Por otra parte el centro de masa de cada uno es fijo y la gravedad de todo el sistema es 9.81m/s^2 .

3.7.1.1 Cuarto de carro suspensión Pull-Rod.

Para el modelo de cuarto de carro se tomó en cuenta los cuerpos que pueden afectar la dinámica de la suspensión. A continuación se muestra los cuerpos y sus grados de libertad utilizados para modelar la suspensión. Los elementos se definen en la sección 2.5

Barra 1, posee un solo grado de libertad, en el eje de rotación x.

Barra 2, esta barra posee 2 grados de libertad, una traslación vertical en el eje z, y una rotación en el eje x.

Amortiguador pieza 1, posee 2 grados de libertad, una traslación vertical z a través del otro cilindro hueco, y una rotación en el eje x, ya que el movimiento de la suspensión no es lineal y genera cambios en los ángulos a medida que se acciona.

Amortiguador pieza 2, posee igual que el otro elemento 2 grados de libertad, una rotación en el eje x debido al cambio angular de la suspensión, y una traslación vertical positiva en el eje z.

Barra dirección lateral, 2 grados de libertad, una traslación en el eje x hacia adelante o atrás del modelo, y una rotación en el eje z para permitir el movimiento de la suspensión.

Barra dirección central, posee un grado de libertad que es una traslación positiva o negativa en el eje y, no interfiere con el accionamiento de la suspensión ya que las barras laterales que se unen permiten dicha articulación.

Manzana delantera, posee 2 grados de libertad, una traslación vertical, producto de la suspensión y una rotación en el eje z debido a la dirección.

Manzana, posee 1 solo grado de libertad, una traslación en el eje z.

Aro, posee 2 grados de libertad, una rotación en el eje y y una traslación vertical producto del accionamiento de la suspensión.

Llanta, posee 2 grados de libertad al igual que el aro, una traslación vertical en el eje z , y una rotación en el eje y .

Chasis, este elemento posee 6 grados de libertad, rotaciones en cada eje y traslaciones en cada uno. Los movimientos de traslación son producto de movimiento natural del vehículo, y producto de la aceleración, frenado y viraje se generan rotaciones en todos los ejes.

Mesas, son los elementos principales de esta configuración de suspensión, poseen un solo grado de libertad que es una rotación en el eje x , la cual por efectos del diseño desencadena en una traslación vertical de la manzana, aro y llanta. Unidas a este elemento se encuentran las barras de la suspensión para accionar el amortiguador.

Nuestro modelo para cuarto de carro de suspensión Pull-Rod se muestra en la figura 3.19.

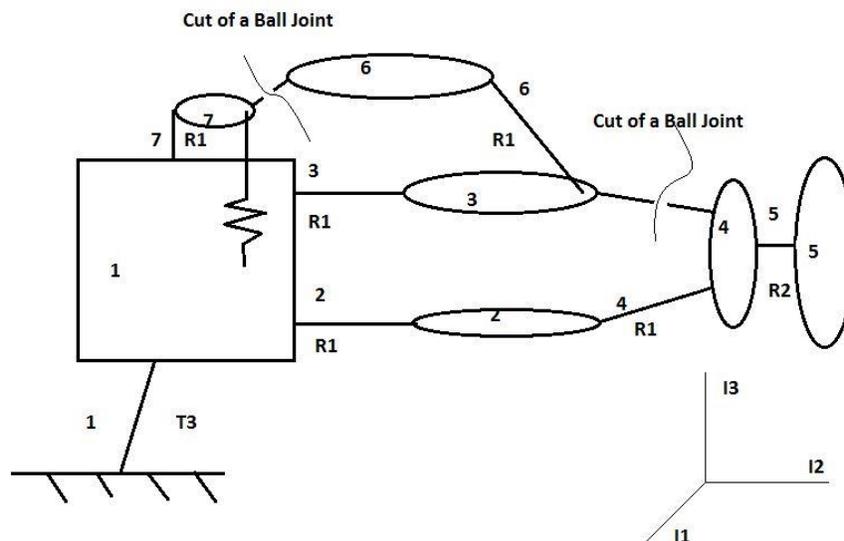


Figura 3.19 Esquema suspensión Pull-rod.

Como se puede observar en la figura 3.19, el chasis (elemento 1) tiene solo un grado de libertad, traslación vertical en el eje 3 (T3), esto se debe a que solo se busca observar el comportamiento vertical del chasis y por esto se eliminó el resto de movimientos posibles del chasis. Este modelo tiene 2 cortes de bucles, ambos del tipo Cut of a Ball Joint. El primer corte separa la unión entre el cuerpo 6 y 7 y el segundo corte rompe el bucle en la unión de los cuerpos 3 y 4. Por otra parte existe un link entre el cuerpo 7 y 1, el mismo que permite introducir los efectos dinámicos del resorte y del amortiguador de la suspensión, como se explicará más adelante.

En la figura 3.19 se puede ver que los cuerpos involucrados en este modelo son: Chasis (1), Mesa inferior (2), Mesa superior (3), Manzana (4), Llanta (5), Barra 2 (6), Barra 1 (7).

El vector "inbody" es: $\text{inbody}=\{0,1,1,2,4,3,1\}$

3.7.1.2 Cuarto de carro suspensión Push-Rod.

Para la configuración Push-rod, el diagrama realizado de este sistema se muestra en la figura 3.20.

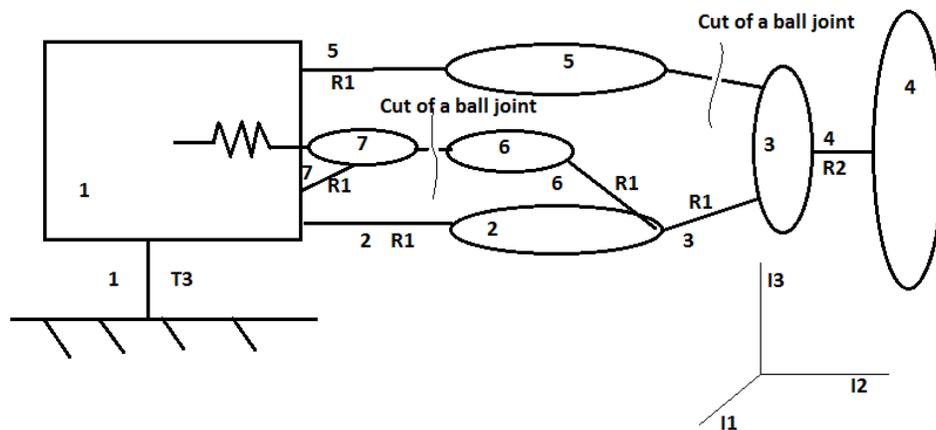


Figura 3.20 Esquema suspensión Push-rod.

Como se explicó en la sección 3.7.1.1, existen 2 cortes de bucle del tipo Cut of a Ball Joint, el uno entre los cuerpo 6 y 7 y el otro corte entre los cuerpos 3 y 5. Por otra

parte, al igual que en el modelo de cuarto de carro con suspensión Pull-Rod, el chasis solo tiene movimiento vertical (T3). Por último cabe mencionar que también existe un link el cual está conectado entre los cuerpos 1 y 7.

Los cuerpos involucrados en este modelo son los siguientes: Chasis (1), Mesa inferior (2), Mesa superior (5), Manzana (3), Llanta (4), Barra 2 (6), Barra 1 (7). Las articulaciones y cuerpos se enumeran por separado.

El vector "inbody" es: $\text{inbody}=\{0,1,2,3,1,2,1\}$

3.7.2. Carro completo (suspensión Pull-Rod).

La configuración realizada para nuestro carro completo, se la puede observar en la figura 3.21.

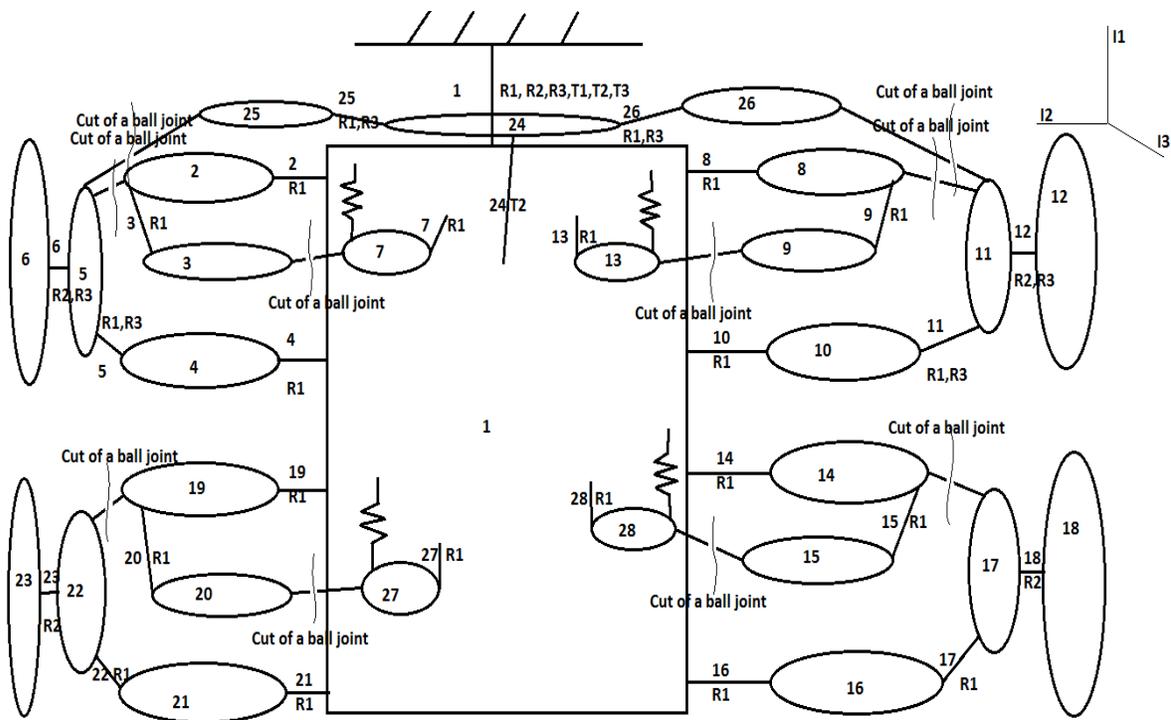


Figura 3.21 Esquema carro completo suspension Pull-rod

Como se puede observar en la figura 3.21, el chasis tiene 6 grados de libertad con respecto a la base, el piso. Esto se debe a que es un cuerpo libre, se puede mover en todas las direcciones posibles, por lo tanto tiene 3 rotaciones y 3 traslaciones, una en cada eje. Por otra parte, el carro completo, además de tener cortes iguales que en

el cuarto de carro con suspensión Pull-rod, tenemos 2 cortes de bucles extras. Estos también son del tipo Cut of a Ball Joint pero estos abren los bucles entre el sistema de dirección y la llanta. Cada corte abre un bucle para cada suspensión, así evitamos que las barras junto con la cremallera de la dirección creen más bucles.

Según la figura 3.21 los cuerpos graficados son los siguientes.

Chasis (1), Mesa superior izquierda delantera (2), Barra de tracción izquierda delantera (3), Mesa inferior izquierda delantera (4), Manzana (5), Llanta (6), Barra 1 (7), Mesa superior derecha delantera (8), Barra 2 derecha delantera (9), Mesa inferior derecha delantera (10), Manzana (11), Llanta (12), Barra 1 (13), Mesa superior derecha trasera (14), Barra 2 derecha trasera (15), Mesa inferior derecha trasera (16), Manzana (17), Llanta (18), Barra 1 (28), Mesa superior izquierda trasera (19), Barra 2 izquierda trasera (20), Mesa inferior izquierda trasera (21), Manzana (22), Llanta (23), Barra 1 (27), barra de dirección (24), conexión dirección izquierda(25), conexión dirección derecha (26).

El vector "inbody" es:

$\text{inbody}=\{0,1,2,1,4,5,1,1,8,1,10,11,1,1,14,1,16,17,1,19,1,21,22,1,24,24,1,1\}$

3.8 Modelos de fuerzas exteriores (suspensión y contacto rueda piso)

3.8.1 Contacto rueda/piso vertical.

Para simular los contactos entre la rueda de nuestro modelo y el piso se tuvieron que hacer algunas hipótesis. La primera hipótesis es que se va a tratar a la llanta como un resorte, el cual genera una fuerza proporcional a la deformación de la llanta ($k \cdot x$) al tener contacto con el piso. La segunda hipótesis es que el piso y la llanta son indeformables, por lo tanto la llanta penetra en el piso, contrario a lo que sucede en la realidad, la cual es que la llanta se deforma al contacto con el piso. Por esta razón, la fuerza vertical en el punto de contacto de la llanta con el piso es

$$F_{vert} = k * x \quad (3.25)$$

Donde k es la constante de la llanta y x es la penetración de la llanta en el piso.

Para poder obtener datos de las llantas en cada paso de tiempo de nuestra simulación se tuvo que poner un sensor en el centro de cada llanta el cual nos da la posición de la llanta en cada paso de tiempo.

Por lo tanto para obtener una penetración en cada paso de tiempo, la penetración de nuestra llanta se muestra en la ecuación 3.26

$$x = PxF(3) - radio - hpiso \quad (3.26)$$

Donde $PxF(3)$ es la altura del sensor que está en el centro de la llanta, $radio$ es el radio de la llanta y $hpiso$ es la altura del piso.

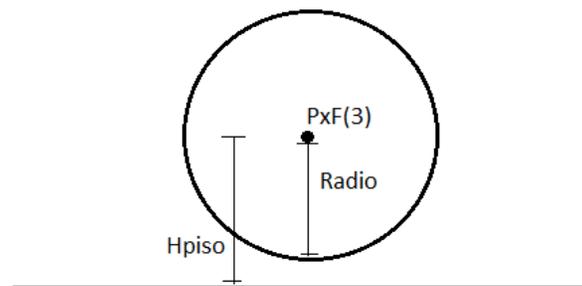


Figura 3.22 Distancias contacto rueda piso.

3.8.2 Contacto rueda/piso lateral (Calspan).

Si las simulaciones de estos modelos solo consistieran en pruebas de comportamiento vertical, no se necesitaría una fuerza lateral en las llantas, pero al implementar comportamientos laterales, los cuales son necesarios para hacer cambiar de dirección al modelo, es necesario implementar fuerzas laterales en las llantas. Como se puede observar en el gráfico 3.23, para simular completamente un modelo, es necesario 3 fuerzas, vertical, lateral y longitudinal, pero para las simulaciones que se van a tratar en este proyecto solo se necesitan la fuerza vertical y la fuerza lateral.

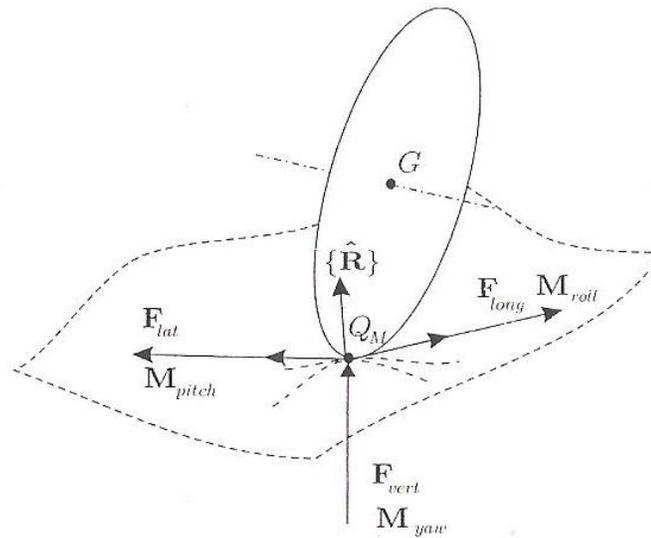


Figura 3.23 Fuerzas y torques de contacto rueda/piso. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)

El modelo utilizado en esta simulación fue el modelo de Calspan. (Samin & Fisetete, 2003)[17] Este modelo fue desarrollado para la simulación de un vehículo militar "ILTIS". Es un modelo de fuerzas laterales de reacción sobre una llanta al momento de tener contacto con el piso. El modelo de Calspan se basa en el principio de deformación de la llanta al cambiar de trayectoria. Como se puede ver en la figura 3.24, la llanta tiene un ángulo de deslizamiento el cual varía con el de trayectoria, y esta diferencia más la fuerza de fricción y la fuerza vertical son las que dan como resultado una fuerza lateral.

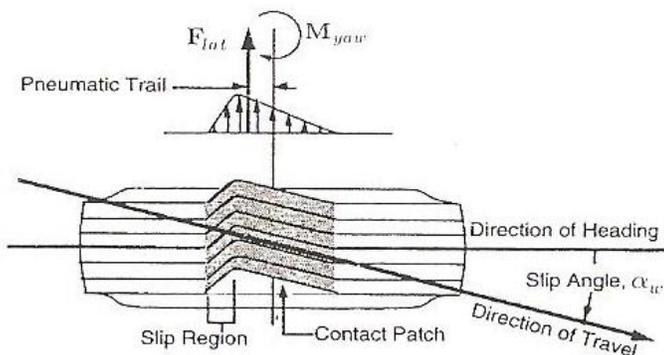


Figura 3.24 Deformación de una llanta en rotación. (C. Samin & P. Fisetete, 2003)

Según el modelo de Calspan, la fuerza lateral está dada por la ecuación 3.27

$$Flat = f Fvert g(\bar{\alpha}) Fslip \quad (3.27)$$

Dónde:

- f es el coeficiente de fricción de la fuerza lateral que está dado por

$$f = (B_1 Fvert + B_2 + B_3 (Fvert)^2) S_N \quad (3.28)$$

- $g(\bar{\alpha})$ es la función adimensional de la fuerza lateral que combina el ángulo de deslizamiento lateral α_w y el ángulo de camber α_φ .

$$g(\bar{\alpha}) = \bar{\alpha} - \frac{1}{3} \bar{\alpha} |\bar{\alpha}| + \frac{1}{27} \bar{\alpha}^3 \text{ para } |\bar{\alpha}| < 3 \quad (3.29)$$

$$g(\bar{\alpha}) = \frac{\bar{\alpha}}{|\bar{\alpha}|} \text{ para } |\bar{\alpha}| \geq 3 \quad (3.30)$$

Donde $\bar{\alpha}$ es:

- Para $Fvert \leq A_2$

$$\bar{\alpha} = \frac{A_1 Fvert (Fvert - A_2) - A_0 A_2}{A_2 f Fvert} (\alpha_w + \alpha_\varphi) \quad (3.31)$$

$$\text{con } \alpha_\varphi = \frac{-A_2 A_3 (A_4 - Fvert)}{A_4 (A_1 Fvert (Fvert - A_2) - A_0 A_2)} \varphi_\omega \quad (3.32)$$

- Resto

$$\bar{\alpha} = \frac{-A_0}{f Fvert} (\alpha_w + \alpha_\varphi) \quad (3.33)$$

$$\text{con } \alpha_\varphi = \frac{-A_2 A_3 (A_4 - A_2) A_2}{-A_0 A_4} \varphi_\omega \quad (3.34)$$

En la tabla 1 se pueden observar los valores de los coeficientes. Cabe tomar en cuenta que estos valores pueden cambiar dependiendo de en qué superficie se quiera simular.

Coefficient	Value	Description	Units
A_0	2625	force coefficient	N
A_1	14.47	force coefficient	none
A_2	12930	force coefficient	N
A_3	2.29	force coefficient	none
A_4	18175	force coefficient	N
B_1	$-0.464 \cdot 10^{-4}$	friction coefficient	N^{-1}
B_2	1.216	friction coefficient	none
B_3	$0.218 \cdot 10^{-10}$	friction coefficient	N^{-2}
S_N	1.0274	Skid number ratio	none
F_1	$-0.171 \cdot 10^{-4}$	torque coefficient	$\frac{m}{N}$
F_2	$0.171 \cdot 10^{-4}$	torque coefficient	$\frac{m}{N}$

Tabla 1 Coeficientes de modelo de Calspan. (C. Samin & P. Fiset, 2003)

3.8.3 Link para suspensión.

Por otra parte como se puede observar en las figuras 3.19, 3.20 y 3.21, todas tienen links. Un link es un conjunto de dos fuerzas, alineadas y opuestas que permiten simular la presencia de elementos cuyo efecto dinámico es la presencia de fuerza pero cuyas características dinámicas de masa e inercia son despreciables. Generalmente los links son elementos de suspensión como resortes y amortiguadores. El link tiene dos puntos de sujeción en la estructura multicuerpo, en dos cuerpos diferentes.

La fuerza que genera el resorte y el amortiguador se la puede observar en la ecuación 3.35.

$$F=(z-z_0)*k+zd*b \quad (3.35)$$

Dónde: F =fuerza entre componentes, z = distancia entre extremos del link, z_0 =distancia natural del resorte, k = constante elástica de nuestro resorte, zd =velocidad de la distancia entre los extremos del link y b =constante de amortiguación.

3.9 Software Robotran (MBSysPad y MBSysLab)

3.9.1. Robotran (MBSysPad).

Para realizar todos los pasos mencionados anteriormente, los cuales eran la creación del modelo multicuerpo, planteamiento de ecuaciones y resolución, se utilizan algunas herramientas, MBSysLab y MBSysPad, las cuales, junto a Robotran, forman parte de un sistema de herramientas complementarias, las cuales ayudan a la solución de un modelo multicuerpo. El MBSysPad es una herramienta que dispone de una interface usuario amigable para construir el modelo multicuerpo, especificando los cuerpos existentes, las articulaciones, los cortes de bucles y todos los datos numéricos requeridos para caracterizar el sistema multicuerpos (vectores d , l , masas, inercias, existencia de fuerzas y torques exteriores, entre otros). Una vez definido el sistema multicuerpo en MBSysPad, se procede a generar las ecuaciones con Robotran que caracterizan el sistema, incluyendo las restricciones por bucles. MBSysLab es una librería de funciones Matlab que permiten resolver las ecuaciones obtenidas mediante Robotran para cualquier sistema multicuerpo.

Nuestros modelos están definidos de la siguiente manera, el eje longitudinal es x , el eje transversal es y y el eje vertical es z .

Los modelos multicuerpos, implementados en MBSysPAD, del cuarto de carro Pull-Rod y cuarto de carro Push-Rod, en MBSysPad se muestran en las figuras 3.24 y 3.25 respectivamente.

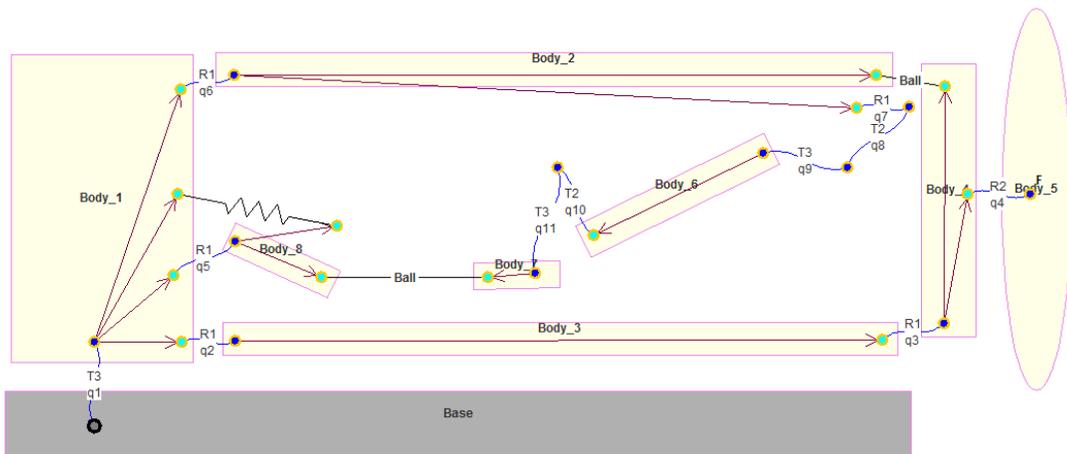


Figura 3.25 Modelo en MBSysPad suspensión Pull-rod

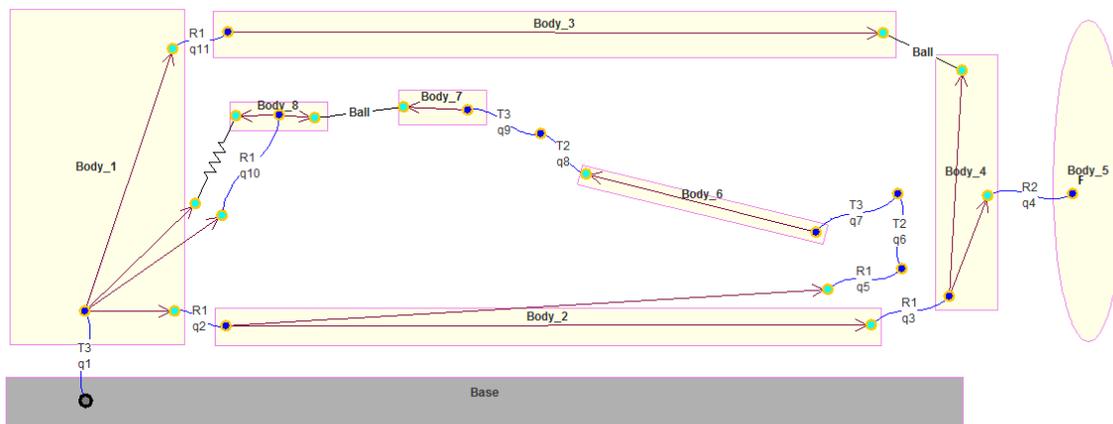


Figura 3.26 Modelo en MBSysPad suspensión Push-rod

Como se puede observar en las figuras 3.25 y 3.26, en algunas articulaciones como las que conectan el body 6 y body 7 de la figura 3.26, tenemos dos articulaciones q_9 y q_8 , estas no se encontraban en la figura 3.20. Esto se debe a que es necesario poner estas articulaciones para luego poder obtener las fuerzas generadas en ese punto. Estas dos articulaciones así como todas las demás que están puestas extra de las figuras 3.19 o 3.20, son puestas como “driven joints” para poder obtener las fuerzas en dichos puntos. Lo que realiza el programa con los “driven joints”, es generar fuerzas contrarias para mantener a los cuerpos inmóviles en ese punto. Con esta función podemos obtener las fuerzas que tienen esas articulaciones y sacar

resultados interesantes para el diseño de los componentes de la suspensión. Por otra parte en las figuras 3.25 y 3.26 se pueden observar cuerpos extras que no están dibujados en las figuras 3.19 y 3.20. el cuerpo extra es el body 7 en las dos figuras. Este es un cuerpo fantasma, ya que esta puesto para poder implementar el q9 y q8 en la figura 3.26 y el q10 y q11 en la figura 3.25. Este cuerpo no afecta en la simulación ya que no tiene masa ni inercias. Por último se puede observar en las figuras 3.25 y 3.26 que existe una F en la llanta, esto es un sensor en el cual se pueden programar fuerzas externas en dicho punto.

Por otra parte el modelo multicuerpo del carro completo con suspensión Pull-Rod, en MBSysPad, se muestra en la figura 3.27

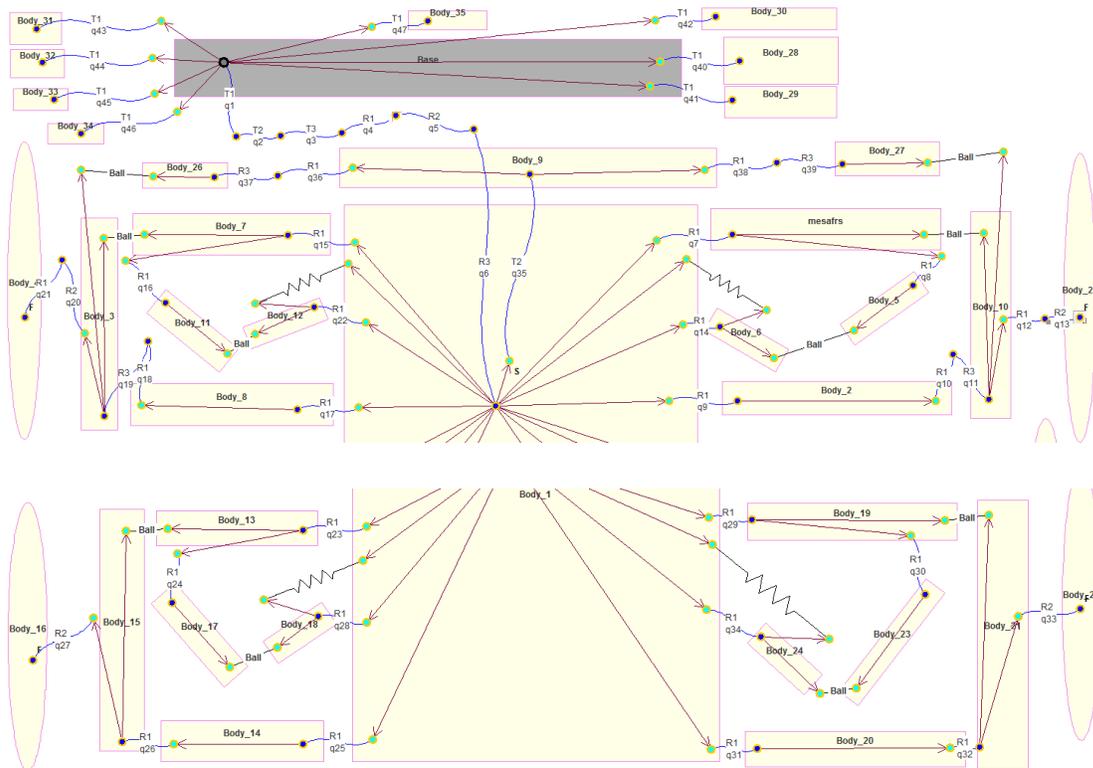


Figura. 3.27 Modelo en MBSysPad suspensión Pull-rod carro completo

En la figura 3.27, se puede observar que es $\frac{1}{4}$ de carro multiplicado por 4 veces. Además de esto, existen algunos cambios para lograr un modelo más completo. El primer cambio es que las llantas delanteras tienen una rotación en el eje 1. Este es

un “driven joint” el cual nos permite dar un ángulo de camber a las llantas delanteras en la simulación. Por otra parte se puede observar que existe un R3 y R1 entre la manzana y mesa inferior de las llantas delanteras, esto se debe a que necesitamos que nuestro automóvil pueda rotar las llantas para curvar, esto nos permite hacer la rotación en el eje 3. Cabe resaltar que desde el body 28 hasta el body 35, son cuerpos fantasmas, con “driven joints”, sin masa ni inercias, que solo están dibujados con propósito de en la animación graficar conos para ver resultados de las pruebas. Por último tenemos el sistema de dirección implementado, la barra de dirección tiene una traslación en el eje 2, la cual es controlada como “driven joint” en la simulación para hacer que nuestro modelo curve según nuestras necesidades de las pruebas.

Para definir el sistema por completo en MBSysPad se tiene que ingresar los datos de masa, centro de masa e inercias como se puede ver en el cuadro 1 y los datos de los anchor points que son los vectores I, se los puede insertar en un recuadro como el del cuadro 2. Cabe resaltar que se hizo un diseño preliminar del sistema de suspensión y de dirección del modelo para poder simularlo. De este diseño realizado en SolidWorks, obtuvimos los centros de masa y las matrices de inercia al igual que los pesos de cada componente. Una vez planteado el sistema, se procede obtener las ecuaciones que gobiernan el sistema.

Body		
Name	Body_1	
Parent	Joint_5	
Mass (kg)	300.0	
Center of mass		
X	0.18362	
Y	0.0	
Z	0.24614	
Inertia Matrix		
15815428	0.0	0.0
0.0	78642895	0.0
0.0	0.0	29663658

Cuadro 1 Cuadro donde se insertan las características del cuerpo

The image shows a software interface titled "Points". It contains a list box with four items: "Point_0", "Point_1", "Point_2", and "Point_3". "Point_0" is selected and highlighted in blue. To the right of the list box are standard UI controls: an up arrow, a menu icon, a scroll bar, and a down arrow. Below the list box, there are four input fields labeled "Name", "X", "Y", and "Z". The "Name" field contains "Point_0", the "X" field contains "1.74772", the "Y" field contains "-0.235", and the "Z" field contains "0.3172".

Cuadro 2 Cuadro donde se inserta las uniones entre dos cuerpos

3.9.2 MBSysLAB (Programación Matlab).

Robotran genera una carpeta general del proyecto con varias subcarpetas donde, en la carpeta symbolicR son generadas las matrices M, Jacobiano, Derivada del Jacobiano, Torques y Fuerzas externas, más los vectores C, H y los datos obtenidos por el sensor. Además de los datos para el link en el cual están las fuerzas, los torques, velocidad de extremos y distancia de extremos.

Por otra parte se crea una carpeta llamada **userfctR** que contiene programas en los cuales el usuario puede cambiar y programar, ver figura 3.28. En **user_DrivenJoints.m** se puede programar todos los movimientos de los driven joints que fueron puestos en las variables en MBSysPad. También en **user_ExtForces.m** se programa todo lo que son las fuerzas externas de los modelos. Pasando a **user_LinkForces.m** donde se puede programar las fuerzas de los links puestos en MBSysLab.

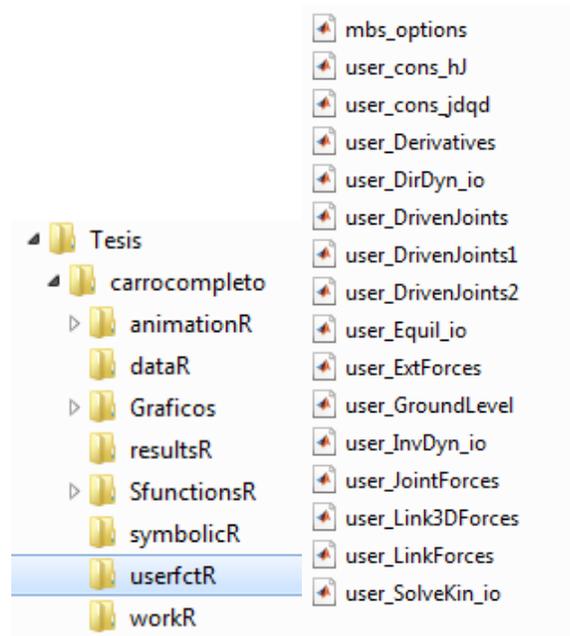


Figura 3.28 Carpetas creadas por MBSysPAd

3.9.2.1. *user_ExtForces.m*.

En el programa **user_ExtForces.m** se programó una fuerza vertical por cada llanta, la cual fue lograda con la siguiente ecuación:

$$F = 100000 * penetración \quad (3.36)$$

$$penetración = Px_F(3) - radio - hpiso \quad (3.37)$$

Dónde: radio=30cm, $Px_F(3)$ es la posición en el eje 3 del sensor de cada llanta y hpiso es la altura del piso.

Por otra parte se insertó el modelo de Calspan, que genera fuerzas laterales en cada llanta, cuando se necesitó hacer las pruebas con curvas.

En el programa **user_ExtForces.m**, hay que programar la fuerza de cada llanta por separado, para cada llanta existe un case. En la sección 8.- Anexos, se presenta la programación de la llanta delantera derecha.

Cabe resaltar que en cada case están definidas las pruebas a las que va a ser sometido el modelo del FSAE. Para cada prueba realizada se cambió el hpiso, y se

lo puso en función de $PxF(1)$ que es la posición del sensor de fuerza y dependiendo de la prueba se le programó para cada necesidad. Por otra parte cuando se necesita que el automóvil curve, se tuvo que implementar el modelo de calspan explicado en la sección 3.8.2.

3.9.2.2. *user_LinkForces.m.*

En lo que corresponde a **user_LinkForces.m** se programó la fuerza de los links. A nuestros links se los define como 2 fuerzas, la del resorte y la del amortiguador, sumadas se obtiene la fuerza total de ese paso de tiempo. La teoría implementada se la explicó en la sección 3.8.3.

Robotran genera ecuaciones para los links, de las cuales se puede obtener z y z_d . Según la configuración de este modelo y después de algunas pruebas, se acordó en tener una constante de resorte, en las 4 suspensiones Pull-rod, de $k=170000$ (N/m) y una constante de amortiguamiento de $b=10000$ (N s/m). La longitud natural del resorte es de 27 (cm). Con estas constantes se logró un desempeño bastante aceptable para nuestro automóvil de FSAE, cercano ha críticamente amortiguado.

En la sección 8.- Anexos, se presenta la programación **user_LinkForces.m**.

3.9.2.3 *user_DrivenJoints.m.*

En lo que corresponde al programa de **user_DrivenJoints.m** solo se lo utilizó para simular las pruebas en donde se necesitaba que el automóvil curve. En este caso se utilizó el sensor que fue puesto en la correspondiente definición del sistema. Lo que se hizo básicamente fue establecer una trayectoria de referencia y simular un controlador para que se siga dicha trayectoria, ver figura 3.29. Se hizo esto comparando la posición del sensor con la posición de la línea. Si en estos valores hay alguna diferencia, se programó a la barra de dirección que se mueva un valor multiplicado por la diferencia de posiciones a la cual se la llama error. Se tuvo que poner un máximo en este valor ya que si la barra de dirección se mueve más de un cierto valor, se des configura todo el sistema de dirección pues en la vida real no podría llegar a este valor.

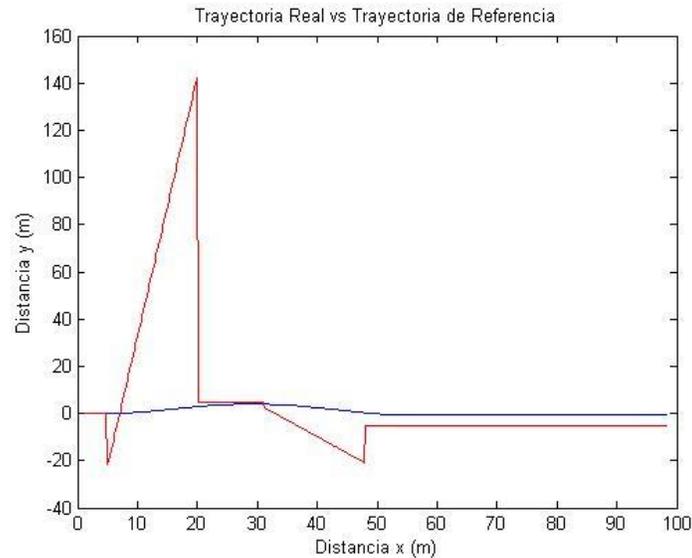


Figura 3.29 Trayectoria real vs trayectoria de referencia

En la sección 8.- Anexos, se presenta la programación **user_DrivenJoints.m**

3.9.2.4. user_DirDyn_io.m.

El último programa modificado fue el de **user_DirDyn_io.m** en el cual se programó para guardar los datos de cada paso de tiempo, de la aceleración del sensor y de la fuerza vertical de una llanta. Se hizo esto para luego poder graficar y obtener resultados que generen interés.

En la sección 8.- Anexos, se presenta la programación **user_DirDyn_io.m**.

3.9.2.5. exe_template.m.

Por último, para correr el programa y resolverlo, se ingresa al archivo **exe_template.m** que se encuentra en la carpeta **workR** (referirse a la figura 3.28) y se pone el nombre del modelo con el que fue guardado en Robotran se ingresó una velocidad inicial al modelo, se puso cuanto tiempo se quiere simular y por último se consignaron los datos que se querían graficar.

En la sección 8.- Anexos, se presenta la programación **exe_template.m**.

4.- RESULTADOS

Las pruebas que se realizaron fueron divididas en dos grandes segmentos, para un cuarto de carro con configuración de suspensión pull-rod y push-rod, así se podría realizar una comparación entre los dos tipos de suspensión, uno de los objetivos claves de este proyecto; y finalmente el auto completo con la configuración de suspensión pull-rod.

4.1 Resultados $\frac{1}{4}$ de carro

En cuanto a las pruebas realizadas para un cuarto de carro, es decir un segmento en el que se incluye una sola llanta con un cuarto del chasis, tiene como objetivo obtener resultados de altura de chasis, fuerzas en las barras principales y ángulos en las mesas de la suspensión. Al obtener dichos resultados se los compara para deducir las ventajas y desventajas de cada tipo de suspensión.

La prueba que se realizó fue someter a cada tipo de configuración en $\frac{1}{4}$ de carro a una caída vertical de 10 cm y a subir una grada vertical de 5 cm, esto como simulación en la vida real de baches o huecos en los caminos a los cuales estaría sometido el FSAE.

Los parámetros tomados en cuenta en cuanto a tamaño de las gradas y caídas son un poco exagerados ya que un auto de estas características no estaría expuesto a desniveles mayores, por el hecho de ser un carro de competición on-road.

Las pruebas de caída y grada se unificaron en una sola de manera, que corriendo la simulación en el segundo 1 se deja caer el vehículo desde una altura de 10 cm y en el segundo 3 se lo somete a una grada de 5 cm. Esta misma prueba se realizó para los dos tipos de suspensión Pull-rod y Push-rod. Para cada tipo de configuración se utilizó los parámetros de amortiguación y constante de rigidez siguientes: Push rod : Constante de resorte = de 55000(N/m) Constante de amortiguación = 1800 (N/(m/s)) Pull rod : Constante de resorte = de 100000(N/m) Constante de amortiguación = 10000 (N/(m/s)) y una altura respecto al piso de 16 cm en el equilibrio.

Los valores de K y D están dentro de un rango obtenido de la experiencia de gente con la que se tuvo contacto respecto a este tema, también en base a la bibliografía consultada y a las características de los elementos amortiguador-resorte que se ofrecen en el mercado internacional de venta para este propósito. Específicamente los valores utilizados para cada configuración son los que mejor comportamiento dinámico evidencian, respetando los rangos obtenidos.

4.1.1 Altura de chasis vs el piso.

Con este análisis podemos observar la altura que tiene el cuarto de vehículo desde la base del chasis con respecto al piso y así cuánto la suspensión absorbe los desniveles. La altura inicial del auto es de 16 cm respecto a la base del chasis. Y a éste se lo deja caer una altura de 10 cm más en el segundo 1.

Push-Rod

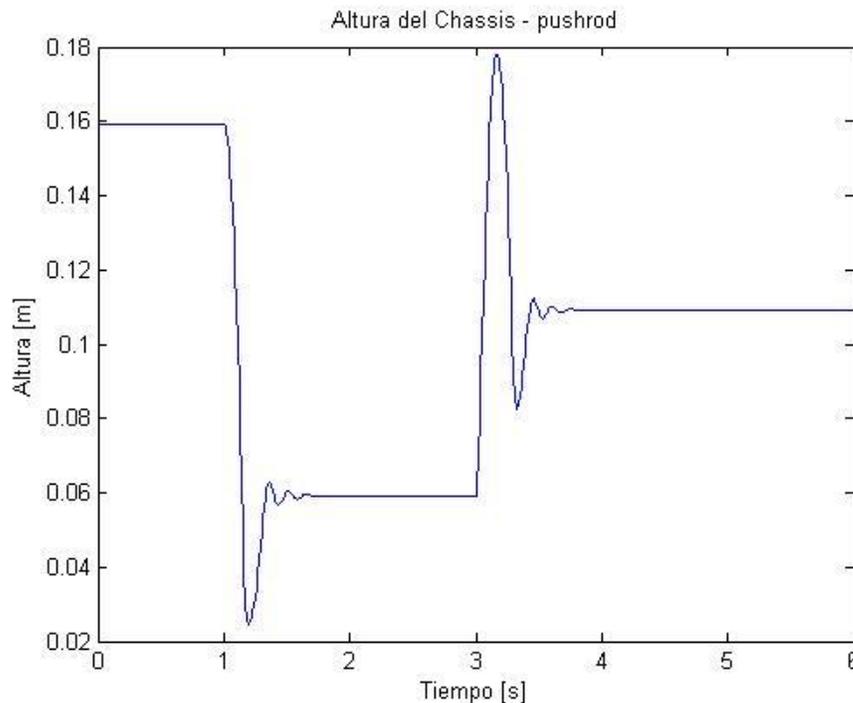


Gráfico 4.1 Altura del chasis respecto al piso pushrod.

Como se puede observar en el Gráfico 4.1, el chasis del auto hasta el primer segundo se encuentra a 16 cm del suelo, al caer diez cm hasta la siguiente línea

recta, pero se ve una deflexión en el grafico que corresponde al recorrido de la suspensión y su absorción del respectivo desnivel o caída, que aproximadamente es de 3.5 cm el momento ya de estabilizarse; en el segundo 3 se ve la grada de 5 cm la siguiente línea continua. La suspensión en este caso se estira y la altura del chasis tiene un pico de 7 cm por encima de lo que fue la grada, por lo que se ve claramente que existe un impulso importante vertical en dirección positiva, esto nos lleva a suponer que el auto se despega del piso debido a la grada. A simple vista se puede ver que la suspensión absorbe mucho mejor la caída que la grada. Antes de estabilizarse en los dos casos se puede ver un movimiento amortiguado con 3 períodos.

Pull-rod

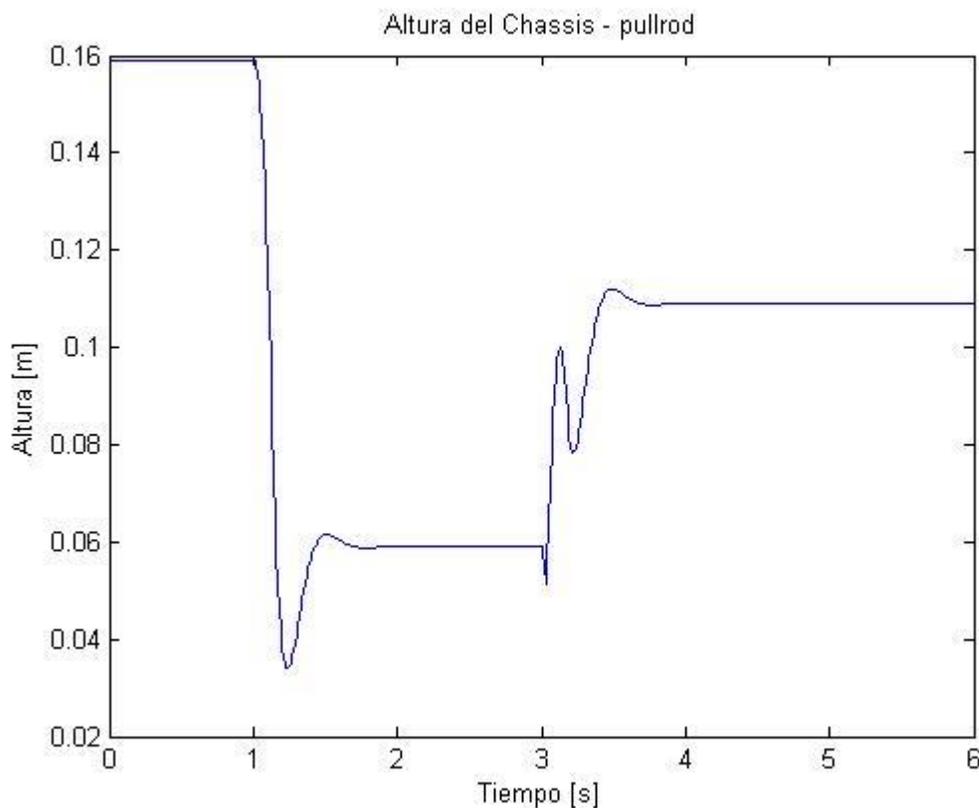


Gráfico 4.2 Altura del chasis respecto al piso pullrod.

Con la configuración Pull-rod, se puede observar en la gráfica 4.2 que después de la caída de diez cm la suspensión se comprime un poco menos de 3 cm adicionales, y

que se estabiliza después de 1 solo período, y en el segundo 3 cuando la grada de 5 cm se presenta contra el cuarto de vehículo se puede observar que la suspensión tiene un movimiento particular, la llanta absorbe muchísimo del desnivel y el chasis no llega a subir los 5 cm de la grada en primer plano, y luego la suspensión tiene otra compresión y finalmente llega a un punto de estabilidad en un período muy corto, únicamente con 1 período completo.

Comparación.

Para poder comparar los dos tipos de suspensión, se puede ver claramente que la suspensión Pull-rod da un mejor control de los desniveles, llega a un punto de estabilidad en un tiempo mucho más corto y el chasis tiene menos movimientos, lo que se traduce en que la llanta es la que mejor se adapta al entorno y brindará un mejor control, tomando en cuenta que el tiempo que se toma en estabilizar es mucho menor, por lo que en esta prueba la suspensión Pull-rod es muy superior a la Push-rod, así como se puede observar en la gráfica 4.3.

La rigidez y constante de amortiguamiento de cada suspensión son distintas, en el caso de la pushrod estos valores son mayores, pero son los mínimos que la suspensión necesita para mantener el vehículo con una altura constante, de lo contrario la suspensión no aguanta la caída de 10 cm con el peso del $\frac{1}{4}$ de vehículo y el chasis se cae y queda en contacto con el piso, este efecto se sufre debido a la geometría de la configuración pushrod. Esta es la razón por la cual no se pueden poner valores idénticos.

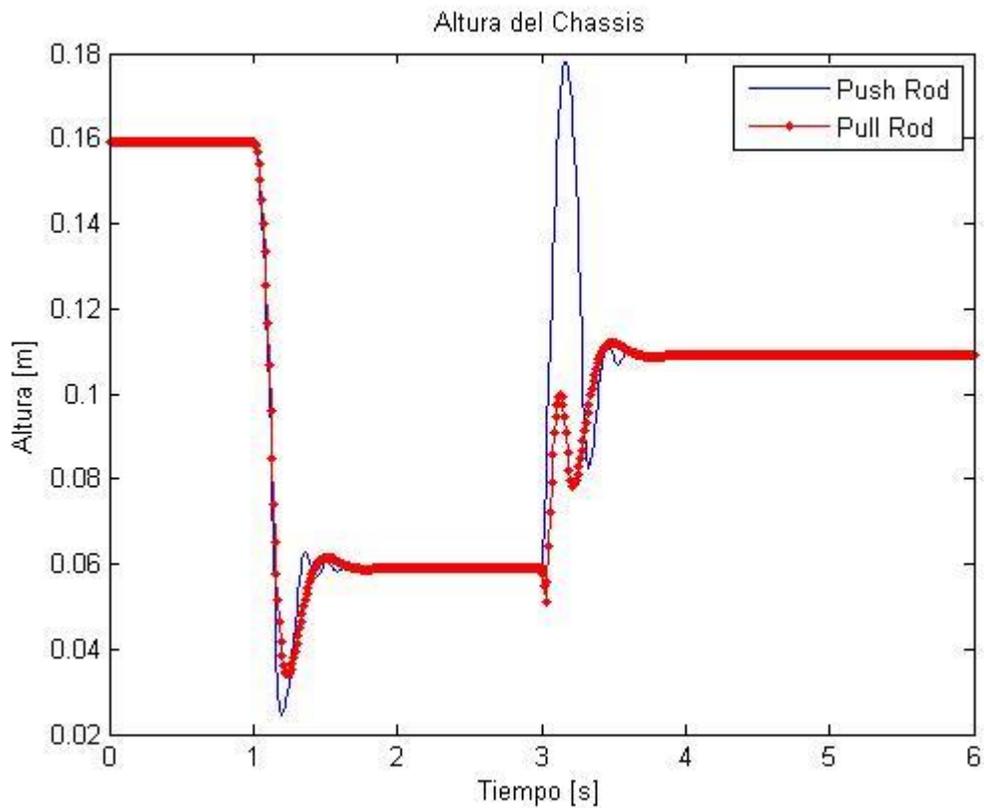


Grafico 4.3 Altura del chasis respecto al piso pushrod vs. Pullrod.

4.1.2 Ángulos de las mesas superiores.

Se mide el ángulo de la mesa superior de cada configuración de $\frac{1}{4}$ de carro respecto al eje lateral y es decir respecto a la horizontal, de esta manera se aprecia el movimiento de la suspensión y su adaptabilidad al terreno.

Push- rod

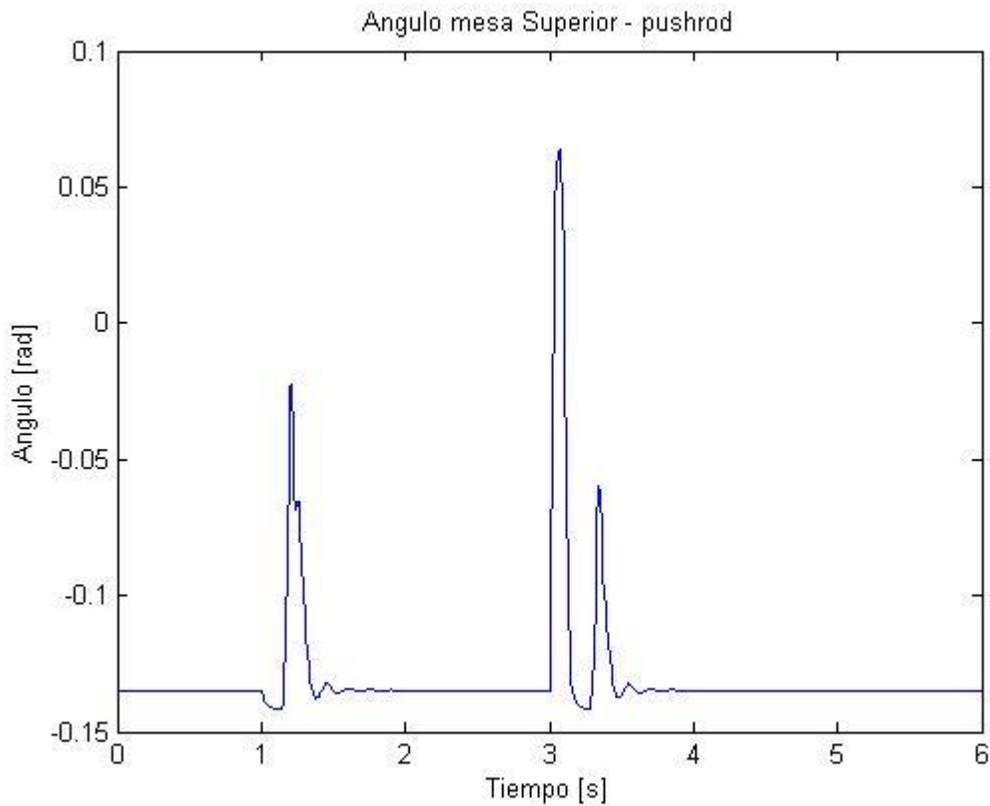


Gráfico 4.4 ángulo mesa superior pushrod.

Con un ángulo inicial de -0.13 rad el momento de la caída, la mesa de la suspensión varia su ángulo a -0.02 rad es decir un 0.11 radianes de diferencia, y en el momento de la grada llega a un máximo de 0.07 es decir un total de 0.2 radianes de desplazamiento en el ángulo de la mesa superior; esto da una idea del movimiento o recorrido de la suspensión en el momento de cada desnivel, como se dijo anteriormente la suspensión Push -rod responde mejor el momento de la caída que en la grada, como se ve en el grafico 4.4.

Pull rod

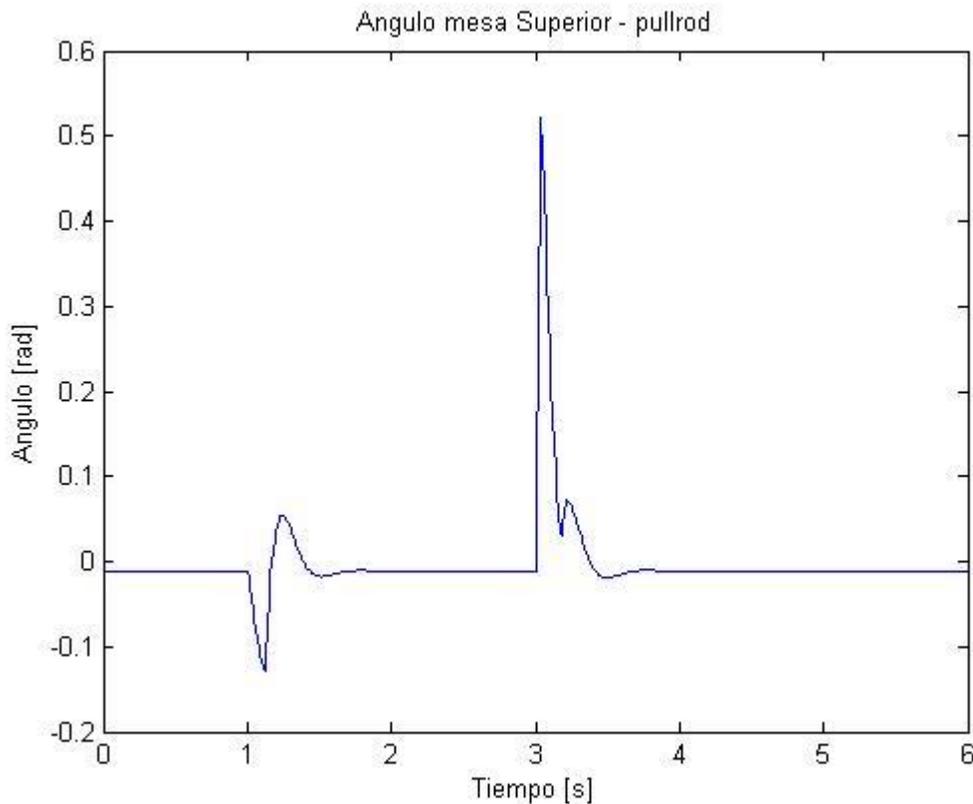


Gráfico 4.5 ángulo mesa superior pullrod.

En este caso se puede observar en el gráfico 4.5 que antes de la caída la suspensión se estira y cambia su ángulo de -0.01 rad a -0.13 aproximadamente y cuando toca el piso sube a 0.06 radianes positivos, por lo que el recorrido es de menos de 0.2 rad. Nuevamente se observa que se estabiliza con un solo ciclo de amortiguación. El momento de la grada tenemos un pico importante de más de 0.5 rad, por lo que la suspensión absorbe en su mayoría a la grada sin crear descontrol en el chasis del vehículo. Esta configuración reacciona muy bien a la caída y a la grada.

Comparación.

Con respecto a la caída podemos observar en la gráfica 4.6 y decir que los ángulos de la suspensión son similares, pero en la Pull-rod la llanta se estira con mayor

brevedad lo que significa más tiempo de las llantas en contacto con el piso y mayor control, del mismo modo el tiempo y el número de ciclos que toma para estabilizar la suspensión es mucho mejor en la Pull-rod. En la grada, la suspensión Pull-rod tiene un recorrido mucho mayor lo que demuestra que la suspensión cumple su objetivo de absorber irregularidades en el terreno y mantener los neumáticos el mayor tiempo posible en contacto con el piso. Su tiempo de estabilización sigue siendo mucho menor al de la suspensión Push -rod.

Por lo que nuevamente se ve una superioridad en el comportamiento dinámico de la suspensión Pullrod en comparación con la Push-rod, lo cual también es fácil evidenciar en la animación 3D

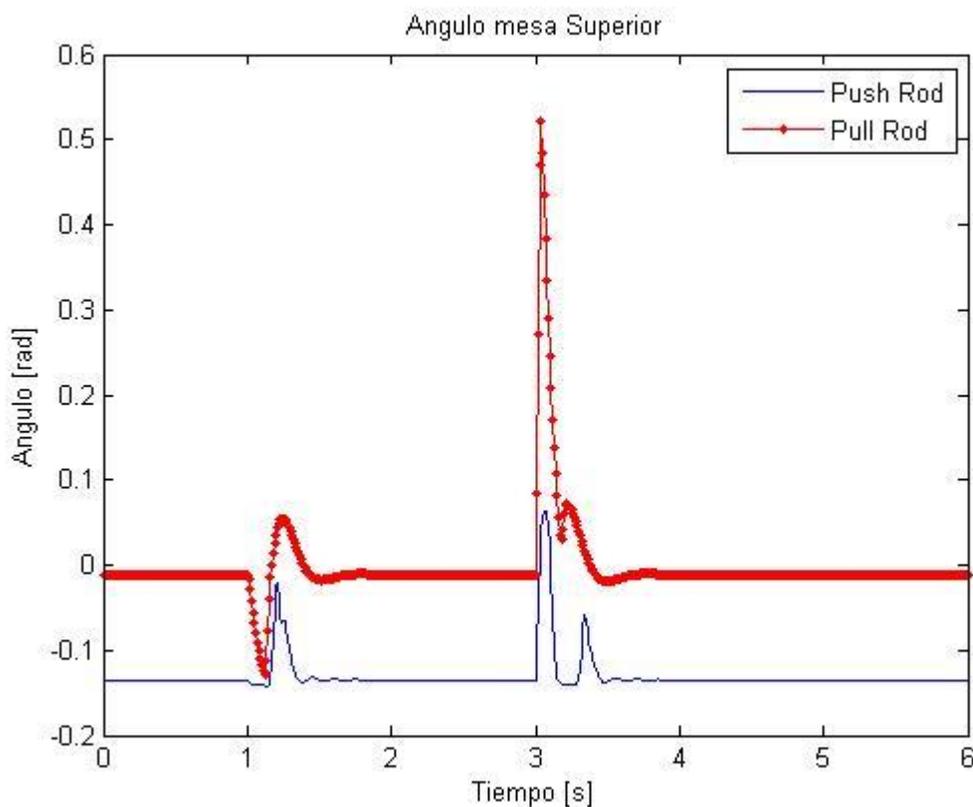


Grafico 4.6 ángulo mesa superior pushrod vs. Pullrod

4.1.3 Fuerzas en los ejes vertical (z) y lateral (y) en las mesas superior e inferior respectivamente.

El propósito de estos resultados es conocer los esfuerzos máximos que se encuentran presentes en la unión de la barra principal de la suspensión con las mesas respectivas para cada configuración. Es decir la barra que une la mesa superior en el caso de Pull-rod figura 4.1; para el caso de la configuración push rod, mesa inferior figura 4.2. Esto debido a la configuración de dicho elemento ya que en la Push-rod está sometido a compresión desde la mesa inferior hasta el amortiguador y en la Pull-rod está sometido a tracción desde la mesa superior hasta el amortiguador en la parte inferior.

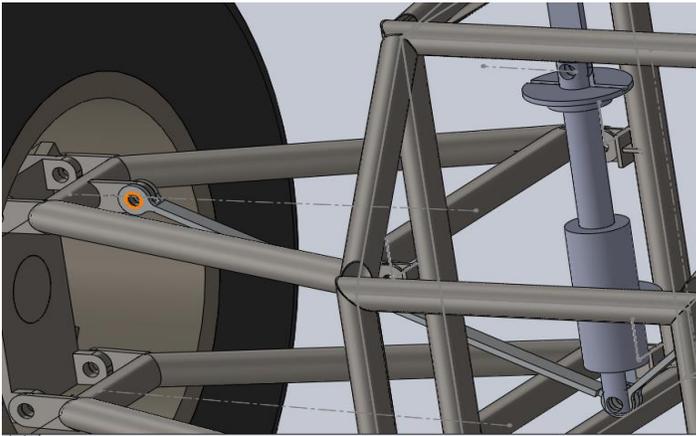


Figura 4.1 Fuerza mesa superior pullrod

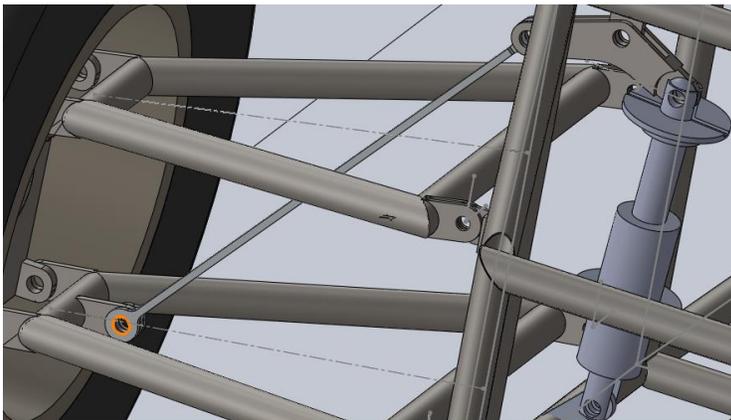


Figura 4.2 Fuerza mesa inferior pushrod.

Push rod.

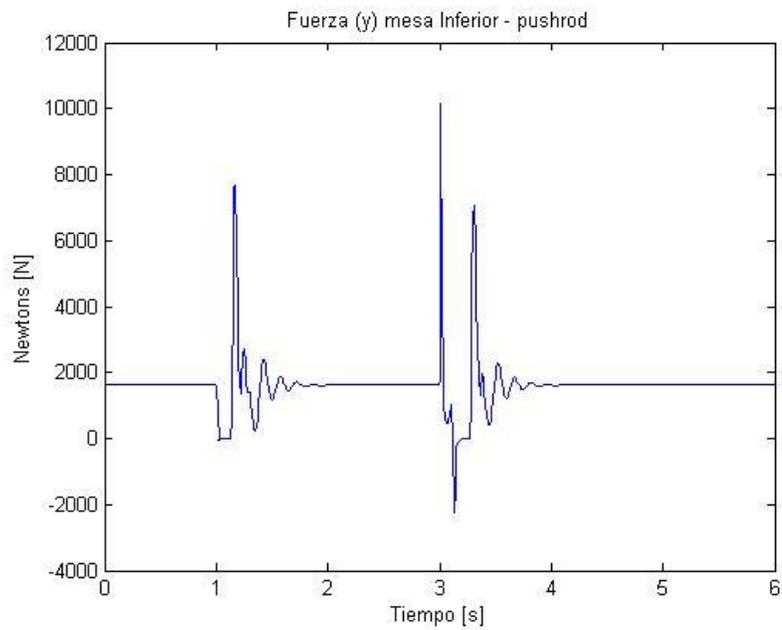


Gráfico 4.7 Fuerza eje lateral (y), mesa inferior pushrod

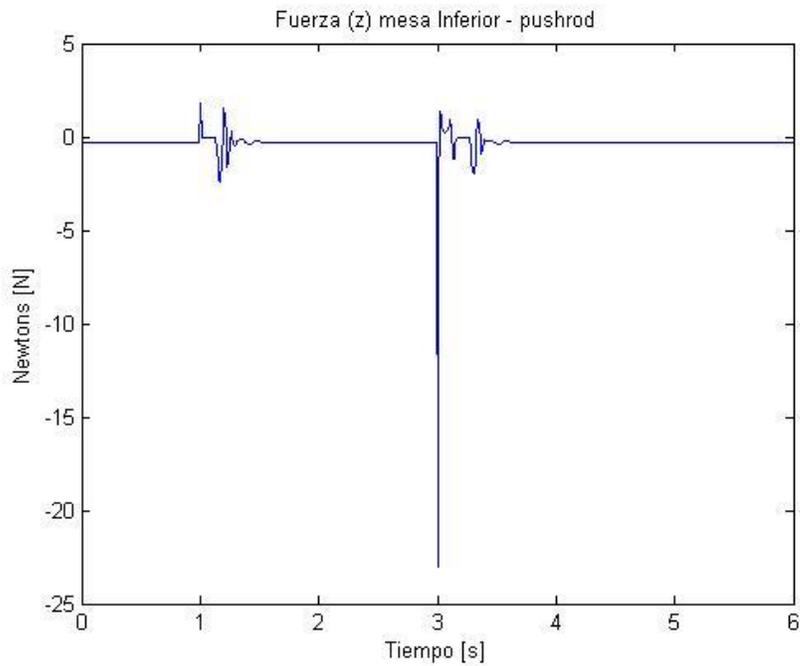


Gráfico 4.8 Fuerza eje vertical (z), mesa inferior pushrod

El esfuerzo máximo en el eje y lateral llega a los 10 mil newtons el momento de la grada y a 8 mil en el momento de la caída, en el eje vertical z llega a 23 newtons en el momento de la grada y 2 newtons en la caída. Los esfuerzos en el eje z son despreciables, como se puede ver en las gráficas 4.7 y 4.8.

Pull-rod

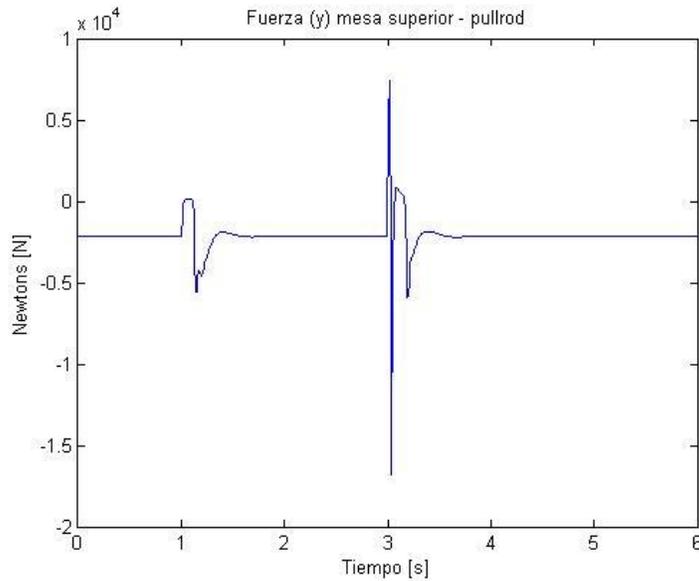


Gráfico 4.9 Fuerza eje lateral (y), mesa superior pullrod

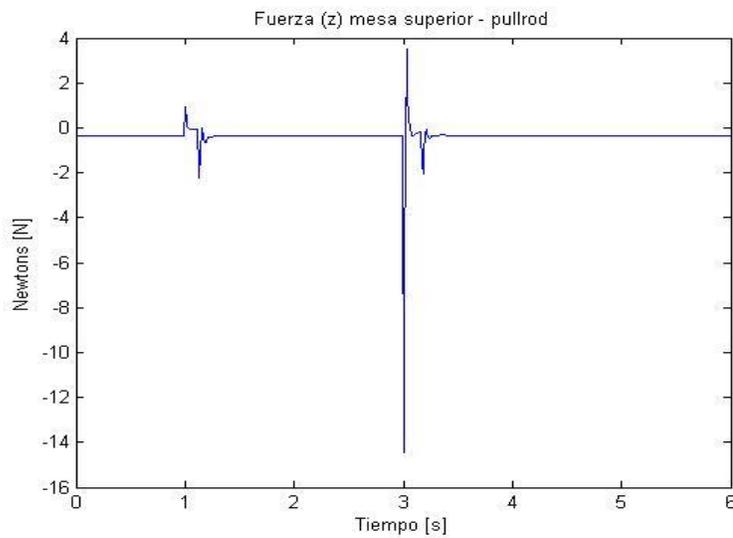


Gráfico 4.10 Fuerza eje vertical (z), mesa superior pullrod

El esfuerzo máximo en el eje lateral y llega a los 16 mil newtons el momento de la grada y a 6 mil en el momento de la caída, en el eje vertical z llega a 15 newtons en el momento de la grada y 3 newtons en la caída. Los esfuerzos en el eje z son despreciables, así podemos observar en las gráficas 4.9 y 4.10

Comparación.

Los esfuerzos presentes en la barra conectada a la mesa superior e inferior respectivamente, en el caso de la suspensión Pull-rod son mayores, pero dado que el trabajo de la suspensión es mucho más duro y presenta movimientos y aceleraciones más bruscas, está acorde a la realidad y justificado, debido a que la suspensión Pull-rod utiliza una barra sometida a tracción, la que puede soportar muchas más cargas y esfuerzos siendo del mismo tamaño y forma que una sometida a compresión, por lo que esto no es una prueba de que la suspensión Push-rod sea mejor que la Pull-rod. En términos de construcción se debe analizar si las barras del mismo tamaño la una a compresión y la otra a tracción son capaces de soportar las cargas antes mencionadas. Las gráficas 4.11 y 4.12 nos dan una idea más clara de la comparación.

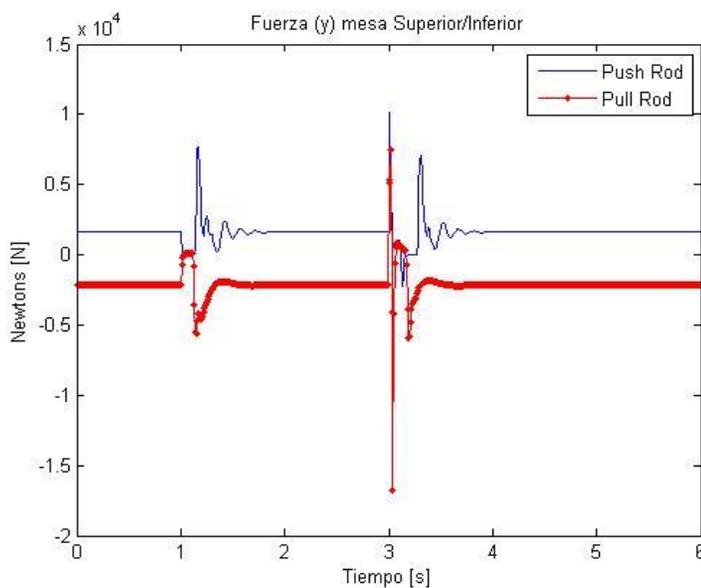


Gráfico 4.11 Fuerza eje lateral (y), mesa superior pullrod vs. Mesa inferior pushrod

En la gráfica 4.11 se puede ver que las fuerzas en las mesas superior e inferior respectivamente no parten del mismo valor, esto se debe a la diferencia geométrica y en los valores de K y D utilizados respectivamente.

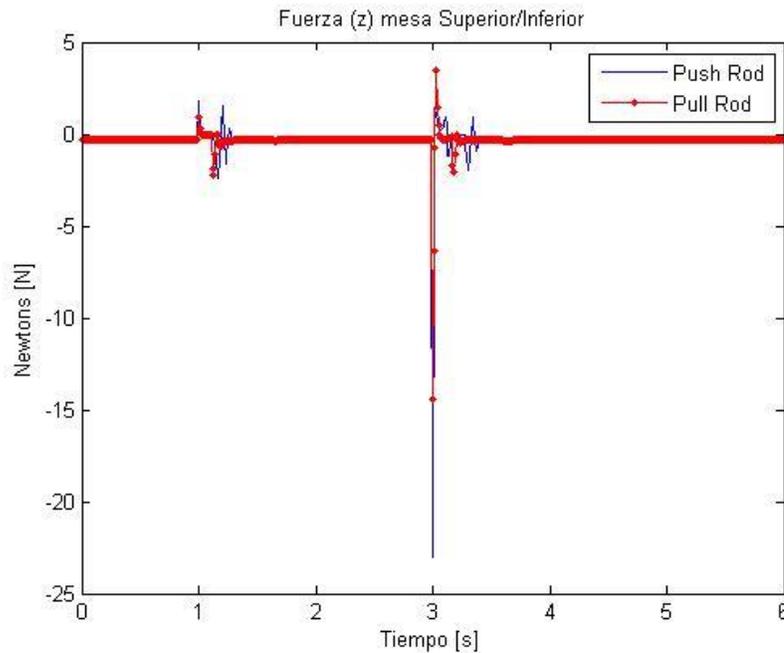


Grafico 4.12 Fuerza eje vertical (z), mesa superior pullrod vs. Mesa inferior pushrod

4.1.4 Fuerzas en los ejes lateral (y) y vertical (z), en las puntas pivote o de sujeción del amortiguador.

El propósito de estos resultados es conocer los esfuerzos máximos que se encuentran presentes en la caída y la grada en cada configuración de suspensión; en este caso se eligió el punto donde interviene el amortiguador para ser objeto de análisis ya que son los más críticos. Figura 4.3 pullrod, y figura 4.4 pushrod

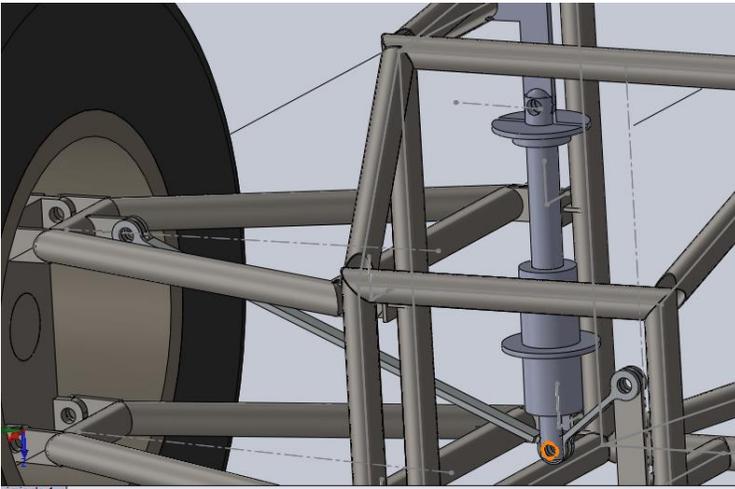


Figura 4.3 Fuerza pivote pullrod

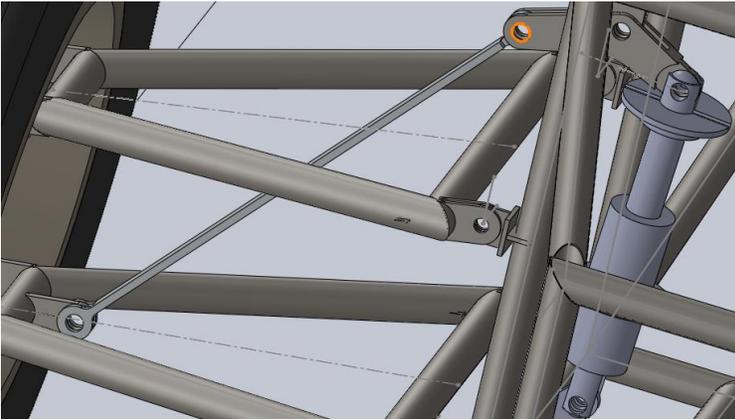


Figura 4.4 Fuerza pivote pushrod

Push rod

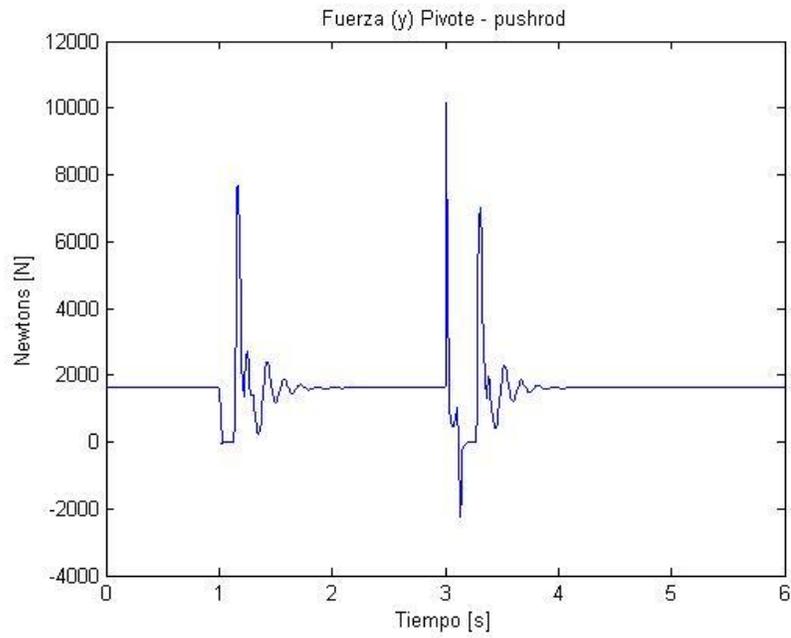


Gráfico 4.13 Fuerza eje lateral (y), pivote pushrod

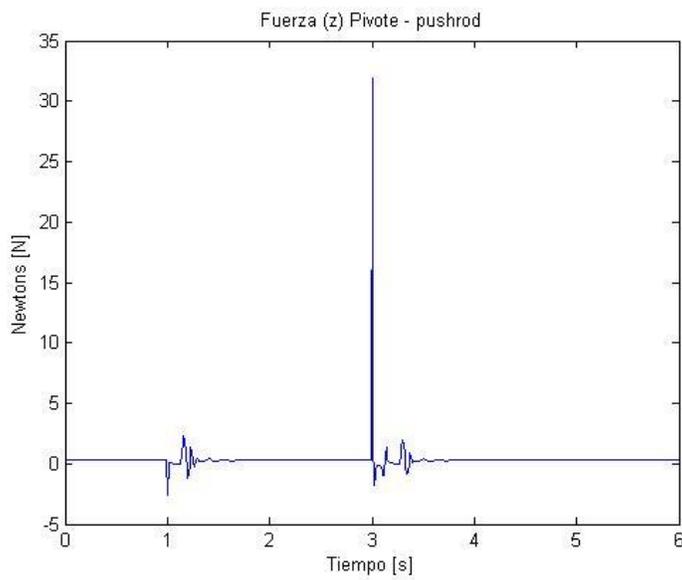


Gráfico 4.14 Fuerza eje vertical (z), pivote pushrod

Como se puede ver en las gráficas 4.13 y 4.14 el esfuerzo máximo en el eje lateral y llega a los 10 mil newtons el momento de la grada y a 8 mil en el momento de la caída; en el eje vertical z llega a 33 newtons en el momento de la grada y 2 newtons en la caída. Los esfuerzos en el eje z son despreciables. Este gráfico es muy similar al de las fuerzas en el otro extremo de la barra por lo que el máximo esfuerzo de la barra no superaría los 10 mil newtons en ninguna posición.

Pull-rod

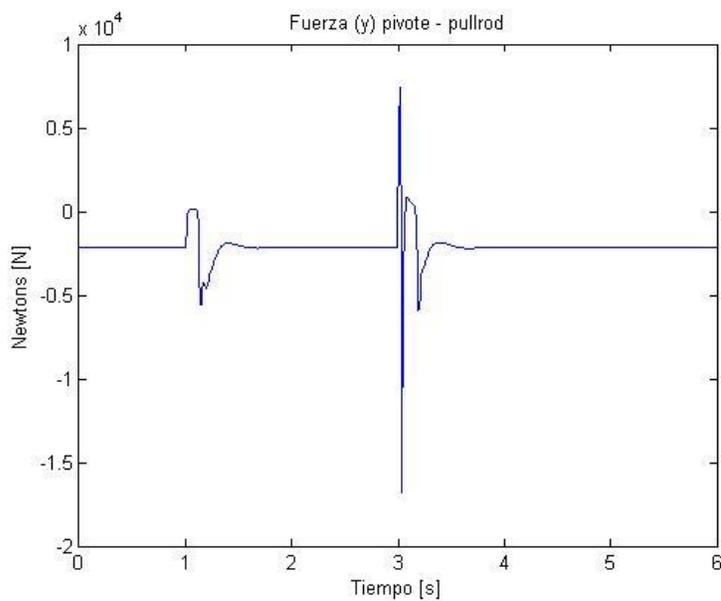


Gráfico 4.15 Fuerza eje lateral (y), pivote pullrod

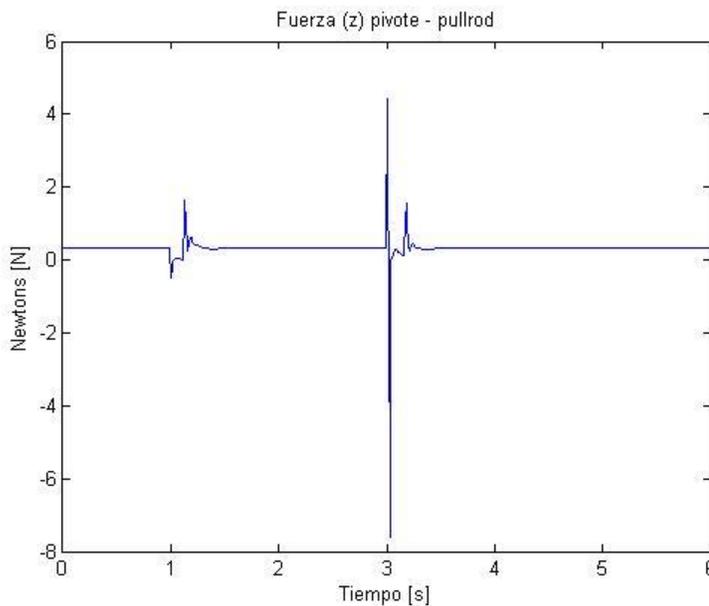
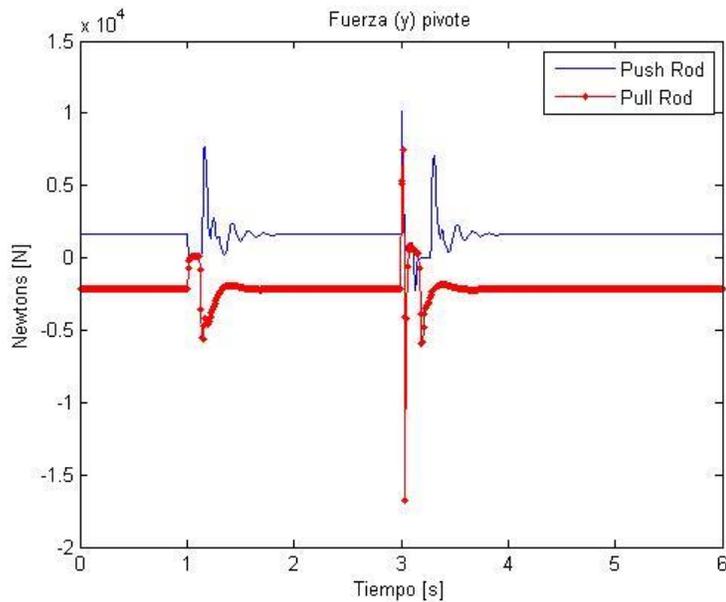


Gráfico 4.16 Fuerza eje vertical (z), pivote pullrod

El esfuerzo máximo en el eje lateral y llega a los 16 mil newtons el momento de la grada y a 6 mil en el momento de la caída, en el eje vertical z llega a 8 newtons en el momento de la grada y 1.5 newtons en la caída. Los esfuerzos en el eje z son despreciables. Son muy similares los datos en comparación al de los esfuerzos en el lado opuesto de la barra por lo que los máximos esfuerzos no pasan de 16 mil newtons en cualquier ubicación del elemento crítico, como se observa en las figuras 4.15 y 4.16 respectivamente.

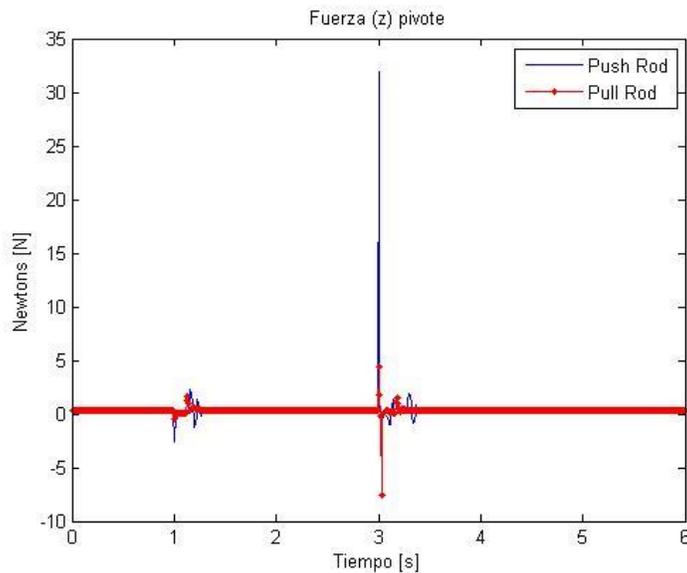
Comparación.

Los esfuerzos presentes en la barra conectada al amortiguador en el caso de la suspensión Pull-rod son mayores, es lo mismo que sucedió en el análisis de la misma barra en el otro extremo, debido a la configuración y el sentido en que se realizan los esfuerzos para cada sistema; es verdad que en pullrod las cargas son mayores, pero el que sea a tracción y no compresión da una ventaja por lo que en este análisis específico no existe ninguna mejor opción, y en base a las pruebas anteriores, se mantiene la superioridad de la suspensión Pull-rod frente a la Push-rod. Ver graficas 4.17 y 4.18.



Gráfica 4.17 Fuerza eje lateral (y), pivote pullrod vs. pivote pushrod

En la gráfica 4.17 se puede ver que las fuerzas en el pivote para las dos configuraciones de suspensión no parten del mismo valor, esto se debe a la diferencia geométrica y en los valores de K y D utilizados respectivamente.



Gráfica 4.18 Fuerza eje vertical (z), pivote pullrod vs. pivote pushrod

4.2 Resultados Carro Completo

Basándose en los resultados de la sección 4.1 del cuarto de carro y por la superioridad en performance de la configuración pullrod es que las pruebas del modelo del carro completo se realizaron bajo la configuración Pull-rod.

4.2.1 Caída.

En esta prueba se quiso observar la reacción que este modelo FSAE tendría a una caída de 5cm. Para simular esta prueba, se fijó el piso en un nivel de 0 metros y luego en un nivel de -0.05 metros. La velocidad del automóvil está en 70km/h. Los resultados de esta prueba se muestran a continuación:

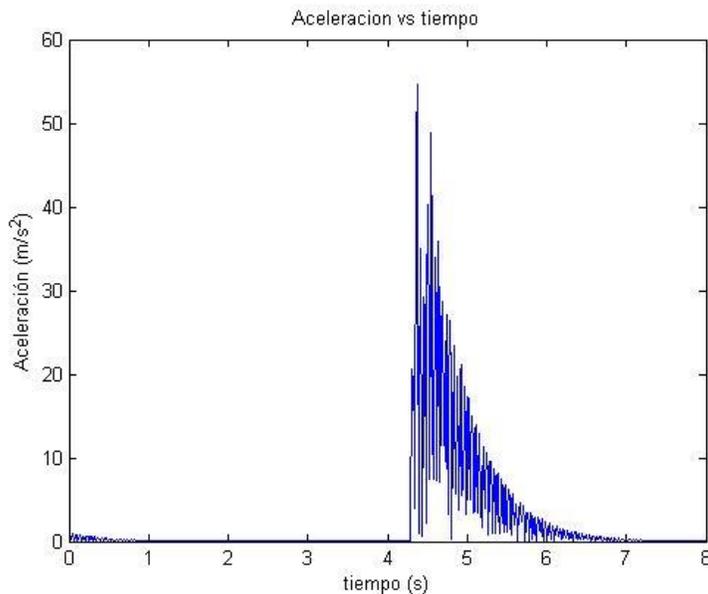


Gráfico 4.19 Aceleración sentida por el piloto (prueba caída)

Como se muestra en el gráfico 4.19, la aceleración máxima que sufre el piloto es de 54.67m/s^2 , lo que representa a $5.5g$'s. La aceleración sentida por el piloto es considerable pero tiene una duración bastante pequeña en el tiempo por lo tanto el cuerpo humano lo puede soportar sin ningún problema. (Illera)[21] Por otra parte se puede mencionar que esta aceleración es máxima cuando las llantas delanteras dejan de tener contacto con el piso.

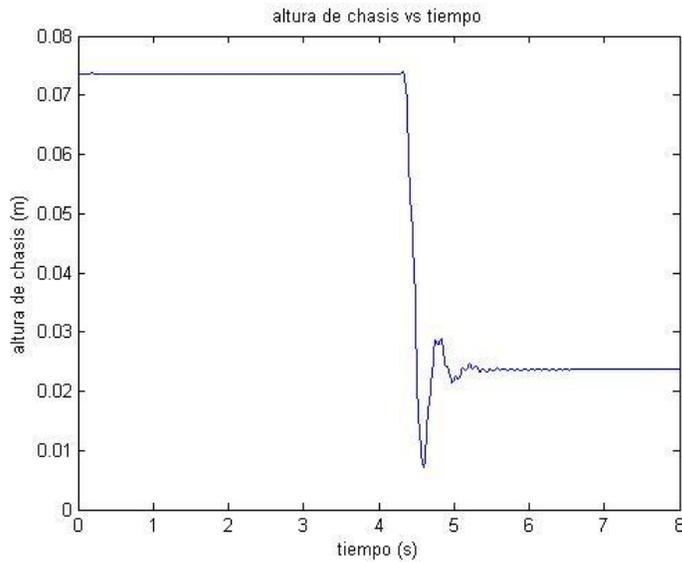


Gráfico 4.20 Altura del chasis (prueba caída)

Como se observa en el gráfico 4.20, la caída comienza en el segundo 4.3. El chasis baja 7cm centímetros y se estabiliza casi en una vibración críticamente amortiguada en su nueva altura de 2cm. Cabe resaltar que su nueva altura es de 2cm ya que el piso ahora se encuentra a -5cm, lo que hace que siga con su altura normal con el piso de 7cm.

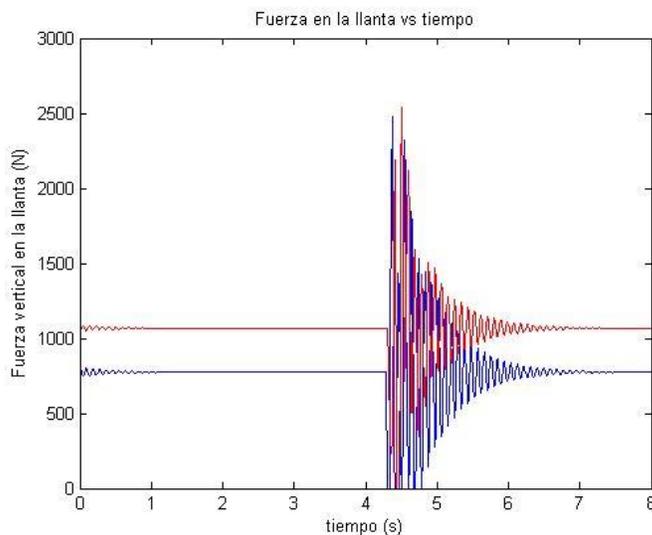


Gráfico 4.21 Fuerza eje vertical (z) (prueba caída)

En el gráfico 4.21, se pueden observar 2 líneas, la línea azul corresponde a la fuerza que actúa en la llanta delantera izquierda mientras que la línea roja es la fuerza que actúa en la llanta trasera izquierda. La llanta izquierda delantera pierde contacto con el piso en el segundo 4.3, ya que es cuando el piso cambia de nivel. Al tener contacto otra vez con el piso, la llanta recibe un fuerte impacto el cual es de aproximadamente 2500N. Se puede ver que la llanta delantera soporta menos fuerzas que la llanta trasera, esto sucede ya que el centro de gravedad del auto se encuentra más cerca del eje trasero que del eje delantero del automóvil. Esto va a poder ser modificado mientras avance la construcción del modelo ya que no se han tomado en cuenta las baterías y otros implementos que pueden ser colocados en la parte delantera del vehículo, para tratar de igualar los pesos en los ejes. En nuestro modelo solo se tomó en cuenta los pesos más influyentes los cuales son el peso del chasis, peso de todos los componentes de la suspensión, el peso del piloto y el peso del motor.

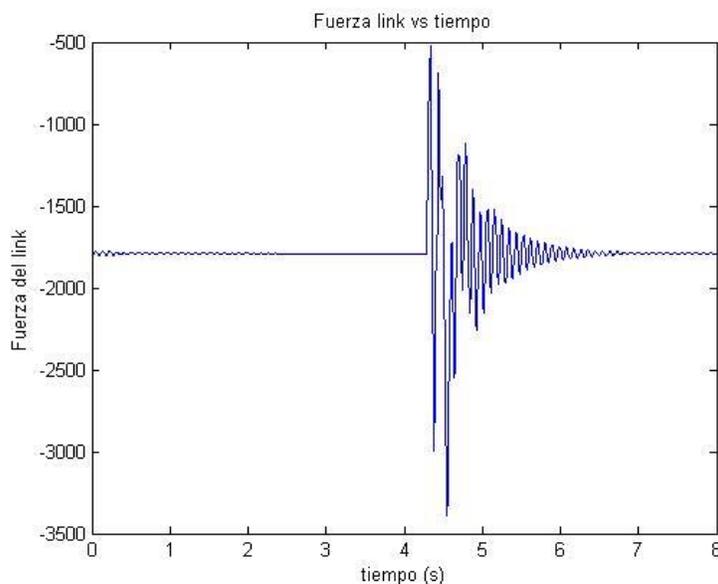


Gráfico 4.22 Fuerza en amortiguador-resorte (prueba caída)

En el gráfico 4.22 se puede observar la fuerza generada por el amortiguador y el resorte de la suspensión delantera derecha. En este se puede observar que nuestro modelo siempre se encuentra a compresión en todo momento ya que todos los

valores son negativos. Por otra parte al topar con el piso, después de la caída, el link genera una fuerza máxima de -3400 (N)

4.2.2 Subir grada.

Esta prueba es simulada para ver la reacción que el FSAE puede tener al subir una pequeña grada. En esta simulación, el fórmula tiene una velocidad de 70km/h y sube una pequeña grada de 5cm de alto. Como se realizó en la prueba de caída, se fija el piso a un nivel de 0 metros y luego a un nivel de 0.05m positivos, a diferencia de la caída donde fue con signo negativo. Aunque esta prueba no exista en la vida real de una competencia de pista, es bueno saber cómo puede llegar a comportarse el automóvil.

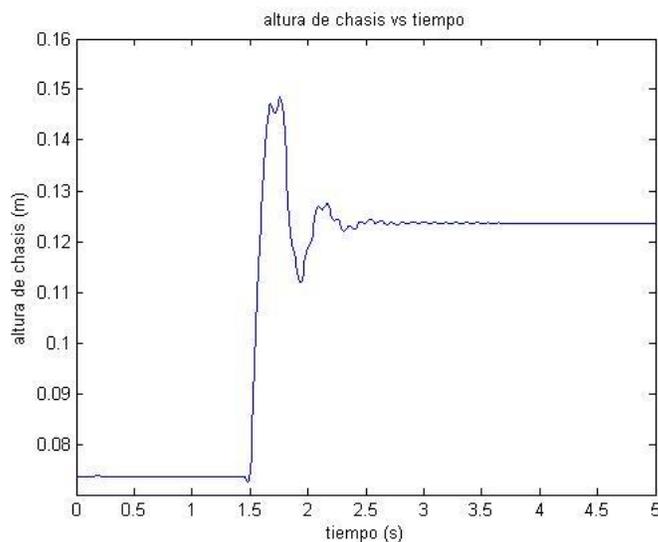


Gráfico 4.23 Altura del chasis (prueba subir grada)

Como se observa en el gráfico 4.23, la grada comienza en 1.5 segundos y el chasis se estabiliza en 2.5 segundos aproximadamente. Tiene una pequeña vibración hasta el segundo 3.5. Por otra parte se ve un pico de 0.14 metros, lo que significa que el chasis tiene un pequeño salto cuando llega a la grada para luego estabilizarse en 0.12 metros.

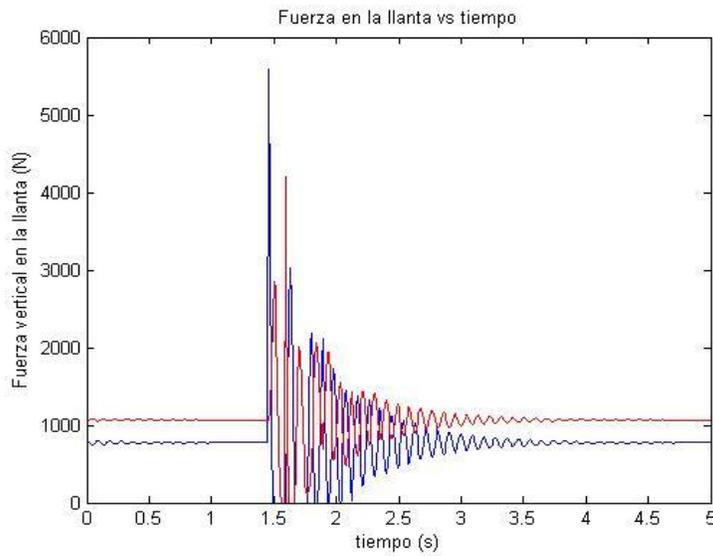


Gráfico 4.24 Fuerza eje vertical (z) (prueba subir grada)

Pasando a la fuerza que tienen las llantas, se puede ver en el gráfico 4.24 que la llanta delantera (línea azul) sufre una fuerza máxima de casi 5600 (N), mientras que la llanta trasera (línea roja) sufre una fuerza máxima de 4200 (N). Entre el segundo 1.5 y el 2, 4 veces la llanta delantera izquierda no tiene contacto con el suelo, mientras que la llanta trasera izquierda solo pierde contacto 2 veces con el suelo. Esto hace que este FSAE pueda perder estabilidad y afectar a su maniobrabilidad.

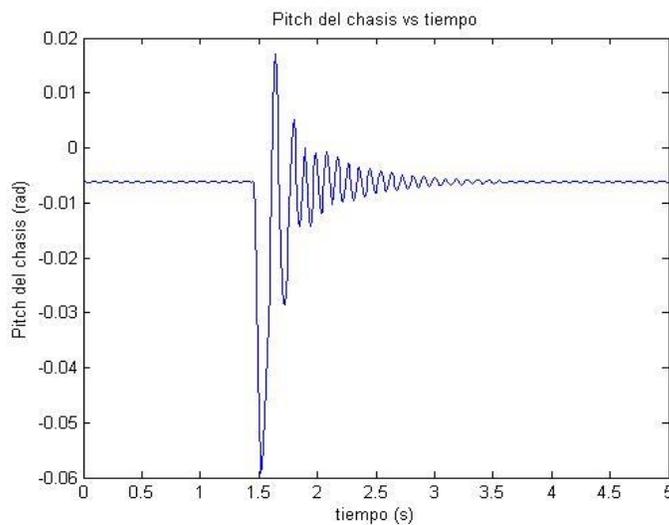


Gráfico 4.25 Ángulo longitudinal del chasis (prueba subir grada)

En este gráfico 4.25 , se puede ver el ángulo de pitch, cuyo valor máximo es de 0.06 radianes que son aproximadamente 3.43° . Se observa que el chasis se estabiliza después de 2 segundos de haberse subido la grada. Es un tiempo aceptable para estabilizarse ya que se ve que el auto pierde contacto con el piso a causa de la grada.

4.2.3 Bancada.

La tercera simulación realizada en el modelo de este proyecto, fue lo que podría sufrir un fórmula en una carrera, que es una subida a una bancada, en otras palabras, solamente un lado del carro sube una pequeña grada. Simulamos el automóvil conduciendo en línea recta y se encuentra con una pequeña grada en su parte derecha. Esta grada tiene una altura de 5cm y tiene una longitud de 20m. Al principio y al final de la grada existen unas pequeñas rampas de 1m de largo. El modelo pasó sobre esta bancada a 70km/h o 19.4m/s. Los resultados obtenidos son los siguientes:

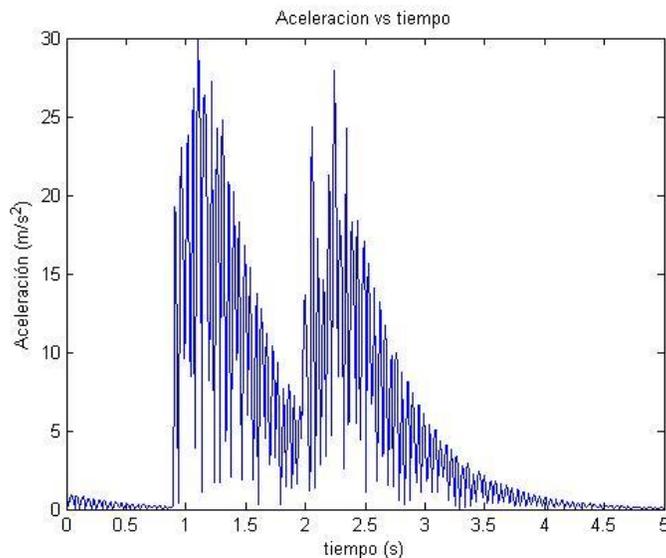


Gráfico 4.26 Aceleración sentida por el piloto (prueba bancada)

Como se puede ver el gráfico 4.26, tenemos una aceleración máxima de 3 g's. Es una aceleración que el cuerpo humano puede soportar tranquilamente ya que se presenta por un periodo bastante corto de tiempo. Por otra parte se pueden observar

2 picos, el primero representa a la subida de la bancada y el segundo representa a la bajada de la bancada.

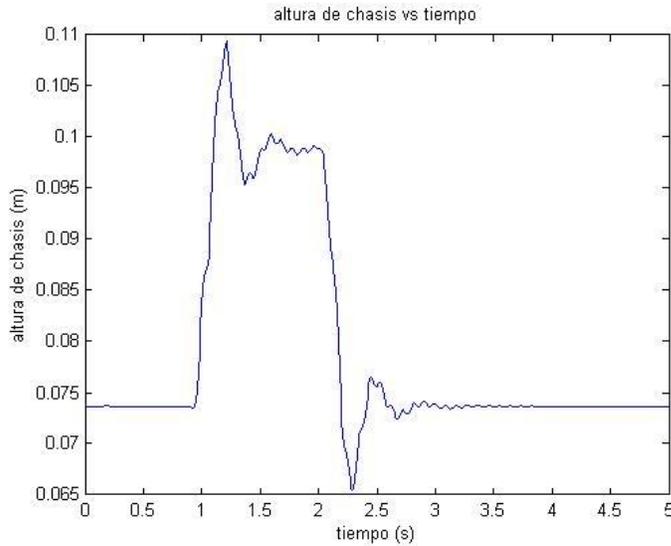


Gráfico 4.27 Altura del chasis (prueba bancada)

En este gráfico 4.27 podemos observar que en los 20 metros de bancada la altura del chasis no logra estabilizarse completamente, pero es normal ya que el auto pasa los 20 metros en aproximadamente 1 segundo. Se observa que el chasis quiere estabilizarse cerca de los 0.1m pero en los 2s se acaba la bancada y regresa a su altura normal que es 0.0735m.

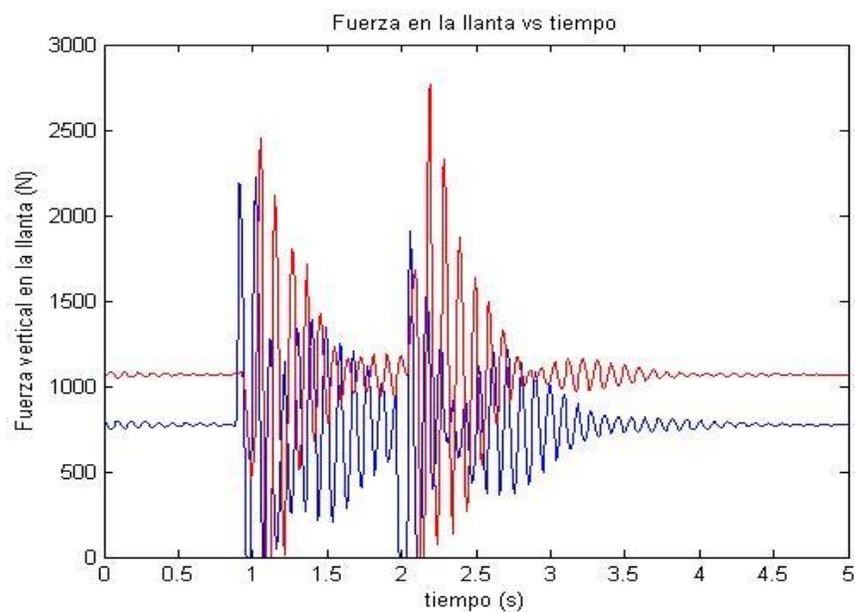


Gráfico 4.28 Fuerza eje vertical (z) (prueba bancada)

Como se muestra en el gráfico 4.28, la fuerza máxima de la llanta trasera (línea roja) es de 2800N que es cuando la llanta delantera comienza a bajar la grada. Se puede ver que la llanta delantera (línea azul) tiene fuerza 0, 2 veces al subir la grada y 1 vez al bajar la grada, que significa que la llanta está en el aire. El tiempo que el automóvil se encuentra con la llanta en el aire es bastante corto, es de menos de 0.1 segundos por lo tanto podría afectar en la maniobrabilidad del automóvil.

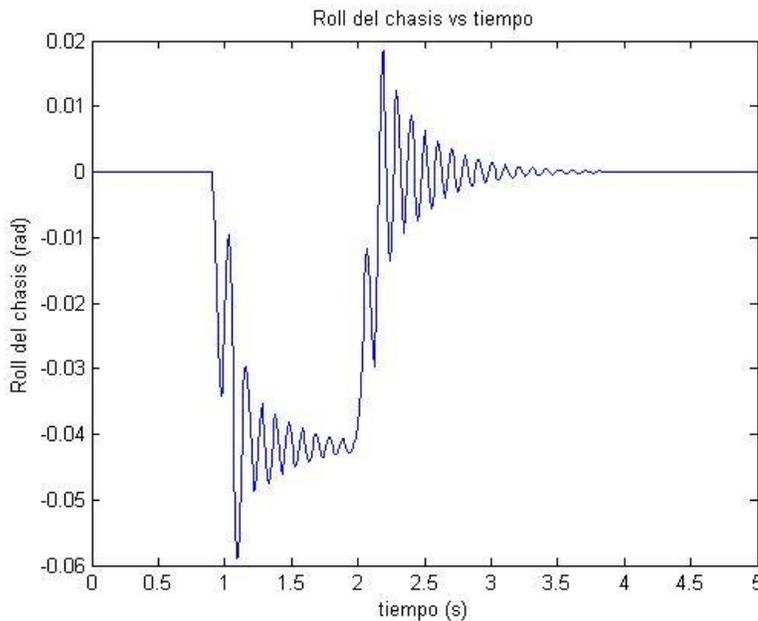


Gráfico 4.29 Ángulo lateral del chasis (prueba bancada)

El roll del chasis, el cual se muestra en el gráfico 4.29, muestra que al subirse la grada, el chasis tiene un ángulo de roll de 0.04 radianes que es aproximadamente 2.29 grados, llega a un roll máximo de 0.06 radianes que es 3.43 grados. Es bastante pequeño este movimiento y a los 2 segundos el auto baja la grada y el roll se estabiliza, llegando a 0.

4.2.4 Piso sinusoidal intercalado.

La cuarta prueba fue una simulación de un piso sinusoidal intercalado. Esto es una prueba que se les realiza a los automóviles comerciales en la cual existe un piso con pequeñas lomas, pero mientras el lado izquierdo del auto está en una cresta, el lado contrario, el derecho se encuentra en un valle. Esta prueba básicamente es para medir el grado de confort que presenta un automóvil. Por esta razón, mientras más “sport” sea la suspensión del automóvil, menor va a ser el confort y el movimiento del auto va a ser más brusco.

Los parámetros planteados dentro de este proyecto, en esta prueba fue un piso de forma sinusoidal de 3cm de amplitud y 3.2 metros de longitud de onda. El automóvil tuvo una velocidad constante de 13.8m/s que son 50km/h.

Para lograr que el piso tenga una forma semejante a una onda sinusoidal se insertó una fórmula que depende de la posición en la que se encuentre el auto. Las líneas de programación de las fuerzas verticales que actúan sobre las llantas se adjuntan en anexos.

La forma que describe el suelo es mostrada en el gráfico 4.30

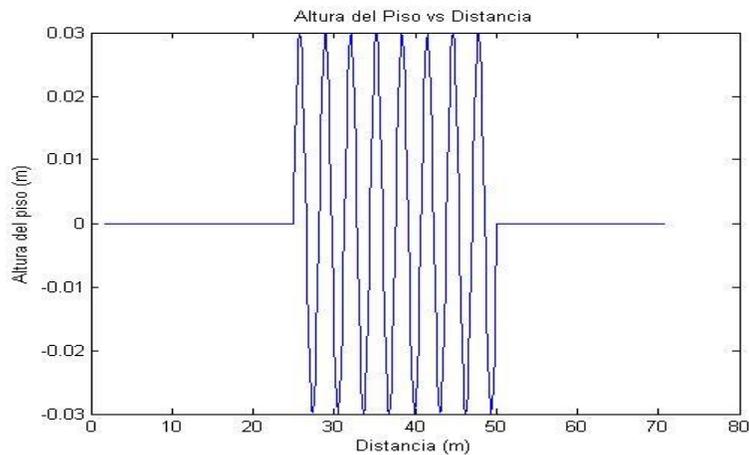


Gráfico 4.30 Forma piso sinusoidal intercalado.

Los resultados obtenidos se presentan en los gráficos 4.31 hasta 4.34:

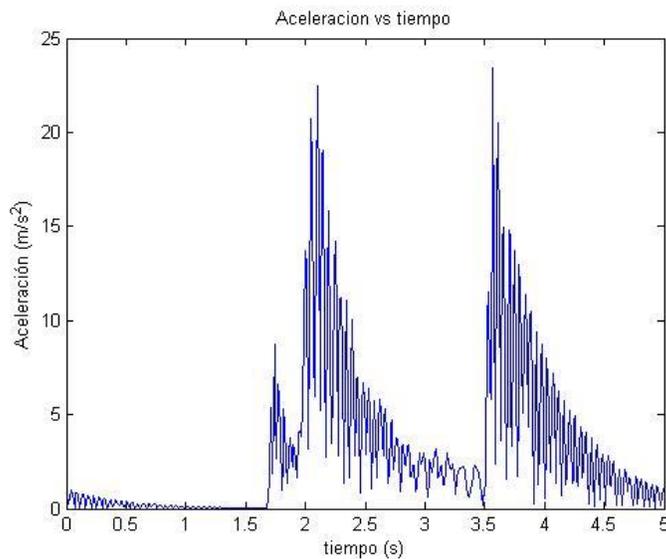


Gráfico 4.31 Aceleración sentida por el piloto (prueba piso sinusoidal intercalado)

Como se puede observar en el gráfico 4.31, la aceleración que sentiría el piloto, sería de 22m/s^2 que son como 2.2G's, completamente soportable para un ser humano normal ya que es menos de 0.1 segundos de duración. Cabe resaltar que la aceleración sentida por el piloto, es la norma de las aceleraciones en cada dirección.

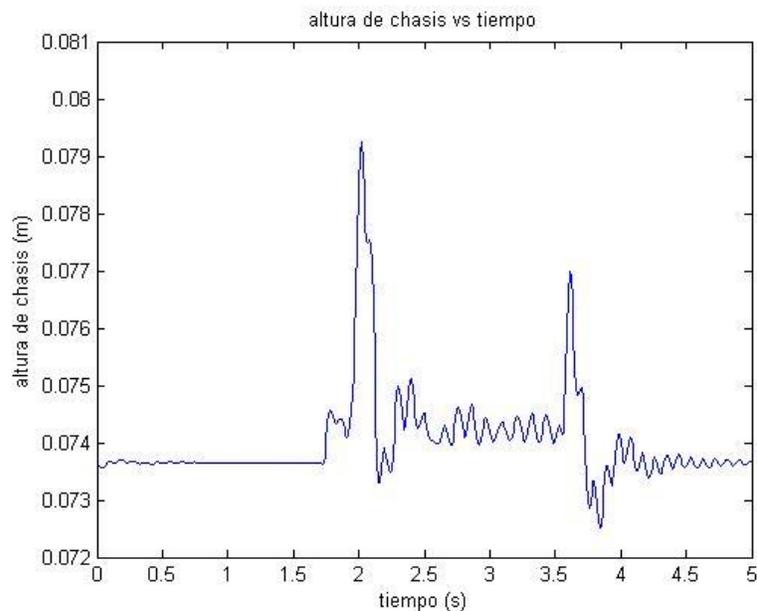


Gráfico 4.32 *Altura del chasis (prueba piso sinusoidal intercalado).*

En lo que corresponde a la altura del chasis se puede en el gráfico 4.32 ver que no varía mucho, el mayor cambio es de 0.006 (m), que es una variación casi imperceptible para el piloto que se encuentra manejando el vehículo. La altura normal del automóvil es de 7.36cm.

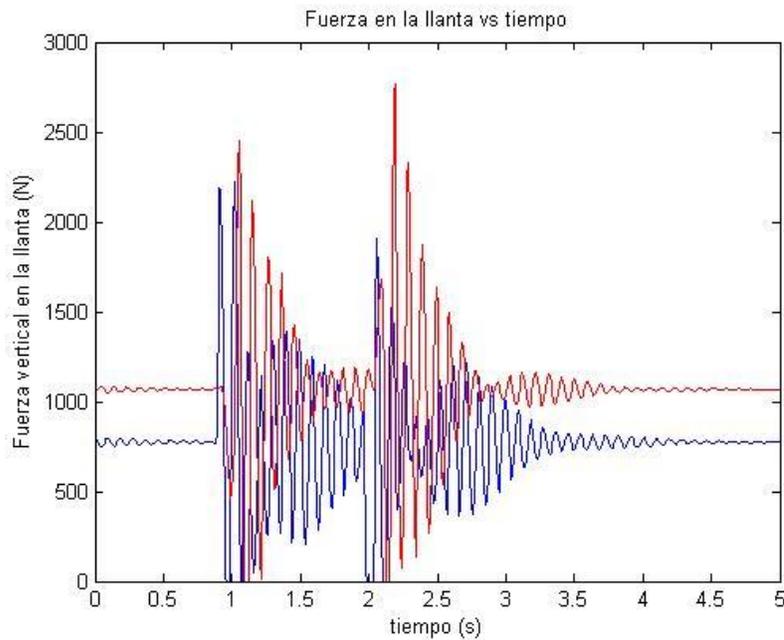


Gráfico 4.33 Fuerza eje vertical (z) (prueba piso sinusoidal intercalado).

En el gráfico 4.33, existe un resultado bastante interesante. Se puede ver que en ambas llantas, tanto la delantera izquierda (línea azul) como la llanta trasera izquierda (línea roja), varias veces la fuerza en las llantas es 0(N), esto significa que la llanta está en el aire, no está topando el piso. Esto podría afectar la estabilidad en un automóvil. Con esta prueba se verifica que el automóvil diseñado en este proyecto, no es apto para caminos malos.

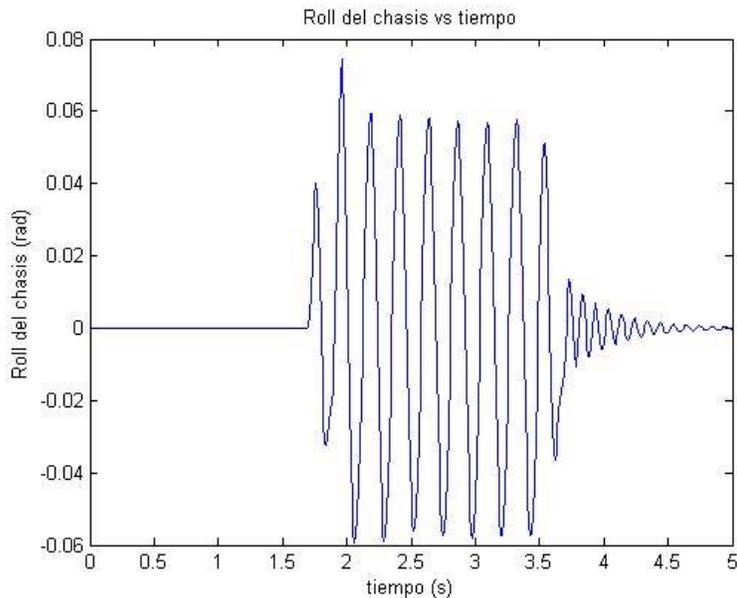


Gráfico 4.34 Ángulo lateral del chasis (prueba piso sinusoidal intercalado).

El roll del chasis o la rotación del chasis en su eje longitudinal, es un resultado muy interesante ya que existe bastante movimiento. El valor máximo es de aproximadamente 0.7 radianes, que son 4 grados. Esto se debe al tipo de suspensión que tiene este automóvil, es de poco desplazamiento y bastante rígida, lo que hace que el chasis tenga bastante roll en esta prueba.

4.2.5 Curva.

En la siguiente prueba, se simuló una curva a 19.4m/s o 70km/h. El FSAE se desvía aproximadamente 14° a la izquierda. Como se mencionó en el capítulo 3.9.2.3, en el programa de Driven Joints se utilizó un controlador para que siga la referencia la línea puesta, ver figura 4.5. Ésta fue una línea de 14° . Las líneas de programación con las que se simuló la línea se adjuntan en anexos.

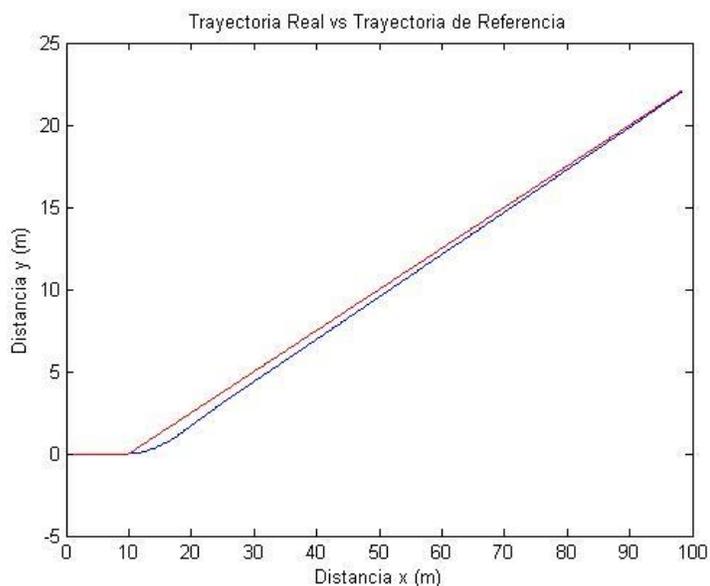


Figura 4.5, Trayectoria real vs. Trayectoria de referencia

Esta prueba se realizó, para conocer el comportamiento del FSAE en una prueba vital para un auto de competición como este.

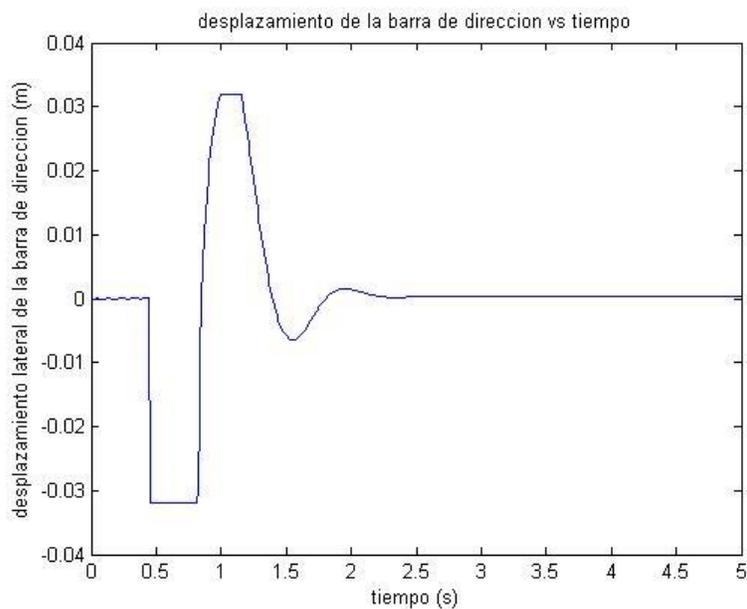


Gráfico 4.35 Desplazamiento barra dirección (prueba curva)

Como se puede observar en el gráfico 4.35, la barra de dirección llega a su máximo de 0.032 (m) para seguir la nueva trayectoria que es de 14° .

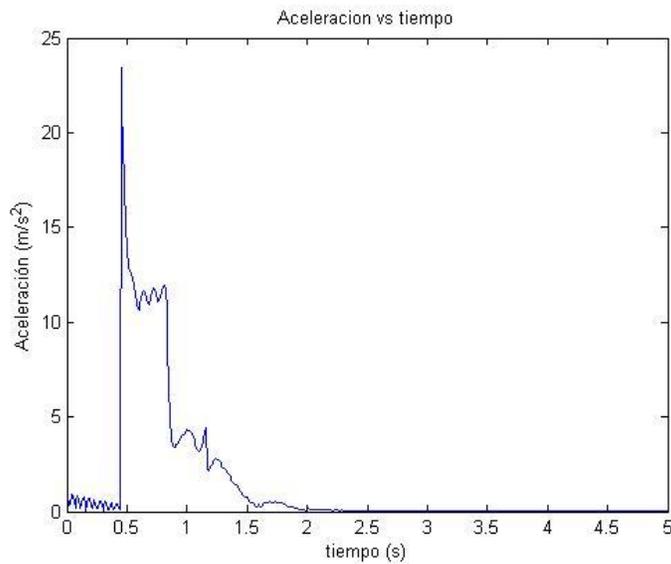


Gráfico 4.36 Aceleración sentida por el piloto (prueba curva)

La aceleración que el piloto sentiría sería de $23.4m/s^2$, lo que equivale a $2.3'g$. Como se puede observar, la máxima aceleración que siente el piloto es un poco antes de los 0.5 segundos, que es cuando la barra de dirección curva bruscamente y llega a su máximo desplazamiento.

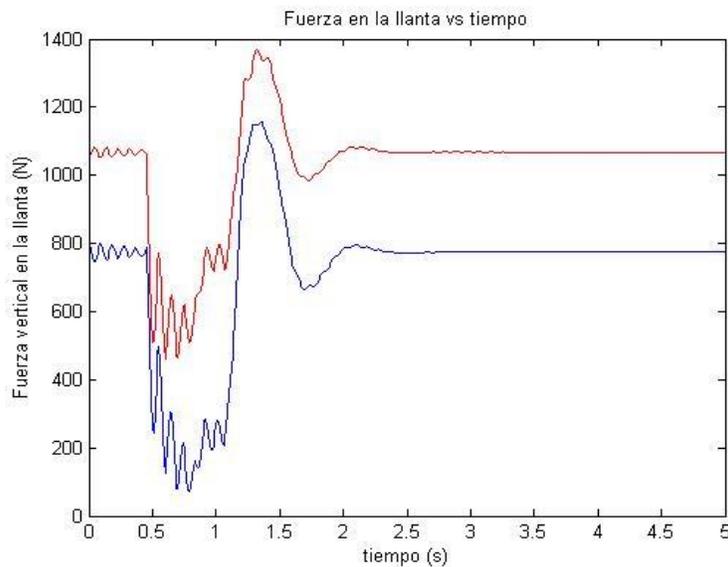


Gráfico 4.37 Fuerza eje vertical (z) (prueba curva)

Como se puede observar en el gráfico 4.37, la fuerzas verticales de la llanta delantera izquierda (línea azul) y la de la llanta trasera izquierda (línea roja) se comportan bastante parecido. Mientras que en las fuerzas laterales de las llantas son bastante diferentes como se puede ver en el gráfico 4.38.

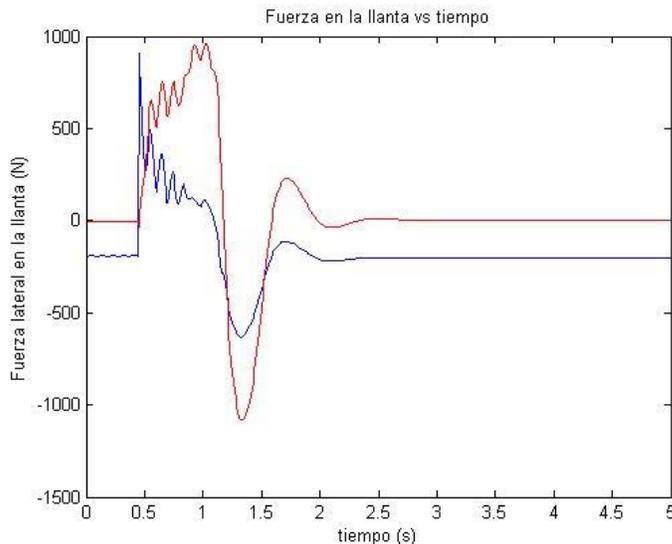


Gráfico 4.38 Fuerza eje lateral (y) (prueba curva)

En el gráfico 4.38 se observa que la fuerza lateral de la llanta delantera (línea azul) llega a un pico antes que la fuerza lateral de la llanta trasera izquierda (línea roja), esto se debe a que cuando la cremallera tiene su desplazamiento, esta dirige a las llantas delanteras y estas son las que hacen que el automóvil curve mientras que las traseras solo siguen la trayectoria. Como se puede ver, en el gráfico 4.38, tenemos una fuerza lateral máxima de aproximadamente 900 N en la llanta delantera mientras que en la llanta trasera tenemos un valor cercano a los 1000 N, que sería la fuerza lateral que tiene que resistir la llanta y sus componentes. Por otra parte como se puede observar en el gráfico 4.37, la fuerza máxima vertical es mayor que la fuerza lateral. Ésta llega a 1300 (N) en la llanta trasera y a 1100 (N) en la delantera. Estos datos son muy importantes en el diseño de los componentes de la suspensión ya que ayudan a estimar las fuerzas que tienen que soportar los componentes del automóvil.

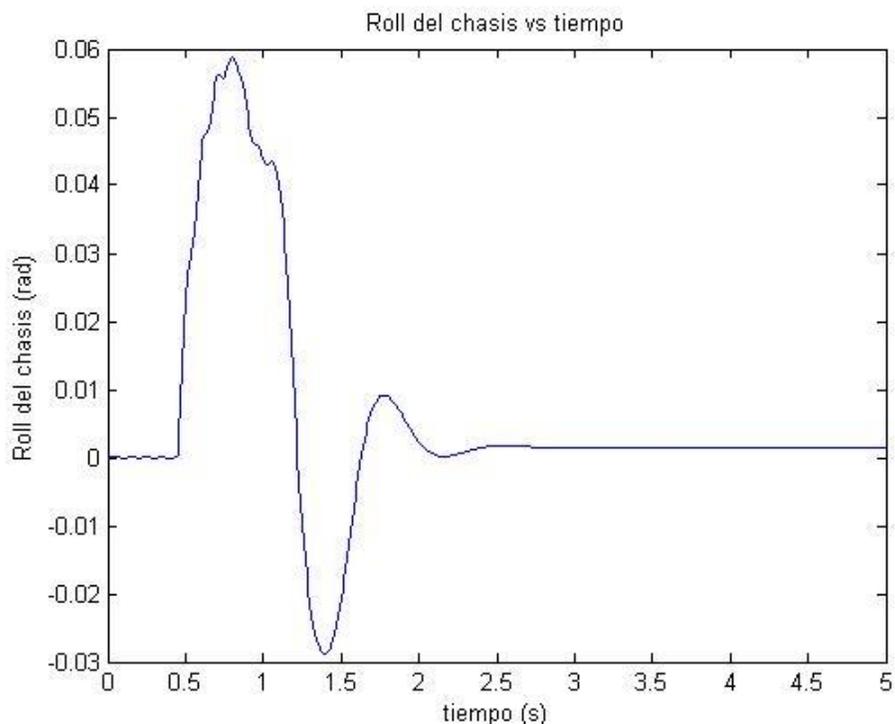


Gráfico 4.39 Ángulo lateral del chasis (prueba curva)

Por último en el gráfico 39 se puede ver el roll que tiene el chasis en esta prueba. Se observa que tiene un roll de aproximadamente 0.06 radianes o 3.4° . Esto es un roll bastante bajo pero se lo puede atribuir al tipo de suspensión con la que está diseñada el auto que es muy rígida.

4.2.6 Moose test o cambio de carril.

Esta prueba es realizada a la mayoría de los automóviles comerciales por la cual se puede evaluar la estabilidad del automóvil. Se llama Moose test o prueba del alce ya que se simula que conduciendo por la calle aparece un alce y el conductor tiene que esquivar el animal pero luego tiene que volver a su carril ya que viene otro auto en sentido contrario. Esta prueba se la hizo inicialmente en los países nórdicos, en donde existen muchos cruces de alces en las autopistas o calles. Después de algún tiempo, esta prueba ha llegado a ser estandarizada a los parámetros de la figura 4.4. La velocidad puede ser variable pero generalmente se la realiza entre los 50km/h a 70km/h y tiene que pasar dentro de los conos dispuestos en la configuración de la figura 1.8.

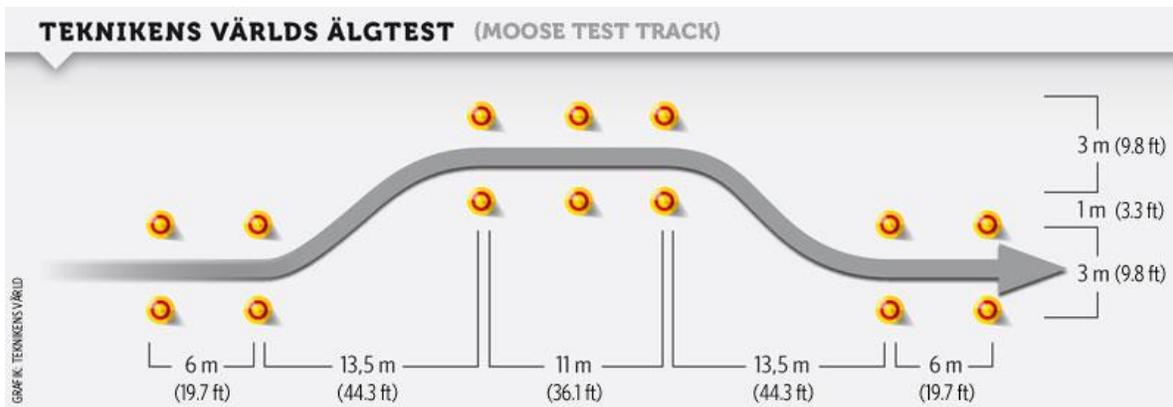


Figura 1.8 Moose Test Track. (Moose Test, The truth about cars)[22]

La trayectoria real de nuestro modelo comparada con la trayectoria de referencia se puede observar en la figura 3.29

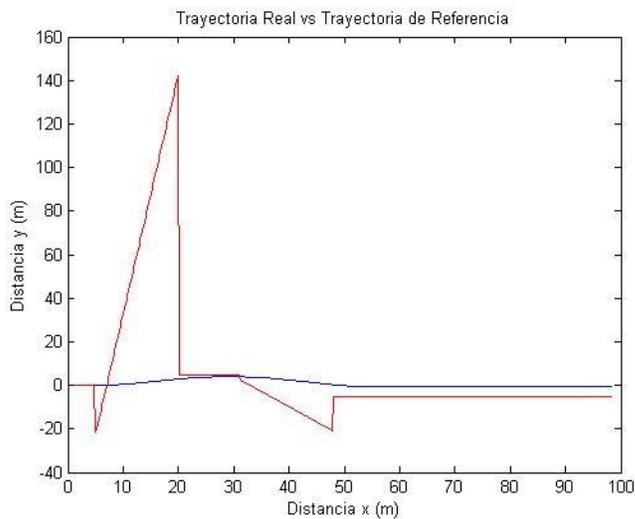


Figura 3.29, Trayectoria real vs trayectoria de referencia

Para nuestro modelo se la realizó a 70km/h. Los resultados fueron los siguientes:

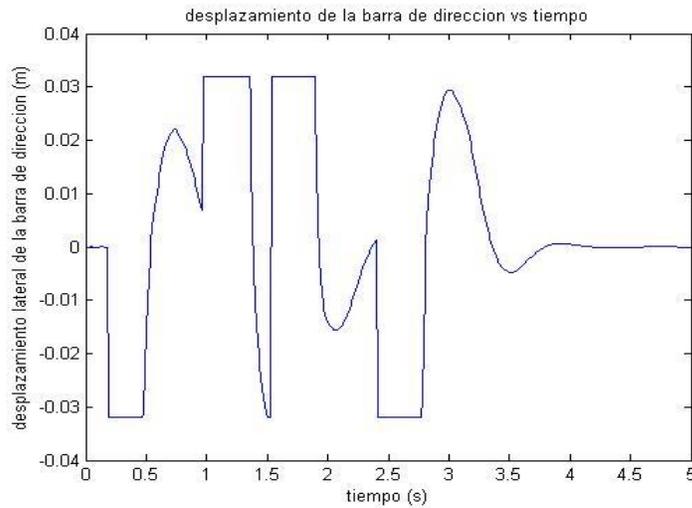


Gráfico 4.40 Desplazamiento barra dirección (prueba cambio de carril)

Para lograr seguir la trayectoria deseada se necesitó que la barra de dirección del automóvil tenga desplazamientos como los que se observan en el 4.40. Se ve que 4 veces llega al tope de la dirección. Por otra parte en el gráfico 36, donde se muestran las aceleraciones sentidas por el piloto, se observan 4 picos.

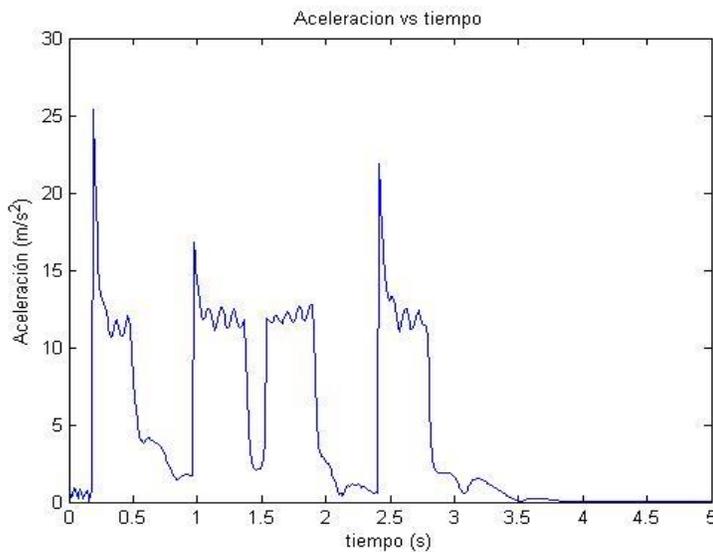


Gráfico 4.41 Aceleración sentida por el piloto (prueba cambio de carril).

Cada pico corresponde a la llegada al tope de la barra de dirección en cada curva. Se puede ver que el primer pico y el último pico son mayores que los dos picos del centro, esto sucede ya que al corregir la dirección, el cuerpo sufre fuerzas mayores

en la primera y última curva que en la segunda y tercera curva. El máximo que llega es a 25m/s^2 que equivale a 2.5 gravedades. Se puede ver que son valores un poco altos, pero al tener tan poco tiempo de duración, el cuerpo humano puede soportar sin ningún problema estas aceleraciones.

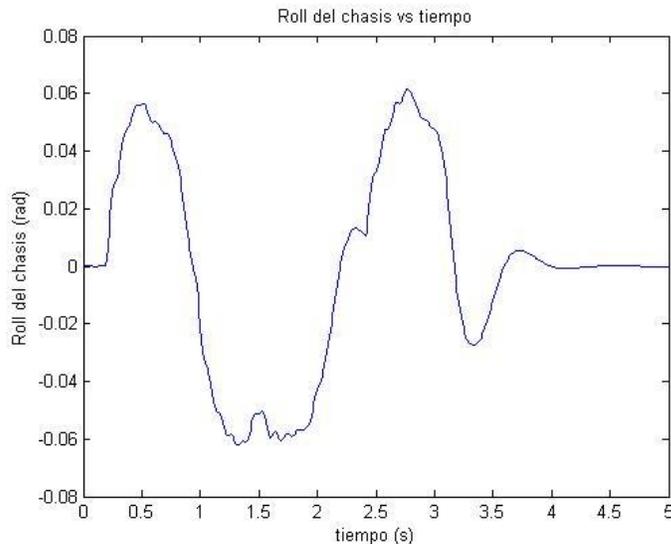


Gráfico 4.42 Ángulo lateral del chasis (prueba cambio de carril).

En este gráfico se puede observar que el roll del chasis responde a las aceleraciones que sentiría el piloto. Los ángulos máximos a los que llega el auto, en su eje longitudinal son de 0.06 radianes que es equivalente a unos 3.4° aproximadamente. Por otra parte cuando las aceleraciones son máximas su ángulo de roll es máximo.

Por otra parte, en el gráfico 4.42 se observa que las fuerzas laterales en la llantas delantera izquierda (línea azul) y trasera izquierda (línea roja).

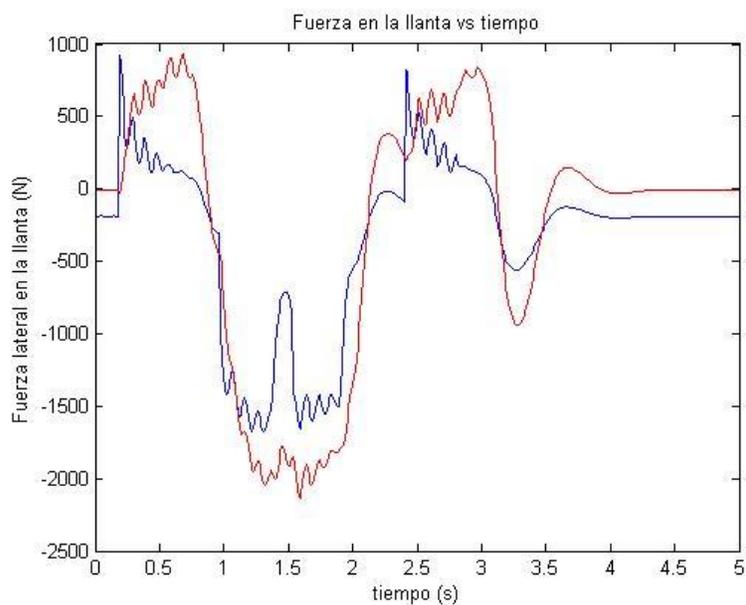


Gráfico 4.43 Fuerza eje lateral (y) (prueba cambio de carril)

Estas fuerzas laterales van directamente relacionadas con las aceleraciones. Entre mayor sea la fuerza lateral en la llanta, mayor va a ser la aceleración sentida por el piloto. La fuerza lateral máxima que tiene que soportar la llanta es de aproximadamente 2000 N. Con estos valores se puede tener una idea para poder diseñar cada componente de la suspensión del automóvil con valores cada vez más cercanos a la realidad, los cuales puedan soportar estas fuerzas sin ningún problema.

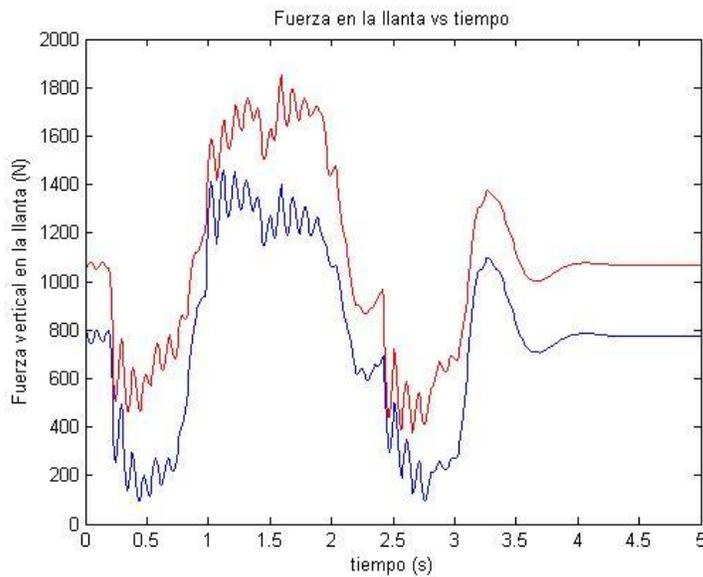


Gráfico 4. 44 Fuerza eje vertical (z) (prueba cambio de carril)

Por último, en el gráfico 4.44, se puede ver que las fuerzas verticales sufridas por la llanta delantera izquierda (línea azul) y trasera izquierda (línea roja). Las fuerzas verticales son bastante semejantes a las fuerzas laterales solo que mantiene picos diferentes. Se observa que en ningún momento la llanta llega a despegarse del suelo. Por otra parte se puede ver que en el eje vertical la fuerza máxima a soportar por la llanta es de 1800N, un poco menos del doble de la fuerza que normalmente necesita para mantener el auto en su posición normal.

5.- CONCLUSIONES

5.1 Conclusiones $\frac{1}{4}$ de carro Pull Rod VS Push Rod

Se constató que la configuración pull-rod tiene un mejor desempeño comparado con la pushrod, esto es, un mayor tiempo de contacto del piso con la llanta, mayor flexibilidad de la suspensión o adaptabilidad, lo que se traduce en control del vehículo y algo muy importante, que llega al equilibrio con menor período que la pushrod, al acercarse de esta manera al modelo teórico de un movimiento críticamente amortiguado. Cabe resaltar que varios artículos comparten el resultado obtenido por nosotros, como es el artículo de Sports-keeda (Pushrod-Pullrod)[24] y el de Formula1-dictionary (Pullrod vs Pushrod suspension: Which is preferred?, 2013)[23].

La superioridad de la suspensión pullrod se ve en los gráficos de los distintos análisis que se hicieron, altura del chasis, ángulos etc.

Una de las ideas que se creía posible era poder disminuir el tamaño de la barra principal de la suspensión pullrod, ya que al estar sometida a tracción podría soportar más carga, ya que no debe vencer el efecto de pandeo, aquí resultó que los esfuerzos laterales principalmente son considerablemente mayores a los de la push rod, por lo que la idea de ahorrar peso en esos componentes de la barra no sería factible, sin embargo se necesitarían otros estudios más específicos para afirmarlo.

Cabe mencionar que la constante de rigidez del resorte (K) y de amortiguación (D) utilizada en cada tipo de configuración de suspensión fue totalmente diferentes, tanto K como D mayores para la suspensión pullrod, sin embargo el comportamiento de la suspensión es mucho más adaptable y flexible, esto tiene que ver con la geometría y la forma en que las fuerzas de las llantas actúan sobre el amortiguador y el resto de componentes.

Push rod

Constante de resorte = de 55000(N/m)

Constante de amortiguación=1800 (N/(m/s))

Pull rod

Constante de resorte = de 100000(N/m)

Constante de amortiguación=10000 (N/(m/s))

Se utilizaron estos factores de rigidez y de amortiguamiento en base a datos reales referenciales, y posteriormente realizando varias animaciones 3D para llegar lo más cerca al tipo de movimiento deseado, críticamente amortiguado, y tomando en cuenta que no haya inconsistencias como que la altura del chasis sea negativa, lo que significa que el chasis toparía el piso, o ángulos en las mesas que evidenciarían movimientos absurdos de la suspensión.

Una vez que se logró el mejor desempeño de cada tipo de suspensión se analizaron datos por separado, y una vez obtenido datos coherentes se analizó en conjunto y se los comparo, dando como resultado una superioridad clara en la suspensión pullrod, motivo por el cual el análisis del auto completo solo se realizó con esta configuración.

5.2 Conclusiones carro completo Pull Rod

Como se puede observar en los resultados obtenidos anteriormente, vemos que el automóvil de fórmula sae está diseñado con una suspensión bastante rígida, lo cual es bastante común en automóviles de competencia en pista. Se propone utilizar resortes con una constante de 170000(N/m) mientras que la constante de amortiguación sería de 10000 (N/(m/s)). Otro factor importante para el diseño de la suspensión son las fuerzas a las que va a estar sometida la llanta por lo tanto toda la suspensión. Las fuerzas verticales máximas en las llantas obtenidas en las pruebas fueron de 5600(N) mientras que las fuerzas laterales no superan los 2000 (N). Estos valores nos dan una idea de las fuerzas que tiene que soportar el sistema de suspensión haciendo más fácil el diseño de los componentes de la suspensión. Además se pudo obtener datos de las fuerzas a las que va a estar sometido el piloto, que van conectadas con las fuerzas que tienen que soportar las llantas.

Por otra parte existe un factor que persiste en todas las pruebas en donde hay cambio de altura repentina del piso, la cual es que las llantas se despegan del piso, perdiendo tracción y estabilidad. Esto se puede permitir en este automóvil ya que básicamente no va a tener que superar pruebas de este estilo, las pruebas del automóvil son de estabilidad en pista no en mal camino. Por otra parte se puede ver que en el momento de curvar, se desempeña bastante bien, comparándolo con autos comerciales que no son capaces de superar la prueba del cambio de carril a 70 km/h. Por estas razones se concluye que la suspensión simulada es una muy buena opción para implementarla en el modelo real del automóvil de fórmula SAE que se desea construir en la Universidad San Francisco de Quito. Este es el punto de partida para crear un diseño mucho más avanzado y tecnológico de la suspensión de un vehículo de competencia como el FSAE-USFQ.

6.- RECOMENDACIONES

Como recomendación se sugiere utilizar el modelo de MBSySPad como el punto de partida para el diseño del primer prototipo de un auto de competición de fórmula SAE. Previo a esto la recomendación más importante es crear un diseño de experimentos el cual permita modificar parámetros como constantes de amortiguación, constante de rigidez, incluso centros de gravedad, dimensiones y pesos de forma ordenada; de esta manera obtener cambios y poderlos tabular, para desarrollar y mejorar cada vez el diseño llegando así a un primer prototipo bastante avanzado y competitivo.

Al poder tabular los datos, y los cambios realizados, se puede comparar teniendo un punto de partida, la idea es enfocarse a un objetivo en una sola dirección y saber si las modificaciones que se realizan lo acercan o lo alejan del mismo, esta es la forma en la que se hace ciencia. Modificar parámetros al azar no es una forma técnica ni eficiente de crear un modelo y desarrollarlo para mejor.

7.- REFERENCIAS

- [5] *Competition History*. (2005). Retrieved from <http://www.sae.org/students/fsaehistory.pdf>
- [7] *2009 formula SAE rules*. (2008). Retrieved from <http://students.sae.org/competitions/formulaseries/rules/2009fsaerules.pdf>
- [23] *Pullrod vs Pushrod suspension: Which is preferred?* (2013). Retrieved from <http://www.sportskeeda.com/2013/01/20/pullrod-vs-pushrod-suspension-which-is-preferred/>
- [12] *Adams the multibody dynamics simulation solution*. (n.d.). Retrieved from <http://www.mscsoftware.com/product/adams>
- [2] Arsenio. (2006, 06 26). *Adaptación de un motor de combustión*. Retrieved from <http://www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/449b1aa65131e.pdf>
- [8] *Baja sae engine orders*. (n.d.). Retrieved from http://www.sae.org/servlets/pressRoom?OBJECT_TYPE=PressReleases&PAGE=showCDSNews&EVENT=BAJA&RELEASE_ID=1973
- [15] *Double wishbone suspension*. (n.d.). Retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Double_wishbone_suspension
- [3] *Fórmula SAE*. (n.d.). Retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Formula_SAE
- [4] *Fórmula SAE*. (n.d.). Retrieved from <http://www.insia-upm.es/formula-sae-pgn19.asp>
- [1] *Fórmula SAE*. (s.f.). Obtenido de <http://www.upmracing.es/fsae/formula-sae/>
- [9] *Formula SAE Results*. (n.d.). Retrieved from <http://students.sea.org/competitions/formulaseries/results/>
- [6] *History*. (n.d.). Retrieved from <http://www.carttech.cvut.cz/combustion/en/formula-student-sae/history>
- [21] Illera, A. (n.d.). *Fuerzas g*. Retrieved from <http://xeneiza.wordpress.com//2007/07/11/fuerzas-g-por-albert-illera>
- [22] *Moose Test, The truth about cars*. (n.d.). Retrieved from <http://www.thetruthaboutcars.com/2012/07/chrysler-fails-moose-test-and-breaks-first-commandment/>
- [11] *Multibody system*. (n.d.). Retrieved from http://en.wikipedia.org/wiki/Multibody_system
- [16] *Pushrod-pullrod*. (n.d.). Retrieved from http://formula1-dictionary.net/pushrod_pullrod.html

- [24] *Pushrod-Pullrod*. (n.d.). Retrieved from http://www.formula1-dictionary.net/pushrod_pullrod.html
- [20] Roger, F. (2011, 02 05). *Pushrod vs Pullrod*. Retrieved from <http://www.f1aldia.com/11219/suspensiones-push-rod-pull-rod/>
- [10] *SAE international announces 2013 formula sae schedule*. (n.d.). Retrieved from http://www.sae.org/servlets/pressRoom?OBJECT_TYPE=PressReleases&PAGE=showRelease&RELEASE_ID=1870
- [17] Samin, J., & Fiset, P. (2003). *Symbolic modeling of multibody systems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [14] *Technical specifications*. (n.d.). Retrieved from http://www.trikeit.com/index4a5f.html?location=technical_specs
- [13] *The suspension bible*. (n.d.). Retrieved from http://www.carbibles.com/suspension_bible.html
- [18] *Variable Dependiente*. (n.d.). http://www.ditutor.com/funciones/variable_dependiente.html.
- [19] *Variable independiente*. (n.d.). Retrieved from http://www.ditutor.com/funciones/variable_independiente.html

8.- ANEXOS

- Technical Drawings para mayor detalle sobre los arcos y barras antivuelco.

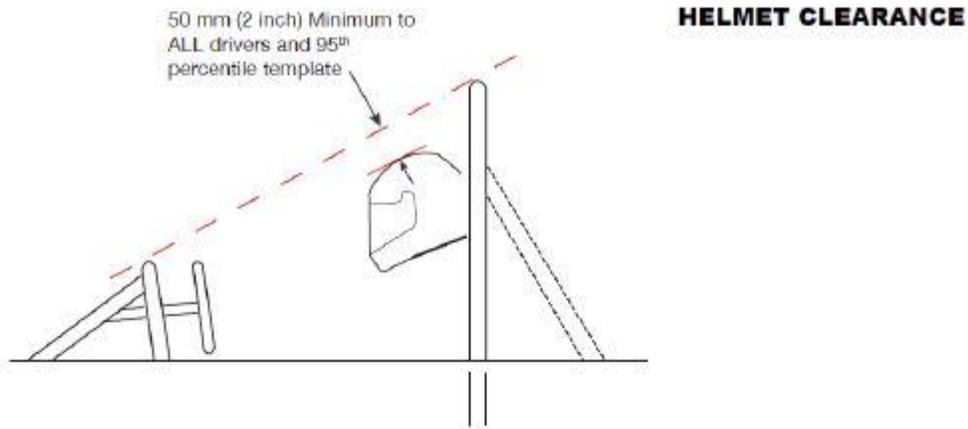


FIGURE 1a

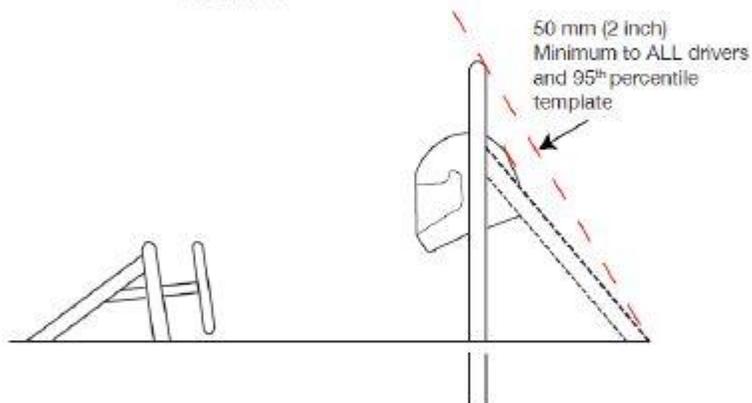


FIGURE 1b

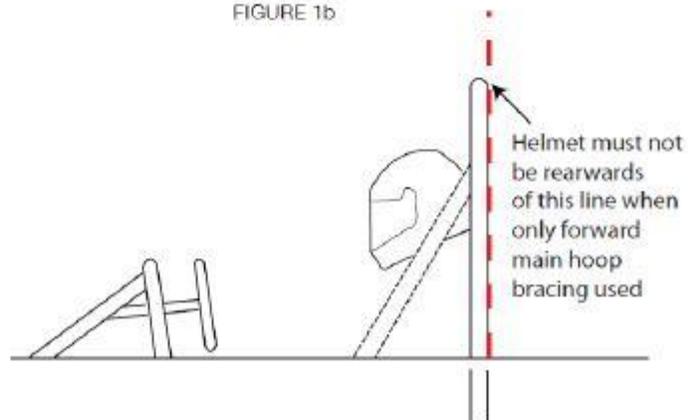
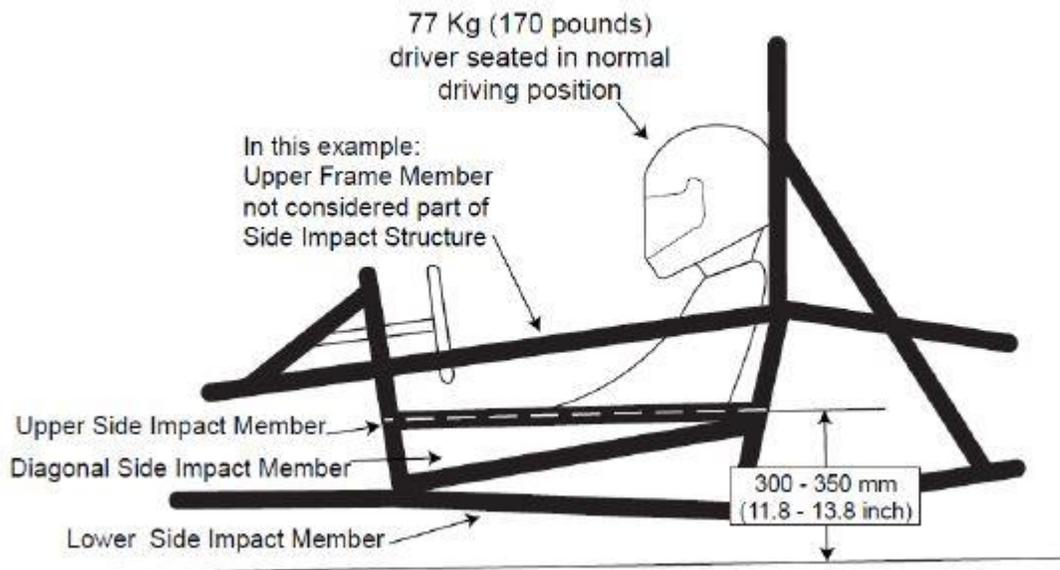
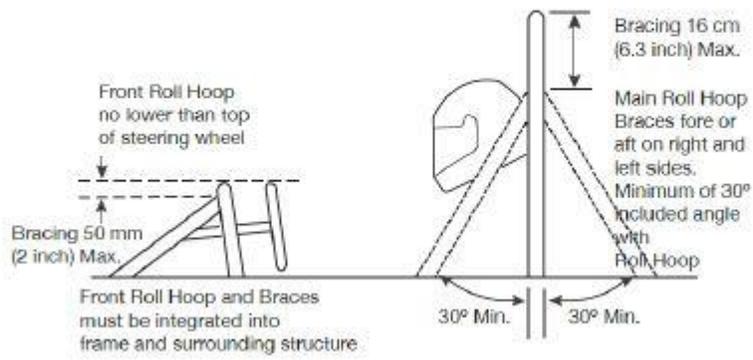
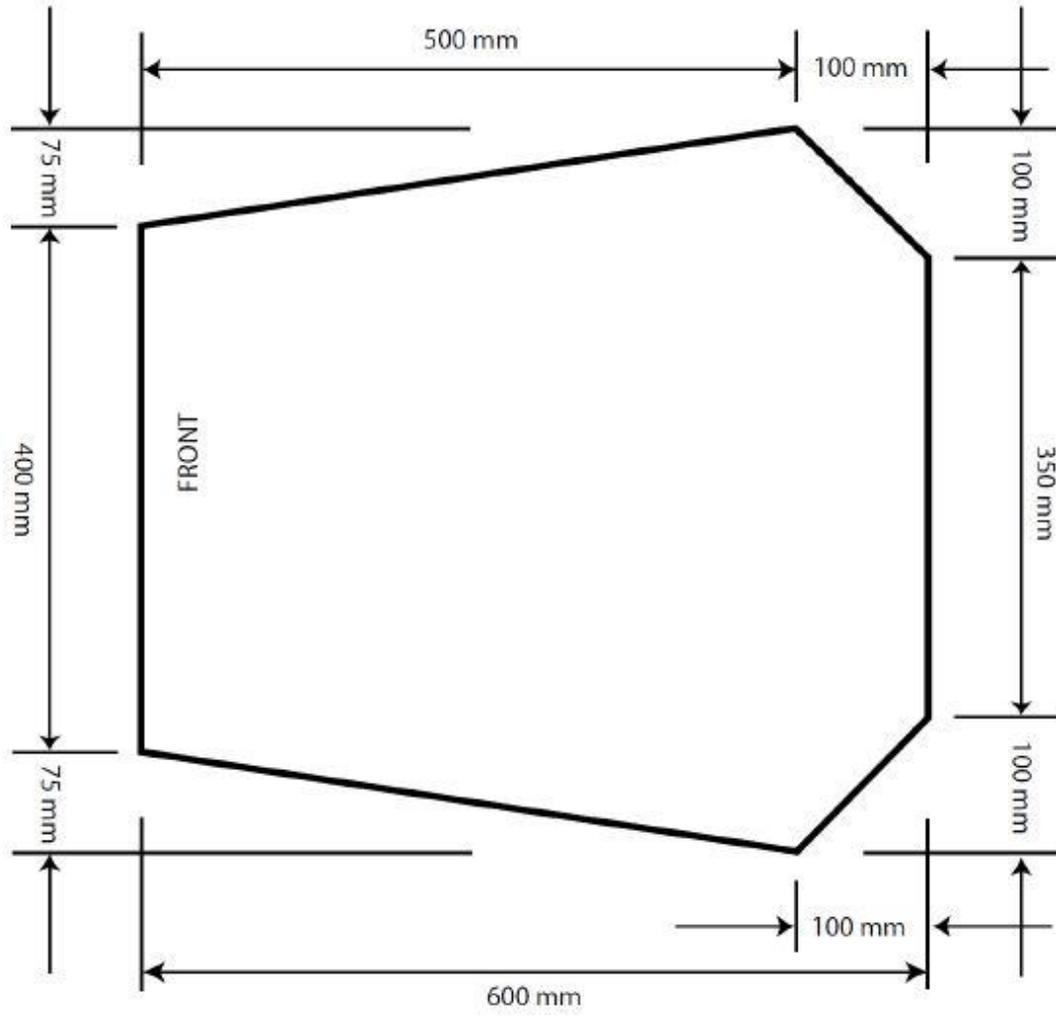


FIGURE 1c





user_ExtForces.m

```

case F2
    %% instrucción para piso sinusoidal intercalado
%   radio=0.3;
%   if PxF(1) < 25
%       hpiso=0;
%   else if PxF(1) < 50
%       hpiso=0.03*(sin(2*(25-PxF(1))));
%   else
%       hpiso=0;
%   end
% end
% penetracion=PxF(3)-radio-hpiso;
% penetracion=-penetracion;
% if penetracion<0
%     Fz=0;
% else
%     Fz=100000*penetracion;
% end

%% -----Fuerzas con kine wheel-----
Pw=PxF;
Rw=RxF;
Vw=VxF;
OMw=OMxF;
[rz, ancamb, anglis, gliss, Pct, Vct,Zgnd, Rsol, dxF] =
mbs_kine_wheel(Pw,Rw,Vw,OMw,mbs_data,tsim);
    radio=0.3;
    k=100000;
    penetracion=((radio-rz)*cos(ancamb));
    if penetracion<0
        Fz=0;
    else
        Fz=k*penetracion;
    end
    Frad=Fz;
if tsim==0
    Fy=0;

```

```

else
%[Flong, Flat, Mz] = mbs_bakker(Frad,anglis,ancamb,gliss);
[Flat, Mz] = mbs_calspan(Frad,anglis,ancamb);
Fy=Flat;
%Fx=Flong;
end

%% instruccion para grada derecha
%   radio=0.3;
%   if PxF(1) < 19
%       h piso=0;
%   elseif PxF(1) < 20
%       h piso=(PxF(1)-19)*0.05;
%   elseif PxF(1) < 40
%       h piso=0.05;
%   elseif PxF(1) < 41
%       h piso=(41-PxF(1))*0.05;
%   else
%       h piso=0;
%   end
%   penetracion=PxF(3)-radio-h piso;
%   penetracion=-penetracion;
%   if penetracion<0
%       Fz=0;
%   else
%       Fz=100000*penetracion;
%   end
%
%   Fz4=Fz;
%   MBS_user.curvar.ExtForces=Fz4;

%% instruccion para subir grada
%   radio=0.3;
%   if PxF(1) < 30
%       h piso=0;
%   else
%       h piso=0.05;

```

```

% end
% penetracion=PxF(3)-radio-hpiso;
% penetracion=-penetracion;
% if penetracion<0
%     Fz=0;
% else
%     Fz=100000*penetracion;
% end

```

```
%% instruccion para caida
```

```

% radio=0.3;
% if PxF(1) < 85
%     hpiso=0;
% else
%     hpiso=-0.05;
% end
% penetracion=PxF(3)-radio-hpiso;
% penetracion=-penetracion;
% if penetracion<0
%     Fz=0;
% else
%     Fz=100000*penetracion;
% end

```

user_LinkForces.m

```

function Flink = user_LinkForces(Z,Zd,mbs_data,tsim,ilnk)
global MBS_user MBS_info
Flink = 0;
[L1,L2,L3,L4] = mbs_get_link_id(MBS_info,'Link_0','Link_1','Link_2','Link_3');
switch(ilnk)
case L1
    STIFF = 170000;
    DAMP = 10000;
    Z0 = 0.27;
    Fspring = STIFF*(Z-Z0);
    Fdamper = DAMP*Zd;

```

```

    Flink=Fspring+Fdamp;
    MBS_user.curvar.LinkForces=Flink;
case L2
    STIFF = 170000;
    DAMP = 10000;
    Z0 = 0.27;
    Fspring = STIFF*(Z-Z0);
    Fdamp = DAMP*Zd;
    Flink=Fspring+Fdamp;
case L3
    STIFF = 170000;
    DAMP = 10000;
    Z0 = 0.27;
    Fspring = STIFF*(Z-Z0);
    Fdamp = DAMP*Zd;
    Flink=Fspring+Fdamp;
case L4
    STIFF = 170000;
    DAMP = 10000;
    Z0 = 0.27;
    Fspring = STIFF*(Z-Z0);
    Fdamp = DAMP*Zd;
    Flink=Fspring+Fdamp;
end
%/*-- End of user code --*/
Return

user_DrivenJoints.m

function [q,qd,qdd] = user_DrivenJoints(mbs_data,tsim)
global MBS_user MBS_info aceleracion
q = mbs_data.q;
qd = mbs_data.qd;
qdd = mbs_data.qdd;
%/*-- Begin of user code --*/
%% ----- obtencion de driven joints-----
direccion = mbs_get_joint_id(MBS_info,'Joint_30');

```

```

%% ----- obtencion de datos del sensor-----
sensorid = mbs_get_S_sensor_id(MBS_info,'Sensor_0');
mysensorkin = mbs_comp_S_sensor(mbs_data,tsim,sensorid);
posicion=mysensorkin.P;
velocidad=mysensorkin.V;
aceleracion=mysensorkin.A;
aceleracion1=aceleracion(1);
aceleracion2=aceleracion(2);
aceleracion3=aceleracion(3);
normaaceleracion=sqrt(aceleracion(1)*aceleracion(1)+aceleracion(2)*aceleracion(2)+aceleracion(3)*a
celeracion(3));
pos=posicion(2);
%% ----- moose test para 70 km/h o 19.4 m/s-----
if posicion(1) < 5
    u=0;
    v=0;
else if posicion(1)<20
    u=(posicion(1)-7)*11;
    v = 3.7;
else if posicion(1) < 31
    u=4.8;
    v = 0;
else if posicion(1) < 48
    u=1.4*(33-posicion(1));
    v=-5;
else
    u=-5;
    v=0;
end
end
end
error=u-pos;
errorv=v-velocidad(2);
q(direccion)=- (error*0.001+errorv*0.1);
if q(direccion) > 0
    if q(direccion) > 0.032

```

```

        q(direccion)=0.032;
    end
end
if q(direccion) < 0
    if q(direccion) < -0.032
        q(direccion)=-0.032;
    end
end
end
%% ----- curva de 14 grados-----
if posicion(1) < 10
    u=0;
    v=0;
else
    u=( (posicion(1) /4) -2.5) ;
    v=5;
end
error=u-pos;
errorv=v-velocidad(2);
q(direccion)=- (error*0.001+errorv*0.1);
if q(direccion) > 0
    if q(direccion) > 0.032
        q(direccion)=0.032;
    end
end
if q(direccion) < 0
    if q(direccion) < -0.032
        q(direccion)=-0.032;
    end
end
end
MBS_user.curvar.DrivenJoints= normaaceleracion;
%/*-- End of user code --*/
Return

```

user_DirDyn_io.m

```

function [] = user_DirDyn_io(mbs_data,tsim,step,flag)
global MBS_user MBS_info

```

```

if (nargin > 3)      % process starting
    switch flag
        case 'init'
            MBS_user.resdirdyn.tsim = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.DrivenJoints = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.ExtForces = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.ExtForces1 = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.ExtForces2 = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.ExtForces3 = zeros(step,1);
            MBS_user.resdirdyn.LinkForces = zeros(step,1);
        otherwise    % unused
            ;
    end
else                % process running
    MBS_user.resdirdyn.tsim(step) = tsim;
    MBS_user.resdirdyn.DrivenJoints(step) = MBS_user.curvar.DrivenJoints;
    MBS_user.resdirdyn.ExtForces(step) = MBS_user.curvar.ExtForces;
    MBS_user.resdirdyn.ExtForces1(step) = MBS_user.curvar.ExtForces1;
    MBS_user.resdirdyn.ExtForces2(step) = MBS_user.curvar.ExtForces2;
    MBS_user.resdirdyn.ExtForces3(step) = MBS_user.curvar.ExtForces3;
    MBS_user.resdirdyn.LinkForces(step) = MBS_user.curvar.LinkForces;
end

```

exe_template.m

```

%% 1. Initialization and Project Loading [mbs_load]
%-----
close all; clear variables; clc;                % Cleaning of the Matlab workspace
global MBS_user;                               % Declaration of the global user structure
MBS_user.process = "";                          % Initialisation of the user field "process"
% Project loading
prjname = 'carrocompleto';
[mbs_data, mbs_info] = mbs_load(prjname,'default'); % Option 'default': automatic
loading of "$project_name$.mbs"
mbs_data_ini = mbs_data;
%% 2. Coordinate partitioning [mbs_exe_part]    % For constrained MBS only

```

```

%-----
MBS_user.process = 'part';
opt.part = {'rowperm','yes','threshold',1e-9,'verbose','yes'};
% other options : 'visualize', 'clearmbsglobal' % Help about options on
www.robotran.be
[mbs_part,mbs_data] = mbs_exe_part(mbs_data,opt.part); % Coordinate partitioning
process
% Coordinate partitioning results
disp('Coordinate partitioning results');
disp(['Sorted independent variables = ', mat2str(mbs_part.ind_u)]);
disp(['Permutated dependent variables = ', mat2str(mbs_part.ind_v)]);
disp(['Permutated independent constraints = ', mat2str(mbs_part.hu)]);
disp(['Redundant constraints = ', mat2str(mbs_part.hv)]);
%% 5. Direct dynamics [mbs_exe_dirdyn]
%-----
MBS_user.process = 'dirdyn';
mbs_data = mbs_set_qu(mbs_data,mbs_data_ini.qu); % Retrieving of the initial set of
independent variables
opt.dirdyn = {'time',0:0.01:5,'motion','simulation',...
'odemethod','ode45','save2file','yes','framerate',1000,...
'renamefile','no','verbose','yes'};
% other options : 'visualize', 'save2file', 'depinteg', 'dtmax', 'dtinit',
% 'reltol', 'abstol', 'clearmbsglobal' % Help about options on www.robotran.be
velcarro = mbs_get_joint_id(MBS_info,'Joint_0');
mbs_data.qd(velcarro)=19.4;
[mbs_dirdyn,mbs_data] = mbs_exe_dirdyn(mbs_data,opt.dirdyn); % Direct dynamics process
(time simulation)
% Graphical Results
figure(1);
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,3));% Joint motion time history : joint n° 1 motion (example)
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('altura de chasis (m)'),title('altura de chasis vs tiempo');
pause;
figure(2)
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,4));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Roll del chasis (rad)'),title('Roll del chasis vs tiempo');
pause;
figure(3)

```

```

plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,5));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Pitch del chasis (rad)'),title('Pitch del chasis vs tiempo');
pause;
figure(5)
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,35));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('desplazamiento lateral de la barra de direccion (m)'),title('desplazamiento de
la barra de direccion vs tiempo');
pause;
figure(6)
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,15));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Posicion de mesa delantera izquierda(rad)'),title('Posicion de mesa delantera
izquierda vs tiempo');
pause;
figure(7)
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,23));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Posicion de mesa trasera izquierda (rad)'),title('Posicion de mesa trasera
izquierda vs tiempo');
pause;
figure(8)
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.DrivenJoints);
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Aceleración (m/s^2)'),title('Aceleración vs tiempo');
pause;
figure(9)
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.ExtForces);
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Fuerza vertical en la llanta (N)'),title('Fuerza en la llanta vs tiempo');
hold on
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.ExtForces1,'r');
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Fuerza vertical en la llanta (N)'),title('Fuerza en la llanta vs tiempo');
pause;
figure(10)
plot(mbs_dirdyn.tsim,mbs_dirdyn.q(:,7));
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Posicion de mesa delantera derecha (rad)'),title('Posicion de mesa
delantera derecha vs tiempo');
pause;
figure(11)
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.LinkForces);
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Fuerza del link'),title('Fuerza link vs tiempo');

```

```

pause;
figure(12)
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.ExtForces2);
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Fuerza lateral en la llanta (N)'),title('Fuerza en la llanta vs tiempo');
hold on
plot(mbs_dirdyn.tsim,MBS_user.resdirdyn.ExtForces3,'r');
xlabel('tiempo (s)'),ylabel('Fuerza lateral en la llanta (N)'),title('Fuerza en la llanta vs tiempo');
% plot(MBS_user.resdirdyn.ExtForces3,MBS_user.resdirdyn.ExtForces2);
% xlabel('Distancia (m)'),ylabel('Altura del piso (m)'),title('Altura del Piso vs Distancia');
pause;
close(1);
close(2);
close(3);
close(5);
close(6);
close(7);
close(8);
close(9);
close(10);
close(11);
close(12);
%% 8. Closing operations (optional)
%-----
mbs_rm_allprjpath; % Cleaning of the Matlab project paths
mbs_del_glob('MBS_user','MBS_info','MBS_data'); % Cleaning of the global MBS
variables
clc;

```

Piso sinusoidal intercalado.

Para las llantas derechas:

```

radio=0.3;
    if PxF(1) < 25
        hpiso=0;

```

```

else if PxF(1) < 50
    hpiso=0.03*(sin(2*(25-PxF(1))));
    else
        hpiso=0;
    end
end
penetracion=PxF(3)-radio-hpiso;
penetracion=-penetracion;
if penetracion<0
    Fz=0;
else
    Fz=100000*penetracion;
End

```

Para las llantas izquierdas:

```

radio=0.3;
if PxF(1) < 25
    hpiso=0;
else if PxF(1) < 50
    hpiso=0.03*(sin(2*(PxF(1)-25)));
    else
        hpiso=0;
    end
end
penetracion=PxF(3)-radio-hpiso;
penetracion=-penetracion;
if penetracion<0
    Fz=0;
else
    Fz=100000*penetracion;
end
Fz4=Fz;
MBS_user.curvar.ExtForces1=Fz4;

```

Dónde: PxF(1)= posición longitudinal instantánea del sensor de fuerza, PxF(3)= posición vertical instantánea del sensor de fuerza.

Curva

```
if posicion(1) < 10
    u=0;
    v=0;
else
    u=((posicion(1)/4)-2.5);
    v=5;
end
error=u-pos;
errorv=v-velocidad(2);
q(direccion)=- (error*0.001+errorv*0.1);
if q(direccion) > 0
    if q(direccion) > 0.032
        q(direccion)=0.032;
    end
end
if q(direccion) < 0
    if q(direccion) < -0.032
        q(direccion)=-0.032;
    end
end
end
```