



**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO**

**Colegio de Ciencias e Ingeniería**

**Remodelación de mesa de excitación dinámica: Comportamiento dinámico  
de estructuras a escala**

**Juan Pablo Stacey Ruales**

**Fabricio Yépez, Ph.D., Director de Tesis**

Tesis de grado presentada como requisito  
para la obtención del título de Ingeniero Civil

Quito, julio 2015

# UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO

## Colegio de Ciencias e Ingeniería

### HOJA DE APROBACIÓN DE TESIS

#### **Remodelación de mesa de excitación dinámica: Comportamiento dinámico de estructuras a escala**

Juan Pablo Stacey Ruales

Fabricio Yépez, Ph.D.  
Director de la tesis

---

Fernando Romo, M.Sc  
Director de Ingeniería Civil  
Miembro del Comité de Tesis

---

Telmo Sánchez, Ph.D.  
Miembro del Comité de Tesis

---

Ximena Córdova, Ph.D.  
Decana de Escuela de Ingenierías  
Colegio de Ciencias e Ingeniería

---

Quito, julio del 2015

**© DERECHOS DE AUTOR**

Por medio del presente documento certifico que he leído la Política de Propiedad Intelectual de la Universidad San Francisco de Quito y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo de investigación quedan sujetos a lo dispuesto en la Política.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo de investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma: \_\_\_\_\_

Nombre: Juan Pablo Stacey Ruales

C. I.: 1713623625

Lugar: Quito, julio de 2015

## **DEDICATORIA**

Este proyecto le quiero dedicar a todos los profesionales y estudiantes que están relacionados con la construcción.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer a mi familia que me apoyó y a todos los profesores que se involucraron en este proyecto.

## RESUMEN

Se reconstruyó la mesa de excitación dinámica de la Universidad San Francisco de Quito. Se buscó eliminar los movimientos indeseados de la mesa y cambiar algunas piezas a materiales más resistentes. Se utilizó estructuras de acrílico y madera para ensayar la mesa. Utilizando los acelerómetros se determinó la respuesta dinámica de la estructura. Adicionalmente se calculó el amortiguamiento de la estructura y sus aceleraciones máximas. Luego se moduló en SAP2000 utilizando la función Time History y se determinó la respuesta dinámica teórica de la estructura. Se compararon ambas respuestas y se determinó el error del experimento.

## **ABSTRACT**

Universidad San Francisco de Quito's shaking table was rebuilt. The objective was to eliminate undesirable movements of the table and replace some parts to a more resistant material. Acrylic and wooden structures were used to test the table. The dynamic response of the structure was determined using accelerometers. Additionally, damping and maximum accelerations were calculated using experimental results. Then, theoretical dynamic response was determined by modeling the structure in SAP2000 using Time History function. Both responses were compared and the error of the experiment was determined.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>Resumen</b> .....	7
<b>Abstract</b> .....	8
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	12
Justificación.....	12
Objetivos .....	12
Antecedentes .....	13
<b>Marco teorico sobre respuesta dinámica de excitación de sistemas</b> .....	15
Conceptos basicos de sistemas dinámico.....	15
Estructuras de un grado de libertad.....	15
Sistema de varios grados de libertad.....	24
Reconstrucción y modificación de mesa de excitación dinámica.....	27
<b>REVISIÓN DE LA LITERATURA</b> .....	35
<b>ANÁLISIS DE DATOS</b> .....	37
Un piso .....	37
Dos pisos.....	46
Trespisos.....	50
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	54
<b>REFERENCIAS</b> .....	57
<b>ANEXO A:</b> .....	58

**TABLAS**

Tabla 1 Porcentaje de amortiguamiento critico.....	23
Tabla 2 Propiedades del acrílico.....	37
Tabla 3 Datos estructura 1GDL.....	38
Tabla 4 Cálculo de periodo y amplitud .....	41
Tabla 5.1 Frecuencia teórica vs experimental.....	43
Tabla 5.2 Frecuencia Amortiguada teórica vs experimental,,.....	43
Tabla 6 Cálculo de amortiguamiento.....	44
Tabla7 Aceleración máxima experimental vs teórica.....	46
Tabla 8 Datos estructura 2GDL.....	47
Tabla 9.1 Aceleración máxima masa 1 experimental vs teórica.....	49
Tabla 9.2 Aceleración máxima masa 2 experimental vs teórica.....	49
Tabla 10 Datos estructura 3GDL.....	51
Tabla 11.1 Aceleración máxima masa 1 experimental vs teórica.....	52
Tabla 11.2 Aceleración máxima masa 2 experimental vs teórica.....	52
Tabla 11.3 Aceleración máxima masa 3 experimental vs teórica.....	52

**GRÁFICOS**

Gráfico 1 Aceleración en estructura 1GDL .....	39
Gráfico 2 Aceleración en resonancia 1GDL .....	39
Gráfico 3 Aceleración con ecuación sinusoidal .....	42
Gráfico 4 desplazamiento vs tiempo.....	43
Gráfico 5 Aceleración Experimental vs teórica.....	45
Gráfico 6 Aceleración en estructura 2GDL .....	48
Gráfico 7 Aceleración en amplificación 2GDL .....	48
Gráfico 8.1 Aceleración máxima masa 1.....	49
Gráfico 8.2 Aceleración máxima masa 2.....	50
Gráfico 9.1 Aceleración masa 1.....	51
Gráfico 9.2 Aceleración masa 2 y 3.....	51
Gráfico 10.1 Aceleración máxima masa 1.....	53
Gráfico 10.2 Aceleración máxima masa 2.....	53
Gráfico 10.2 Aceleración máxima masa 2.....	53

**Figura**

Figura 1.1 Tipos de carga.....	15
Figura 1.2 Pórtico 1GDL.....	16
Figura 1.3 Resorte.....	16
Figura 1.4 Sistema Amortiguado.....	19
Figura 1.5 Sistema Amortiguado.....	19
Figura 2 Amplificación Dinámica.....	22
Figura 3a Función $p(t)$ .....	23
Figura 3b Función $p(\tau)$ .....	23
Figura 4 Modelo equivalente de varios grados de libertad.....	24
Figura 5 Mesa de excitación dinámica .....	27

Figura 6 Mesa antigua.....	28
Figura 7 Vista Frontal de pieza latera de mesa[cm] .....	29
Figura 8 Vista 3D de pieza latera de mesa.....	30
Figura 9a Vista lateral de pieza latera de mesa.....	31
Figura 9b Vista lateral de pieza latera de mesa.....	31
Figura 10a Eje.....	32
Figura 10b Eje.....	32
Figura 11a Conexión ejes y riel .....	33
Figura 11b Conexión ejes y riel.....	33
Figura 12 Tapa Mesa de excitación dinámica.....	34
Figura 13 Dimensiones hojas de acrílico .....	38
Figura 14 Estructura 1GDL.....	39
Figura 15 Dimensiones hojas de acrílico .....	46
Figura 16 Estructura 2GDL.....	47
Figura 17 Dimensiones hojas de acrílico .....	50
Figura 18 Estructura 3GDL.....	51

## **INTRODUCCIÓN**

Al ser el Ecuador un país con un alto riesgo sísmico es fundamental comprender el comportamiento de las estructuras bajo cargas dinámicas. Tomando en cuenta que el sismo es el desastre natural que más impacto tiene en las estructuras del Ecuador, es necesario que los estudiantes y profesionales dentro de la construcción tengan un amplio conocimiento de las estructuras bajo cargas sísmicas.

### **Justificación**

Por otro lado, al no contar con un laboratorio de ingeniería sísmica, se busca implementar un simulador de movimiento dinámico para estructuras. La mesa de excitación dinámica actual de la Universidad San Francisco de Quito tiene ciertos errores que pueden ser mejorados y de esta manera poder obtener resultados más cercanos a la realidad y a la teoría.

Asimismo, es fundamental que los constructores tengan un conocimiento sólido sobre el comportamiento de las estructuras bajo cargas dinámicas ya que ellos son los principales responsables en el colapso de una estructura. Al ser ingeniería civil una carrera que se responsabiliza por la vida de muchas personas es fundamental que el constructor diseñe y construya estructuras seguras. Con el propósito de proteger la vida de ecuatorianos es esencial conocer el comportamiento sísmico de las estructuras.

**OBJETIVO FINAL DEL PROYECTO:**

- Determinar el comportamiento de estructuras a escala bajo cargas dinámicas reconstruyendo una mesa de excitación dinámica.
- Determinar el comportamiento de pórticos de un grado de libertad bajo cargas dinámicas.
- Determinar el comportamiento de pórticos de varios pisos.
- Reconstruir una mesa de excitación dinámica.
- Medir las aceleraciones de las masas y base de las estructuras.
- Encontrar la diferencia entre los resultados experimentales y teóricos.
- Visualizar a la frecuencia a la cual la estructura alcanza una amplificación dinámica.
- Determinar el amortiguamiento de la estructura

**Antecedentes**

Ecuador está ubicado en una zona de alta riesgo sísmico el cual nos convierte vulnerables a este tipo de catástrofes. Esto se debe a que está situado entre la placa de nazca y la placa sudamericana en la que existe subducción. La placa de nazca es desplazada por debajo de la placa sudamericana creando los Andes y los sismos actuales. Esto se da porque al ser comprimida las dos placas entre sí, la menos densa es empujada por debajo de la más densa. Al ser el Ecuador un país con alto riesgo sísmico debemos diseñar las estructuras para resistir terremotos. Por esta razón es fundamental comprender el comportamiento dinámico de las estructuras y de esta manera evitar el fallecimiento de personas debido al colapso de las estructuras.

En el año 1906 ocurrió un sismo 8.8 en las costas de Esmeraldas siendo este el 5

terremoto más grande registrado. De la misma manera en Agosto del 2014 existió un temblor de magnitud 5.1 en el que muchas viviendas y estructuras fueron perjudicadas. Por otro lado, en otros países tales como Japón han existido terremotos que han dejado más de 10 000 muertos.

## **Marco teórico sobre respuesta dinámica de excitación de sistemas**

### Conceptos Básicos de sistemas dinámicos

#### Tipos de carga

La mayor parte de estructuras están sometidas a cargas dinámicas durante su vida útil. Las cargas dinámicas pueden ser divididas en dos grupos: periódicas y no periódicas. Las cargas periódicas se caracterizan por ser cíclicas. La carga periódica más simple tiene forma sinusoidal y por esta razón se la llama armónica simple. De la misma manera puede existir una carga debido a rotación de una maquinaria como se puede observar en la figura 1. Por otro lado las cargas no periódicas pueden ser de larga duración o impulsos de corta duración. De esta manera una explosión es un ejemplo de un impulso de poca duración. Por otro lado, un sismo es una carga de larga duración por lo que es fundamental estudiar métodos de análisis bajo estas cargas (Clough, Penzien, 2003). En esta investigación se fabricará un modelo con cargas periódicas sinusoidales que se aplicarán a la base de la mesa vibratoria

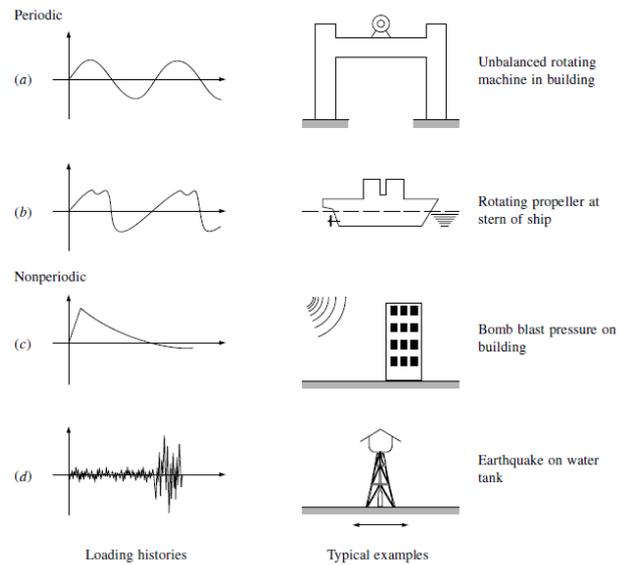


Figura 1.1 Tipos de cargas(Clough, Penzien, 1975).

Estructuras de un grado de libertad

### Ecuaciones de movimiento sistemas no amortiguados

La estructura de un grado de libertad se caracteriza por tener una masa  $m$  concentrada sobre un elemento estructural que contribuye con una rigidez y un amortiguamiento.

Las estructuras se comportan como un resorte por lo que las podemos analizar a partir de las ecuaciones de Hook. La ley de Hook establece que el desplazamiento de un material es proporcional a la fuerza aplicada. De esta manera la figura 1.2 y 1.3 son equivalentes y por lo tanto tendrían la misma respuesta dinámica. La ley de elasticidad de Hook se representa a partir de la siguiente ecuación:

$$F(t) = k\Delta \quad (1)$$

Donde F es la fuerza aplicada, k es la rigidez del material y  $\Delta$  es el alargamiento.

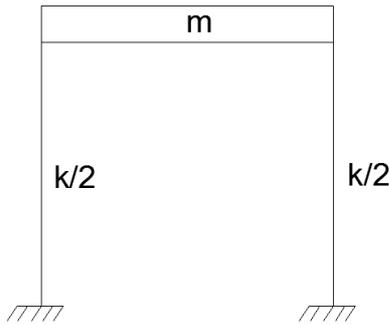


Figura 1.2 Pórtico 1GDL

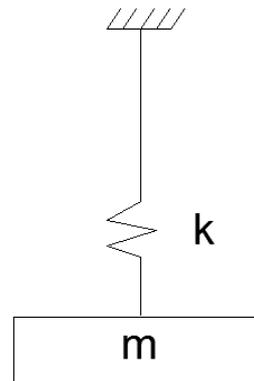


Figura 1.3 Resorte

Con el objetivo de determinar las ecuaciones de movimiento debemos analizar la primera ley de Newton. La primera ley de Newton dice que todo cuerpo permanece en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a menos que se aplique otra fuerza. La primera ley de Newton o ley de inercias es válida para cuerpos con o sin fuerzas aplicadas. De la misma manera la segunda ley de Newton dice que: “la fuerza que actúa sobre un cuerpo causa su movimiento es igual a la tasa del cambio de momentum del cuerpo. Esta ley se puede representar con la siguiente ecuación:

$$F = \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

Donde el momentum  $Q$ , es la cantidad de movimiento y se puede representar como:

$$Q = mv = m \left( \frac{dx}{dt} \right) = m\dot{x} \quad (3)$$

De esta manera uniendo las ecuaciones 2 y 3 obtenemos la ecuación:

$$F = \frac{d(m\dot{x})}{dt} = m\ddot{x} \quad (4)$$

De esta manera la ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad es el siguiente:

$$p(t) = F_s(t) + F_I(t) \quad (5)$$

En donde  $p(t)$  es un función que varía con el tiempo,  $F_s$  es la fuerza del resorte y  $F_I$  es la fuerza debido a la inercia. La fuerza del resorte es proporcional a la rigidez y desplazamiento del sistema por lo que puede ser expresado como:

$$F_s = ku. \quad (6)$$

El principio de D'Alembert dice que un sistema debe estar en equilibrio estático en cualquier instante en el tiempo. Este principio se basa en que la fuerza ficticia de inercia es igual a la masa por la aceleración y que esta actúa en dirección contraria a la aceleración (Chopra, 1995). De esta manera podemos expresar la fuerza de inercia de la siguiente manera:

$$F_I = m\ddot{x} \quad (7)$$

De esta manera utilizando las ecuaciones 5,6 y 7 podemos expresar la ecuación de movimiento de la siguiente manera:

$$p(t) = ku + m\ddot{x} \quad (8)$$

Debido a que en la mesa de excitación dinámica se va a ejercer una fuerza armónica es fundamental desarrollar las ecuaciones de movimiento. Este sistema puede ser representado matemáticamente de la siguiente manera:

$$p_0 \sin(\omega t) = ku + m\ddot{x} \quad (9)$$

Donde  $p_0$  es la amplitud máxima de la solución y  $\omega$  es la frecuencia de excitación. Para resolver esta ecuación utilizando métodos de ecuaciones diferenciales debemos asumir  $x(0) = x_0$  y  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$  como condiciones iniciales. Utilizando la siguiente ecuación podemos resolver la ecuación 9.

$$x(t) = x_c(t) + x_p(t) \quad (10)$$

En donde  $x_p(t)$  es la solución particular y  $x_c(t)$  es la solución complementaria. La ecuación 11 expresa la solución complementaria mientras que la ecuación 12 expresa la solución particular.

$$x_c(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) \quad (11)$$

$$x_p(t) = \frac{p_0}{k} * \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \sin(\omega t) \quad (12)$$

En donde  $\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema. De esta manera utilizando las ecuaciones anteriores y condiciones iniciales podemos resolver la ecuación de movimiento de un sistema no amortiguado bajo una carga armónica de la siguiente manera:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t) + B \sin(\omega_n t) + \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \sin(\omega t)$$

$$A = x_0; B = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - \frac{p_0}{k} \frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - \frac{p_0}{k} \frac{\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right) \sin(\omega_n t) + \frac{p_0}{k} * \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \sin(\omega t) \quad (13)$$

Así mismo podemos denominar la razón entre la frecuencia de la fuerza y la frecuencia natural del sistema como  $r = \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$  por lo que la ecuación 13 se expresaría de la siguiente manera:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} - \frac{p_0}{k} \frac{r}{1 - r^2} \right) \sin(\omega_n t) + \frac{p_0}{k} * \frac{1}{1 - r^2} \sin(\omega t) \quad (14)$$

### Periodo de Vibración

El periodo por otro lado será calculado utilizando la siguiente fórmula:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (15)$$

### Sistemas Amortiguados

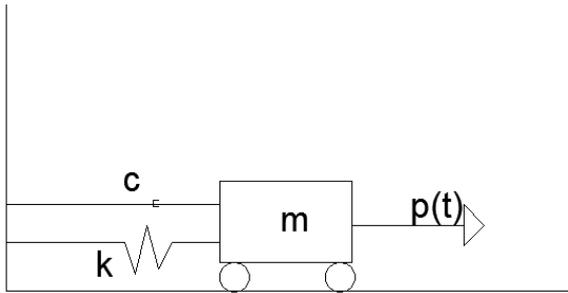


Figura 1.4 Sistemas Amortiguados

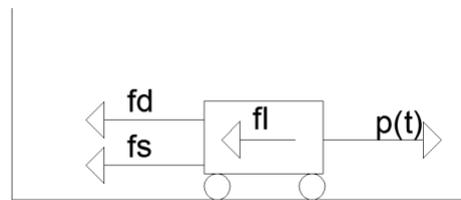


Figura 1.5 Sistemas Amortiguados

A partir de la ecuación de Hook podemos deducir las ecuaciones de movimiento de una estructura de un grado de libertad amortiguada. Así mismo las figuras 1.4 y 1.5 son equivalentes. De esta manera, al estar en equilibrio la estructura obtenemos las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$p(t) = F_d(t) + F_s(t) + F_l(t) \quad (16)$$

En donde  $F_d$  es la fuerza producida por el amortiguamiento. Esta fuerza puede ser expresada como  $F_d = c\dot{x}$  ya que se asume que la estructura tiene un amortiguamiento lineal viscoso. De esta manera la ecuación 16 puede ser expresada de la siguiente manera:

$$p(t) = ku + m\ddot{x} + c\dot{x} \quad (17)$$

Para resolver esta ecuación utilizamos métodos de ecuaciones diferenciales en las que asumimos  $x(0) = x_0$  y  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$  como condiciones iniciales. Como en la ecuaciones 10

podemos ver que la ecuación tiene una solución particular y una complementaria. Estas se pueden expresar de la siguiente manera:

$$x_c = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (18)$$

$$x_p(t) = C \sin(\omega t) + D \cos(\omega t)$$

$$C = \frac{p_0}{k} \cdot \left[ \frac{-2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \right]$$

$$D = \frac{p_0}{k} \cdot \left[ \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \right]$$

$x_p(t)$

$$\begin{aligned} &= \frac{p_0}{k} \cdot \left[ \frac{-2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \right] \sin(\omega t) \\ &+ \frac{p_0}{k} \cdot \left[ \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2} \right] \cos(\omega t) \quad (20) \end{aligned}$$

La ecuación 20 puede ser simplificada por el vector:

$$x_p(t) = \rho \sin(\omega t - \theta) \quad (21)$$

Donde:

$$\rho = \frac{p_0}{k} \left[ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + 2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right)$$

Para determinar la ecuación de movimiento para un sistema amortiguado bajo una carga armónica debemos combinar las ecuaciones 18 y De esta manera se obtiene la siguiente ecuación:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) + \frac{p_0}{k} \left[ \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + 2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1}\left(\frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right)\right) \quad (22)$$

En donde  $\omega_D$  es la frecuencia del sistema amortiguado y  $\xi$  es la relación entre la amortiguación de la estructura y la amortiguación crítica.

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega_n}$$

El periodo de una estructura amortiguada se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} \quad (23)$$

La razón de la frecuencia de la estructura y de la frecuencia de la excitación ejercida en la estructura se conoce como la amplificación dinámica. Esta se obtiene utilizando la siguiente ecuación:

$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + 2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}} \quad (24)$$

En la figura 2 se puede observar que la amplificación máxima se da cuando el valor de  $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = 1$ . En este caso la amplificación es inversamente proporcional a la razón de amortiguamiento. Así mismo reemplazando en la ecuación 24 obtenemos:

$$D\left(\frac{\omega}{\omega_n} = 1\right) = \frac{1}{2\xi} = \frac{\rho}{\rho_{st}} \quad (25)$$

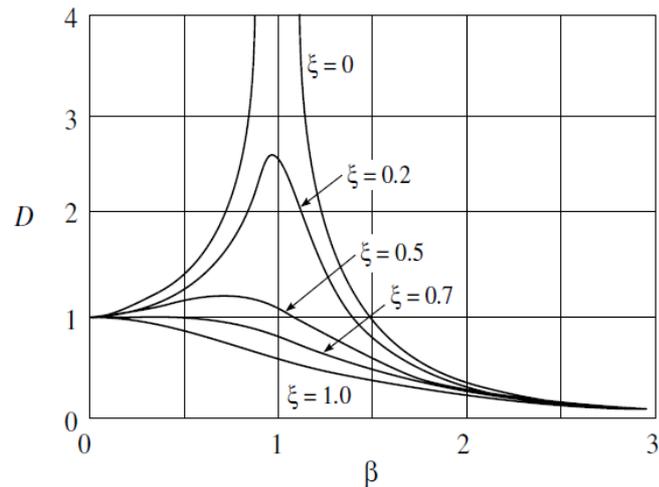


Figura 2 Amplificación Dinámica (Clough, Penzien, 1975).

Por otro lado para el factor de amplificación dinámica depende de la amplitud máxima como también de la amplitud estática. De esta manera la amplitud estática depende de la amplitud de la fuerza aplicada y de la rigidez de la estructura.

Por esta razón se debe tomar precaución en el diseño de estructuras que tengan amortiguamientos bajos. El amortiguamiento en estructuras civiles tiene un amortiguamiento bajo por lo que son susceptibles a este fenómeno. En la tabla 1 podemos observar los valores de amortiguamiento para ciertas estructuras.

Nivel de esfuerzo	Tipo y condiciones de la estructura	Porcentaje de amortiguamiento crítico
Esfuerzo de trabajo, no mayor de la mitad del punto de fluencia, aproximadamente.	Tuberías vitales	1 a 2
	Acero soldado, concreto pretensado, concreto armado levemente fisurado	2 a 3
	Concreto armado altamente agrietado	3 a 5
	Acero remachado o empernado, estructuras de madera clavadas o empernadas	5 a 7
Justamente debajo o en el punto de fluencia.	Tubería de servicio público	2 a 3
	Acero soldado, concreto pretensado con pérdida parcial del pretensado	5 a 7
	Concreto pretensado con pérdida completa del pretensado	7 a 10
	Concreto armado	7 a 10
	Acero remachado y empernado, estructuras de madera empernadas	10 a 15
	Estructuras de madera clavadas	15 a 20

Tabla 1 Porcentaje de amortiguamiento crítico (Salinas, ND).

### Ecuación de Duhamel

Por otro lado cuando se tiene una excitación  $p(t)$  se debe utilizar la ecuación de Duhamel como se muestra en la figura 3a y 3b.

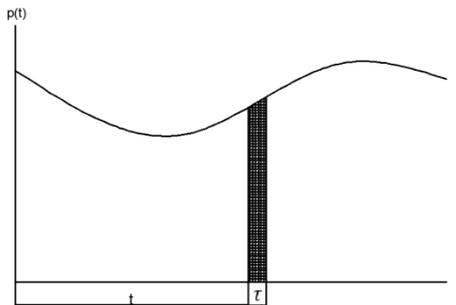


Figura 3a Función  $p(t)$

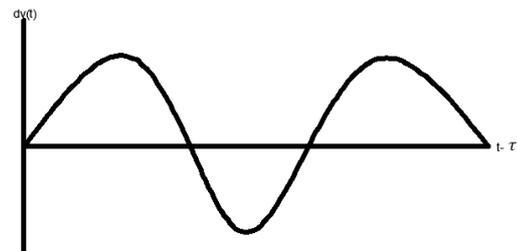


Figura 3b Función  $p(\tau)$

El gráfico 3b nos muestra la función  $p(\tau)$  en el instante  $t = \tau$ . De esta manera  $p(\tau) d\tau$  representa un impulso de poca duración en la estructura. De esta manera la respuesta producida por este impulso es expresada como:

$$dx(t) = \frac{p(\tau) d\tau}{m\omega} \sin\omega(t - \tau) \quad (26)$$

Si integramos la ecuación 26 podemos obtener la siguiente ecuación:

$$x(t) = \frac{1}{\omega t} \int_0^t \frac{p(\tau) d\tau}{m\omega} \sin\omega(t - \tau) \quad (27)$$

La ecuación 27 se le conoce como la Integral de Duhamel y nos permite resolver las ecuaciones de movimiento para sistemas con cualquier carga dinámica aplicada.

Sistemas de varios grados de libertad

### Ecuaciones de movimiento para dos grados de libertad

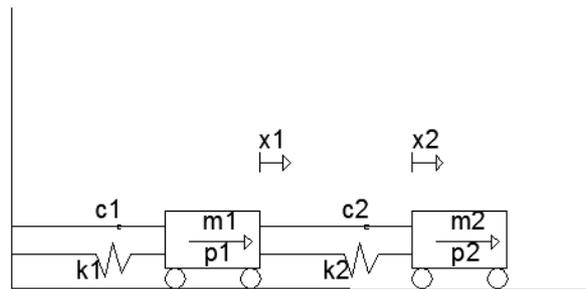


Figura 4 Modelo equivalente de varios grado de libertad

Utilizando la figura 4 y la ecuación 17 se plantea las siguientes ecuaciones:

$$-x_1 k_1 + x_2 k_2 - c_1 \dot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - m_1 \ddot{x}_1 + p_1 = 0$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + \dot{x}_1 (c_1 + c_2) + x_1 (k_1 + k_2) - c_2 \dot{x}_2 - x_2 k_2 = p_1 \quad (28a)$$

$$-(x_2 - x_1) k_2 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - m_2 \ddot{x}_2 + p_2 = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 = p_2 \quad (28b)$$

Las ecuaciones 28a y 28b se pueden representar matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{Bmatrix} \quad (29a)$$

De la misma manera la ecuación 29a puede ser expresada de la siguiente manera:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{p\} \quad (29b)$$

En donde  $[m]$  es la matriz de masas,  $[c]$  es la matriz de amortiguamiento y  $[k]$  es la matriz de rigidez.

Por otro lado un sistema sin amortiguación es gobernado por la siguiente ecuación homogénea:

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad (30a)$$

En donde se puede asumir que la solución es:

$$x = \{u\}\sin(\omega t + \theta) \quad (30b)$$

Utilizando las ecuaciones 30a y 30b podemos determinar la siguiente ecuación:

$$\det|[k] - \omega^2[M]| = 0 \quad (31)$$

De esta manera obtenemos una solución de orden polinomial de grado N dando N soluciones de  $\omega_N^2$ . El número de soluciones está dado por los grados de libertad de la estructura. Por otro lado se organiza las frecuencias en orden de menor a mayor en el que el valor más bajo representará a la frecuencia fundamental de vibración del sistema. Adicionalmente, en la ecuación 30b podemos observar el vector  $\{u\}$  de desplazamiento es indeterminado. Se puede determinar únicamente la forma de desplazamiento. De esta manera, utilizando valores propios, se determinan los vectores modales  $\{\Phi\}$  que describen el comportamiento del sistema. Existe un vector modal o modo de vibración para cada frecuencia que tiene el sistema. Si tomamos en cuenta todas las frecuencias obtenemos una matriz modal que se expresa de la siguiente manera:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} & \Phi_{1,n} \\ \Phi_{2,1} & \Phi_{2,2} & \Phi_{2,n} \\ \Phi_{n,1} & \Phi_{n,2} & \Phi_{n,n} \end{bmatrix} \quad (32)$$

### **Método de superposición modal**

El método de superposición modal nos proporciona la solución exacta de la vibración. En este método se debe primeramente determinar los valores de las frecuencias y modos de

vibración del sistema utilizando la ecuación 31. Luego debemos determinar las masas, rigideces y cargas generalizadas. Estas se calculan de la siguiente manera:

$$M_i^* = \{\Phi_i\}^T * [M_i] * \{\Phi_i\} \quad (33a)$$

$$K_i^* = \{\Phi_i\}^T * [K_i] * \{\Phi_i\} \quad (33b)$$

$$p_i^* = \{\Phi_i\}^T * [P_i] * \{\Phi_i\} \quad (33c)$$

Por otro lado el amortiguamiento puede ser representado la siguiente manera:

$$[C] = [2\zeta_n \omega_n M] \quad (34)$$

De esta manera si reemplazamos las ecuaciones anteriores en la ecuación 29b podemos representar de la siguiente manera:

$$M_i^* \{\ddot{x}\} + [2\zeta_n \omega_n M_i^*] \{\dot{x}\} + K_i^* \{x\} = p_i^* \quad (35a)$$

Organizando la ecuación 35a obtenemos la siguiente ecuación:

$$\{\ddot{x}\} + [2\zeta_n \omega_n] \{\dot{x}\} + \omega_n^2 \{x\} = \frac{p_i^*}{M_i^*} \quad (35b)$$

Luego debemos determinar la respuesta modal, que para un sistema libre amortiguada con condiciones iniciales, es calculado de la siguiente manera:

$$y_i = e^{-\zeta_i \omega_i t} (y_{0i} \cos \omega_{\zeta_i} t + \frac{\dot{y}_{0i} \zeta_i \omega_i y_{0i}}{\omega_{\zeta_i}} \sin \omega_{\zeta_i} t) \quad (36)$$

De esta manera la respuesta total del sistema es:

$$\{x\} = [\phi] * \{y\} \quad (37)$$

### Análisis Modal Espectral

El método de análisis modal espectral nos da una respuesta aproximada probabilística en el que la respuesta máxima puede obtenerse en base al espectro de respuesta. Para este método se debe primeramente buscar el espectro de diseño o de respuesta. El espectro de respuesta nos muestra la aceración máxima que existe para cada periodo de vibración. Luego

se debe calcular matriz de masas y de rigidez de la estructura. A partir de estas matrices se calcula la respuesta máxima en cada modo. Para este método se puede utilizar el programa PRISM que se puede bajar gratuitamente en: <http://sem.inha.ac.kr/prism/>.

### **Reconstrucción y modificación de mesa de excitación dinámica**

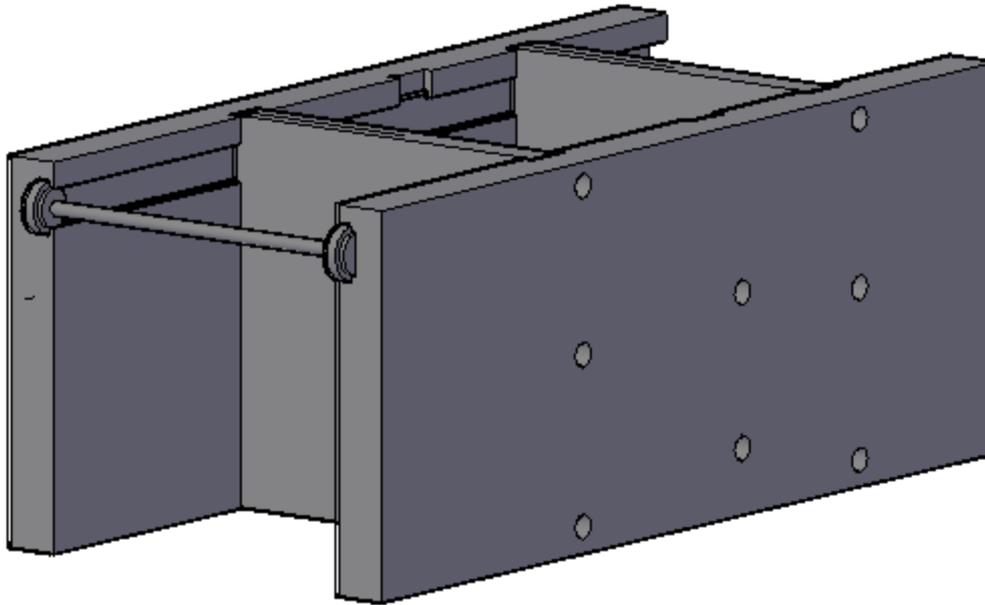


Figura 5 Mesa de excitación dinámica

La mesa construida anteriormente de madera sufrió mucho desgaste y de esta manera perdiendo la precisión. Por esta razón se decidió cambiar el material de las piezas, que más desgaste tenían, hacia el acero. Así, cambiando el material logramos eliminar muchas imperfecciones que generaban desplazamientos innecesarios. De la misma manera, un material más resistente va a permitir que existan otras investigaciones posteriores utilizando la mesa de excitación dinámica. Como se puede observar en la figura 6 el carril se ha desgastado

el cual generó un espacio entre la riel y la rueda.



Figura 6 Mesa antigua

Por otro lado se decidió cambiar la geometría del carril en el que se desplaza la mesa. Con este cambio se buscó minimizar los desplazamientos indeseables. De esta manera la estructura que ensayamos tendría una sola dirección de movimiento. La vista frontal de esta pieza que se diseñó en este proyecto puede observarse en la siguiente figura en donde existe un canal pequeño que cumple una función de riel. A continuación se muestra algunas de las piezas diseñadas de la mesa de excitación dinámica.

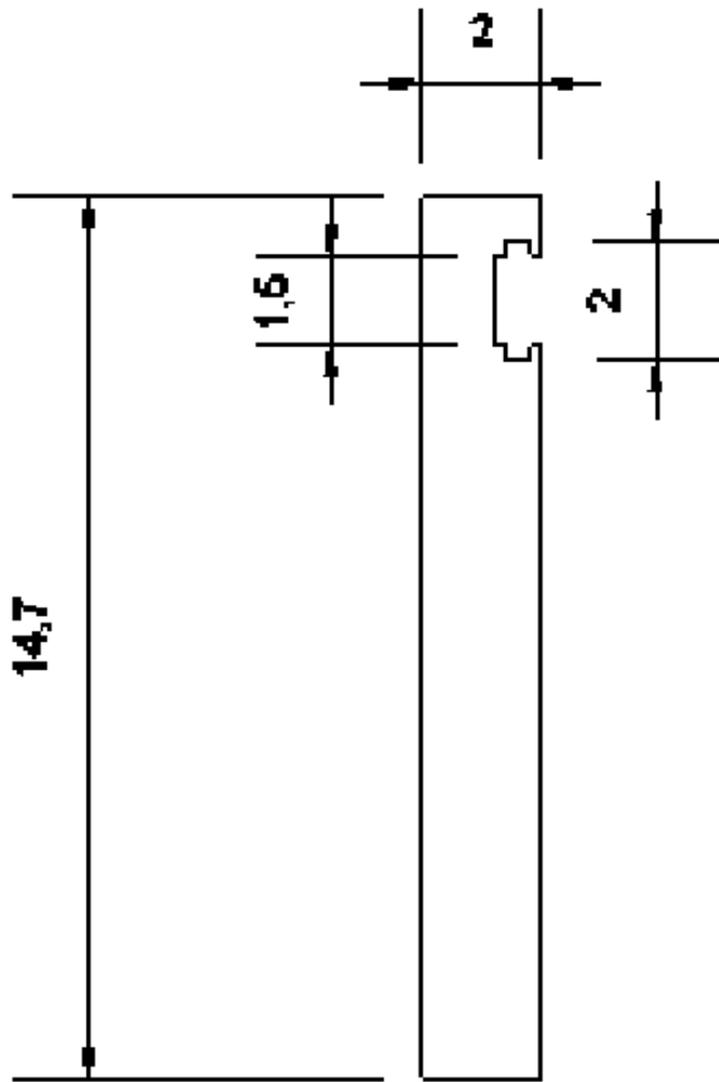


Figura 7 Vista Frontal de pieza lateral de mesa [cm]

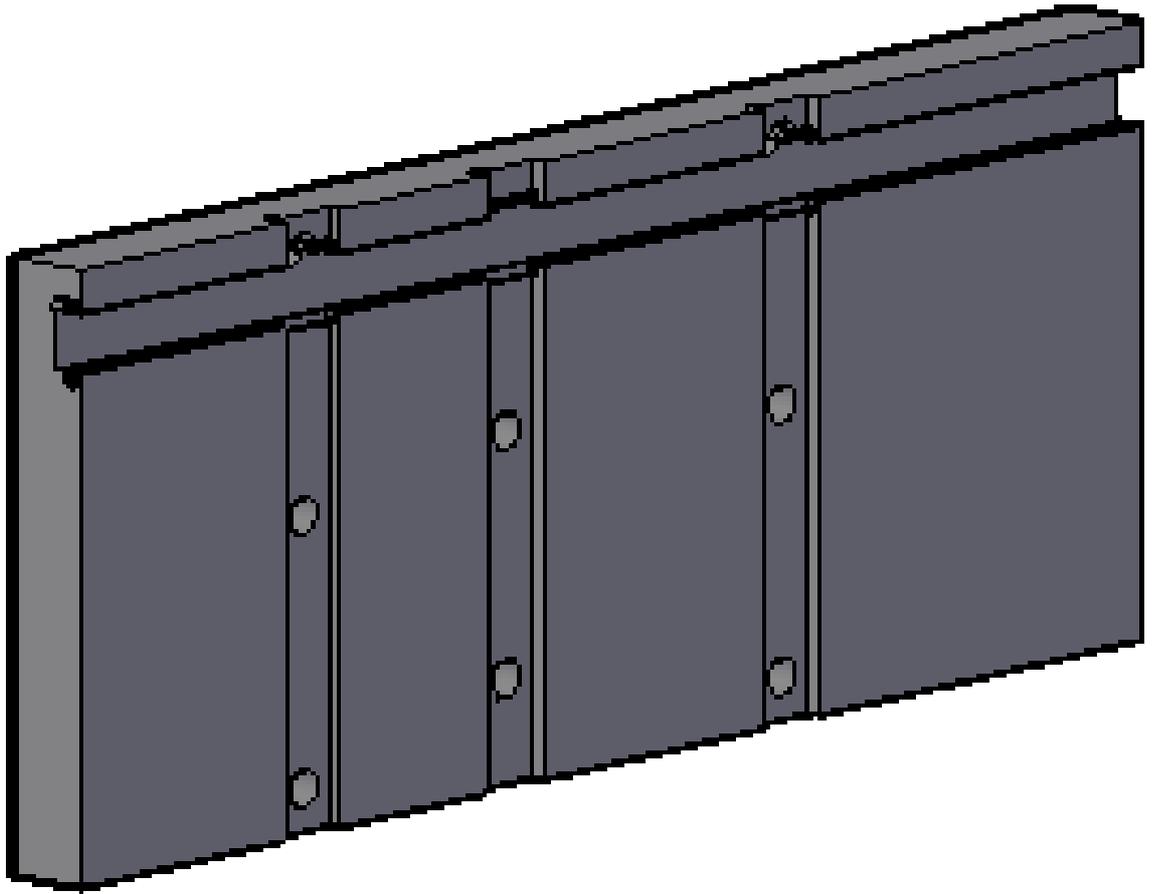


Figura 8 Vista 3D de pieza lateral mesa

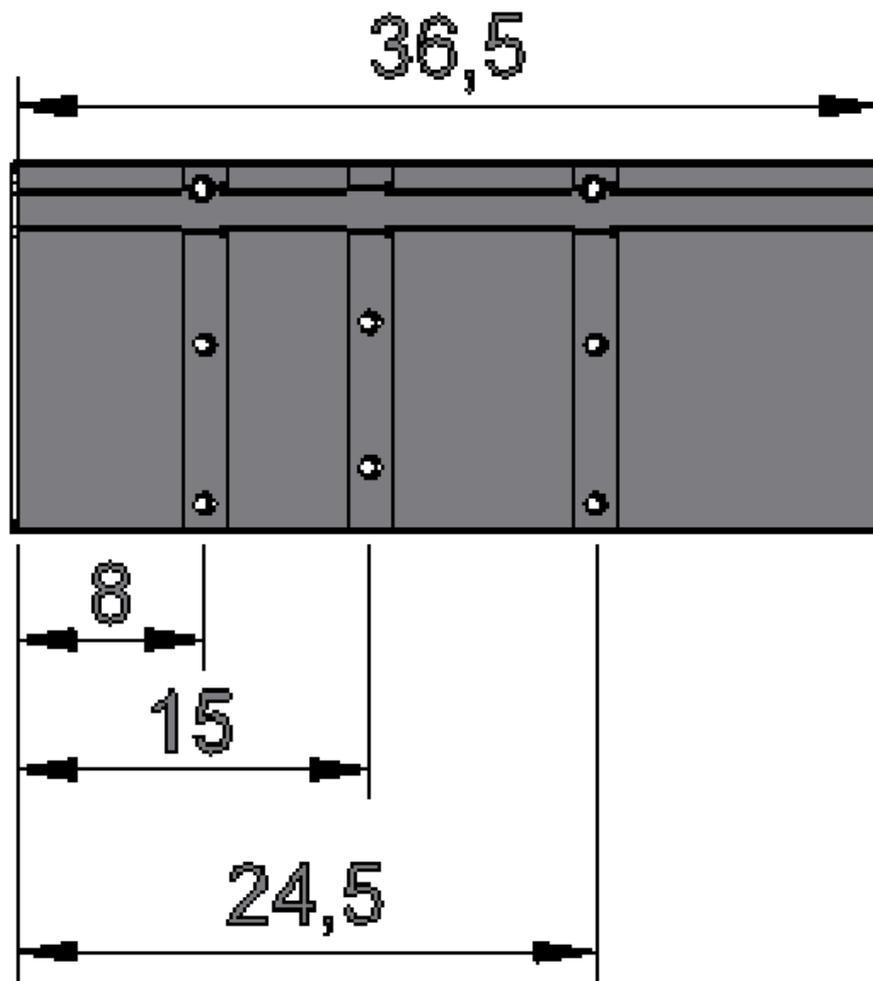


Figura 9a [cm] Vista lateral de pieza lateral de mesa

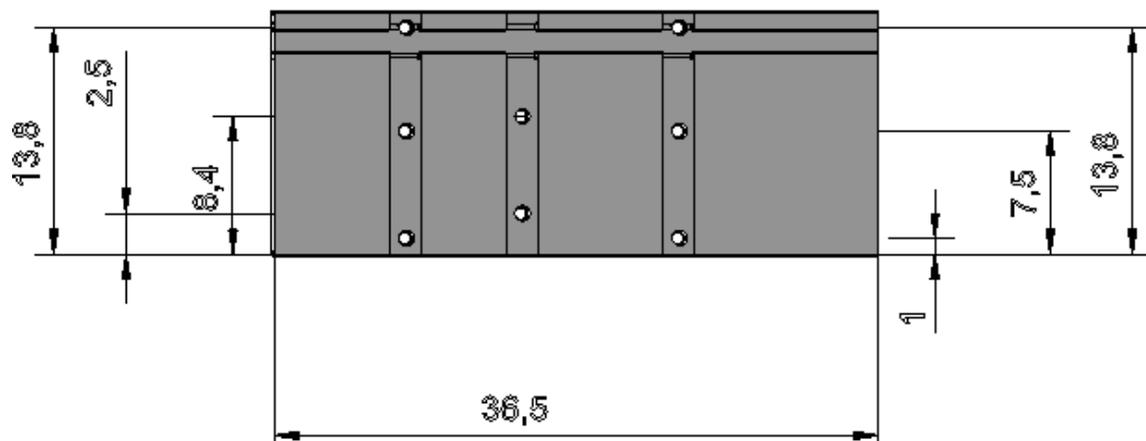


Figura 9b Vista lateral de pieza lateral de mesa

La rueda se construyó para que entre exactamente en el riel sin dejar ningún espacio extra. En la siguiente figura se puede observar la rueda con su eje:

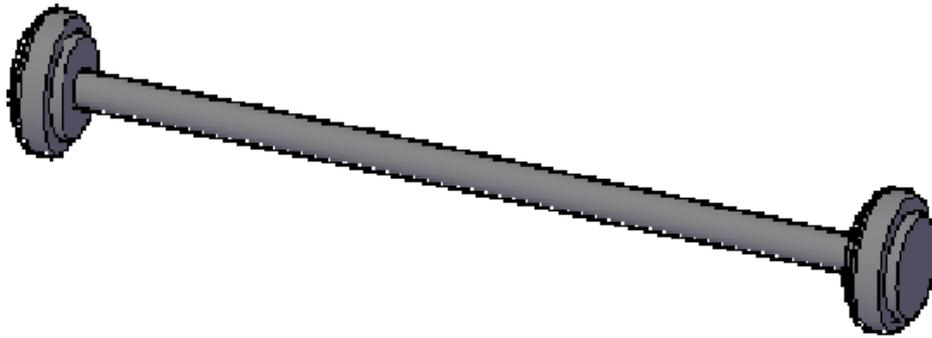


Figura 10a Eje



Figura 10b Eje

La rueda tiene las mismas dimensiones del riel de la figura 7 y de esta manera se minimizará el desplazamiento por irregularidad de la mesa. Las ruedas exteriores miden 15 mm mientras que la interior mide 20mm. La rueda interior se utiliza para eliminar los desplazamientos no deseados.

Debido a que el eje y el carril son ambos de acero existe demasiada fricción por lo que se decidió poner en contacto únicamente las ruedas externas. De esta manera existe menor contacto entre ambas piezas y reducimos la fricción. El eje estaría guiado por un riel de 2 mm

únicamente. Por otro lado, con esta alternativa vamos a lograr evitar los mismos movimientos indeseados. De esta manera no perjudicamos las restricciones que buscábamos implementar en la máquina pero evitamos la fricción que podría haber evitado que gire. En la figura 11a y 11b podemos observar el eje ubicado en el carril.



Figura 11a Conexión ejes y riel



Figura 11b Conexión ejes y riel

Otra parte de la mesa es la tapa que es anclada a los ejes. La tapa es desplazada utilizando un motor eléctrico. Sobre esta mesa se ancla la estructura que vamos a ensayar.

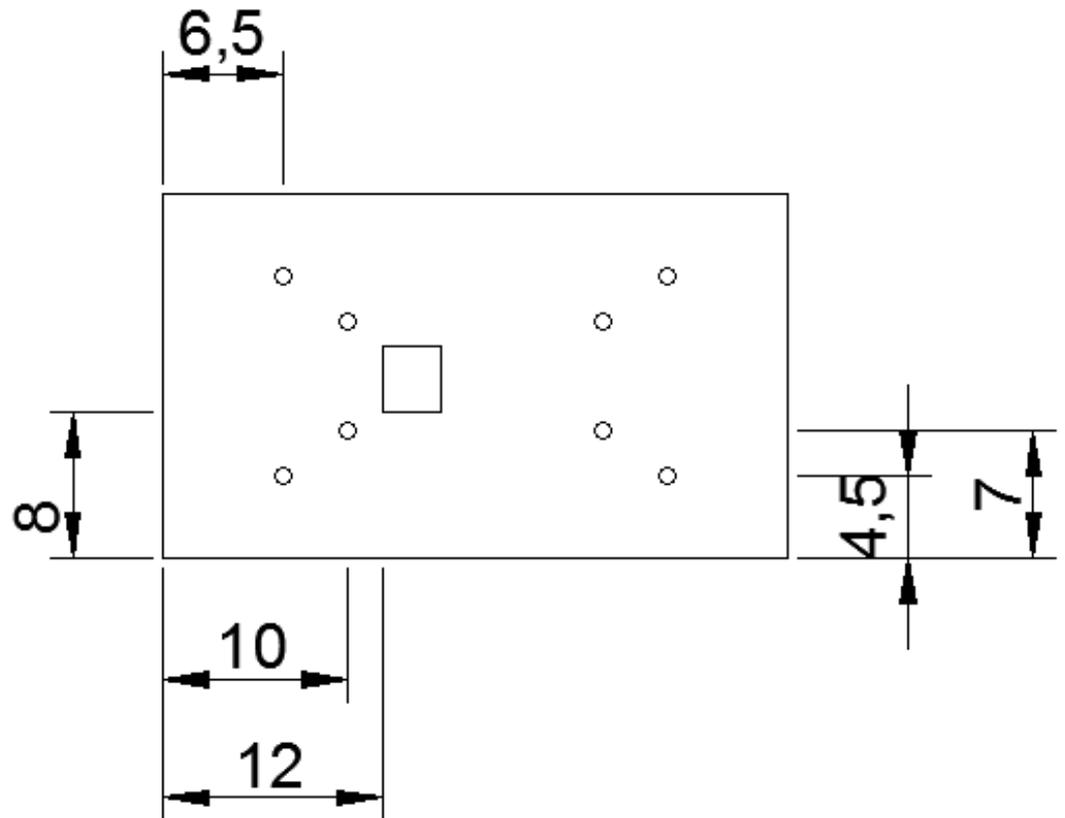


Figura 12 Tapa de mesa de excitación dinámica

## REVISIÓN DE LA LITERATURA

Con el objetivo de comprender el comportamiento de las estructuras bajo cargas dinámicas y sísmicas se han realizado ensayos de estructuras a escala como también en su tamaño original. De la respuesta dinámica obtenida podemos obtener la frecuencia natural, rigidez del material, matrices de amortiguamiento, etc. Estos parámetros pueden ser utilizados para caracterizar o monitorear el rendimiento de la estructura (Salawu, Williams, 1999).

Existen varios métodos de ensayo con el que se puede analizar el comportamiento bajo cargas dinámicas como: carga cuasi-estática, mesas de excitación dinámica, fuerza efectiva, pseudo-dinámica, pseudo dinámica en tiempo real, prueba híbrida dinámica en tiempo real. La mayor parte de estos métodos simulan las estructuras bajo cargas sísmicas.

La mesa de excitación dinámica consiste en introducir una excitación dinámica en la base de la estructura. Así mismo la mesa utiliza una plataforma rígida que está en movimiento (Molina, 1999). El tamaño de la estructura que se ensaya depende del tamaño de la mesa. Generalmente este ensayo se compone de dos resultados: el experimental y el matemático. El experimental mide la respuesta dinámica que se mide en la estructura a escala mientras que el modelo matemático es resuelto al mismo tiempo en la computadora. Experimentalmente se puede medir la aceleración con un acelerómetro y el desplazamiento con un *strain gauge* o deformímetro. Por otro lado, si no se tiene un acelerómetro podemos utilizar la frecuencia para medir la fuerza que se aplica en la mesa. La eficacia del ensayo se puede medir al comparar el modelo matemático con el experimental en el que se busca minimizar el error. Es importante recalcar que el modelo matemático, al ser un proceso por partes que utiliza información obtenida anteriormente, tiene un atraso en el tiempo. De esta manera son componentes de tiempos discretos. Por otro lado la parte experimental son

calificados por componentes dinámicos en tiempo continuo. De esta manera para comprobar la eficiencia debemos tratar a todo el sistema como una mezcla de tiempos continuos y discretos (Iemura,Igrashi,Suwa).

Cuando el movimiento de la mesa es en una sola dirección se puede considerar que la mesa tiene un grado de libertad o que es uniaxial. También existen mesas vibratorias que permiten dos o tres desplazamientos o grados de libertad. Las mesas vibratorias nos proveen una velocidad real por lo que esta técnica puede ser más realista. De la misma manera la estructura es deformada debido a las fuerzas de inercia distribuida por causa de la masa (Molina,1999)

Existen diferentes tipos de mesas vibratorias en las que se puede clasificar por sus características. Una manera de clasificar es por su tamaño en el que pueden existir mesas grandes, medianas y pequeñas. Las mesas grandes sirven para realizar ensayos de estructuras en escala real. Así mismo las mesas medianas se caracterizan por ser utilizadas en modelos a escala. Finalmente las mesas pequeñas se utilizan para ensayar modelos simples o pequeños (Bertero, Lehmann, Muños, Verri).

De la misma manera las mesas vibratorias pueden clasificarse por la cantidad de grados de libertad que tienen. Existen mesas de uno a seis grados de libertad en el que se incluyen rotaciones también. Finalmente, se puede caracterizar a las mesas vibratorias por su tipo de actuador. Los actuadores más utilizados son de tipo hidráulico, neumático o electromecánico. Dependiendo del objetivo y número de grados de libertad se decide el tipo de actuador a usar (Bertero, Lehmann, Muños, Verri).

## ANÁLISIS DE DATOS

Los pórticos que se utilizaron en este proyecto tienen dos hojas de polimetacrilato por piso que comercialmente se lo conoce como “vidrio acrílico” o “acrílico”. Según la empresa distribuidora Acrilux S:A tiene las siguientes propiedades (Molestina, 2014):

Densidad	1.19-1.2g/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidad	3300 MPa
Espesor	2 mm

Tabla 2 Propiedades Acrílico.

Según la empresa fabricante, el acrílico es un termoplástico transparente que puede ser utilizado como remplazo al vidrio. Este producto ofrece una mayor transmisión de luz con 92-95% convirtiéndolo en un producto competitivo en la construcción. En la página web de Acrilux existe una guía de usuario que nos recomienda como hacer los cortes para no dañar el material. Se utilizó la longitud entre ejes de losas para los cálculos.

### Un Piso

Las hojas tienen las siguientes dimensiones:

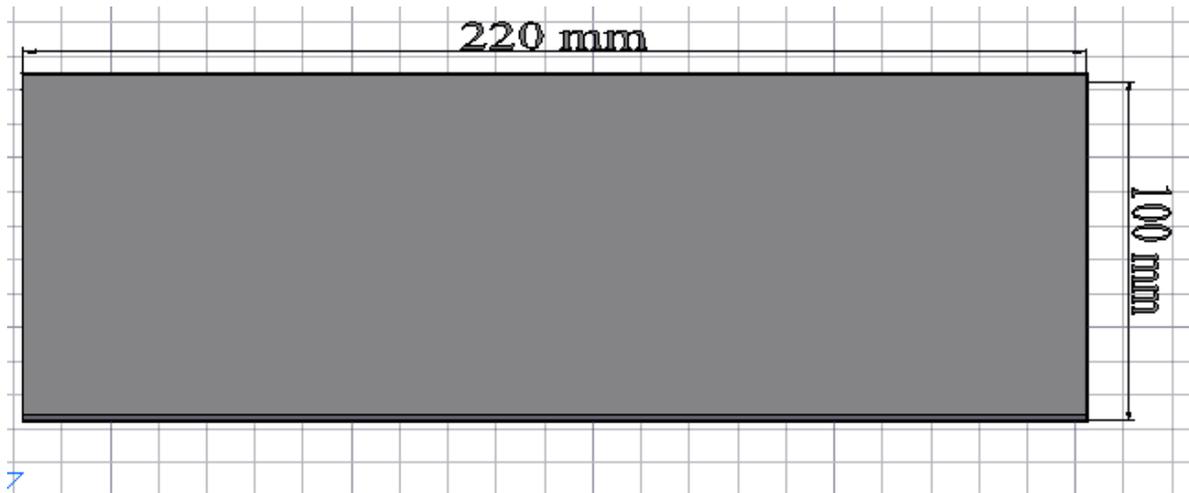


Figura 13 Dimensiones hojas de acrílico

Las hojas de acrílicos están separadas por una losa de madera. Adicionalmente existe una madera que sujeta a la estructura a la mesa de excitación dinámica. La figura 14 muestra la estructura completa que se utilizó para estudiar un modelo de un grado de libertad. La longitud entre ejes central de losas es de 20cm.

Datos 1 GDL		
H	200	mm
L	100	mm
Ancho	2	mm
E	3300	Mpa
A	200	mm <sup>2</sup>
I	66,667	mm <sup>4</sup>

Tabla 3 Datos Estructura 1GDL

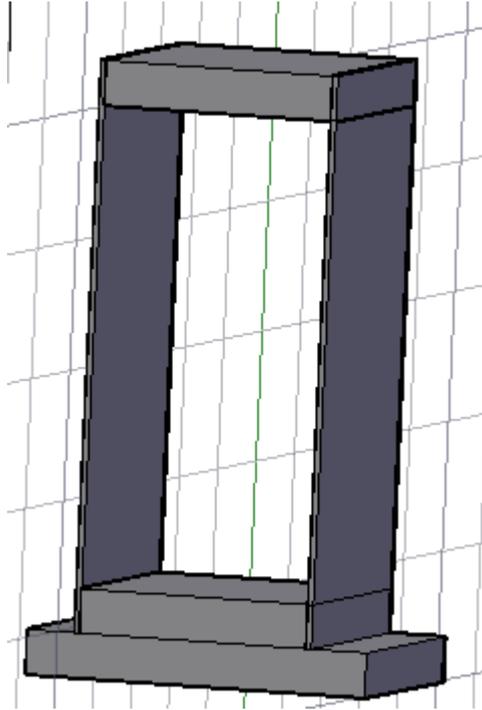


Figura 14 Estructura 1GDL

Utilizando una masa de 380 gramos que se ancla a la losa de madera en la parte superior de la estructura, obtuvimos los siguientes resultados:

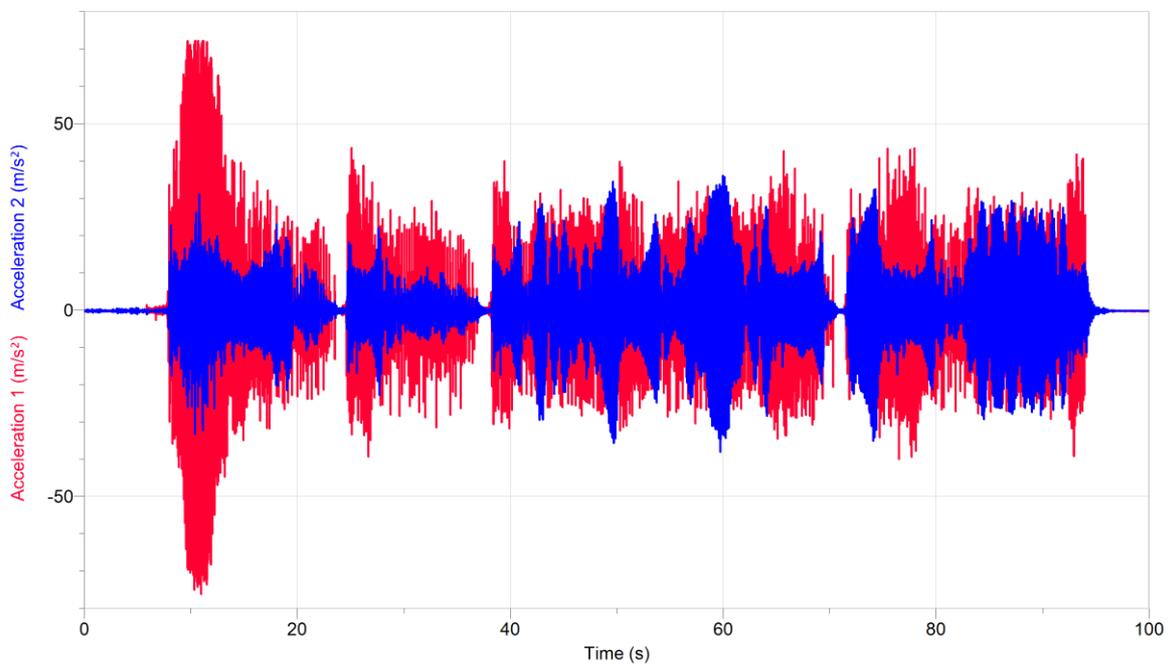


Grafico1 Aceleración en estructura 1GDL

En el grafico 1 podemos observar que la aceleración 1 estaba ubicada en la base mientras que la otra en la losa superior. De esta manera podemos observar que existe una amplificación de las aceleraciones del segundo 84 al 85. Estos valores se pueden observar también en el siguiente gráfico:

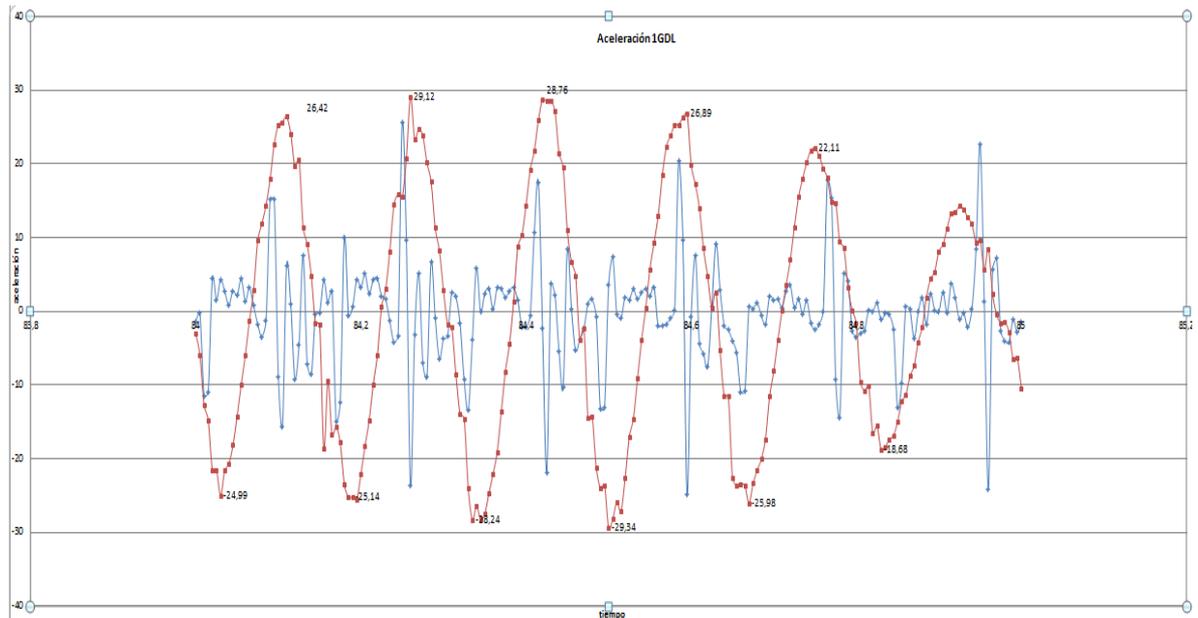


Gráfico 2 Aceleraciones en resonancia 1GDL

A partir de las aceleraciones encontradas debemos determinar el valor de la amplitud del sistema. Se toma los valores absolutos de los picos del experimento y se promedia. El valor promedio es la amplitud de la función de aceleraciones. De la misma manera se encuentra el tiempo entre estos picos. Como resultado el promedio de estos tiempos es el periodo de la estructura. Este cálculo se muestra en la tabla a continuación.

tiempo [s]	aceleración base[m/s <sup>2</sup> ]	aceleración masa[m/s <sup>2</sup> ]	T[s]
84,03	4,34	24,99	
84,11	6,16	26,42	0,165
84,195	4,38	25,51	0,15
84,26	23,62	29,12	0,14
84,335	3,83	28,24	0,16
84,42	2,3	28,76	0,165
84,5	3,58	29,34	0,175
84,595	24,82	26,89	
Promedio		27,40875	0,15916667

Tabla 4 Cálculo de periodo y amplitud

Utilizando el periodo promedio calculado obtenemos la frecuencia natural del sistema como también la frecuencia de movimiento. El desfase de la función se lo calculó reemplazando valores hasta que exista menos diferencia entre la función sinusoidal y los datos del experimento. Utilizando el promedio de la desviación estándar entre ambos se logró calcular el desfase que menos diferencia tenía. La función sinusoidal que se utilizó fue la siguiente:

$$\ddot{x}(t) = \rho \sin(\omega_n t + \alpha)$$

$$\ddot{x}(t) = 27,40875 \sin(39,4755t + 5,1761)$$

Se puede observar en el gráfico 3 que la ecuación presentada anteriormente logra representar los datos obtenidos.

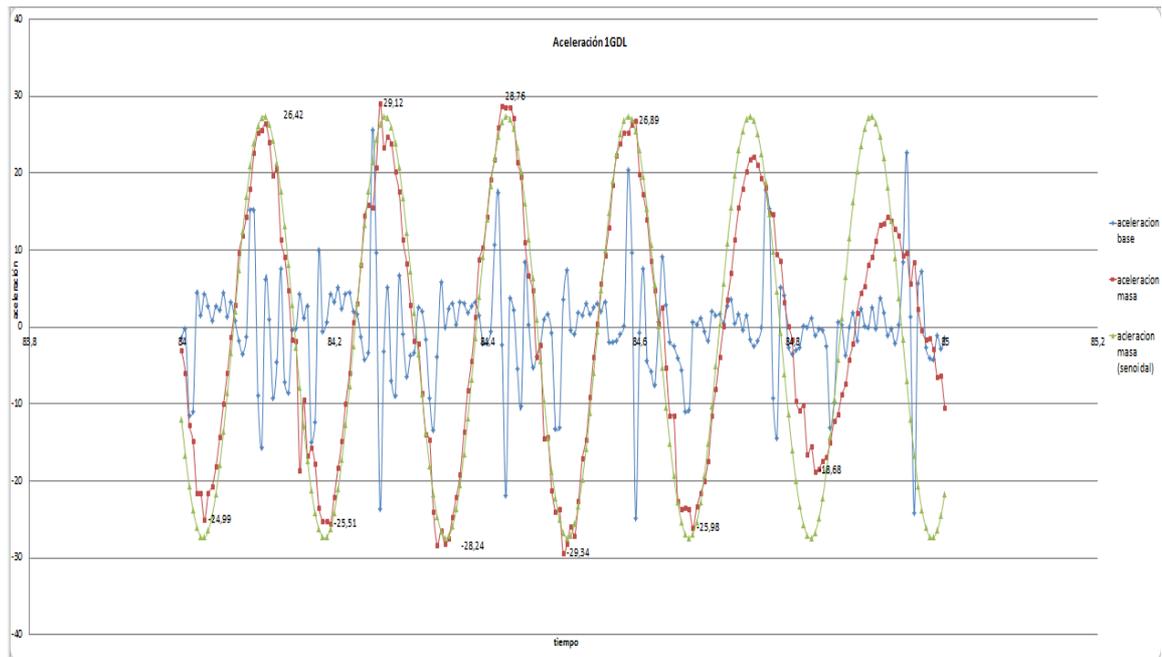


Grafico 3 Aceleración con ecuación sinusoidal

Para determinar la ecuación de desplazamiento se debe integrar dos veces la ecuación de aceleración y obtenemos la siguiente ecuación:

$$x(t) = \iint \rho \sin(\omega_n t + \alpha) = \frac{-\rho \sin(\omega_n t + \alpha)}{\omega_n^2}$$

Al remplazar esta ecuación con los valores obtenidos anteriormente obtenemos la siguiente ecuación de desplazamiento de la estructura:

$$x(t) = \frac{-27,40875 \sin(39,4755t + 5,1761)}{39,4755^2} = 0,0175886 \sin(39,4755t + 5,1761)$$

A continuación se puede ver graficada la ecuación de desplazamiento en función del tiempo en donde el desplazamiento máximo es de 17.58mm.

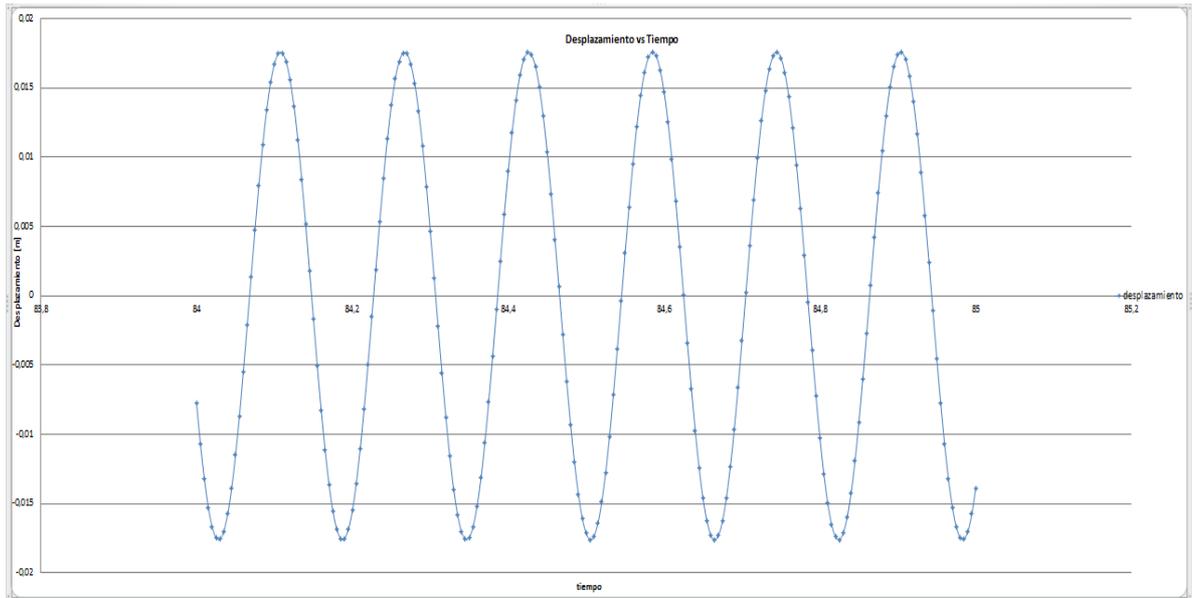


Gráfico 4 Desplazamiento vs Tiempo

Así mismo podemos comparar el modelo teórico y experimental para encontrar el error en el experimento. En la tabla 5.1 podemos observar la comparación entre el resultado teórico y experimental. Adicionalmente en la tabla 5.2 se calcula la frecuencia amortiguada.

	Teórico	Experimento	Unidades	
W	0,38	0,38	kg f	Error [%]
m	0,03873598	0,03877551	kgf s <sup>2</sup> /m	
K*	6,73E+01	6,73E+01	Kgf/m	
W <sub>n</sub>	41,6754377	39,4755098	rad/s	
T	0,15076471	0,15916667	S	
f	6,63285191	6,28272251	Cps	

Tabla 5.1 Frecuencia Teórica vs Experimental

	Teórico	Experimento	Unidades	
W	0,38	0,38	kg f	Error [%]
m	0,03873598	0,03873598	kgf s <sup>2</sup> /m	
K*	6,73E+01	6,73E+01	Kgf/m	
W <sub>nD</sub>	41,5817919	39,4755098	rad/s	
T <sub>D</sub>	0,15110425	0,15916667	s	
f <sub>D</sub>	6,61794773	6,28272251	cps	

Tabla 5.2 Frecuencia Amortiguada Teórica vs Experimental

Para determinar el amortiguamiento debemos primero encontrar la amplitud de la aceleración que se aplicó a la mesa. Para convertirla en una fuerza se la multiplica por su masa. Esta fuerza,  $\rho_0$ , representa la magnitud de la fuerza armónica que se aplicó a la estructura. Al dividir esta fuerza para la rigidez de la estructura obtenemos la deformación debido a la fuerza  $\rho_0$ . Al dividir la deformación máxima obtenida anteriormente con la deformación obtenida por la fuerza  $\rho_0$  obtenemos el factor de amplificación y a su vez el amortiguamiento. Debido a que la fuerza aplicada a la mesa no se comporta totalmente como una función armónica se debe tomar varios puntos para determinar el amortiguamiento. De esta manera se puede ver en la tabla 6 los amortiguamientos por pico de aceleración. El amortiguamiento que se obtuvo es de 6.7%.

tiempo	A Base	A Masa	$\rho_0$	Ymax	Yst	$\Xi$	$\xi$ %	Promedio
84,11	6,16	26,42	0,23861366	0,017524594	3,55E-03	0,101191122	10,1191122	9,559228054
84,115	0,96	24,15	0,03718654	0,01689013	5,53E-04	0,016362434	1,63624344	
84,12	9,17		0,35520897	0,015599795	5,28E-03	0,169223285	16,9223285	
84,185	0,56		0,02169215	0,017508511	3,22E-04	0,009207643	0,92076429	3,414232994
84,19	0,71	25,14	0,02750255	0,017497547	4,09E-04	0,011681291	1,16812909	
84,2	4,38	22,04	0,16966361	0,015464056	2,52E-03	0,081538056	8,1538056	
84,26	23,62	29,12	0,91494393	0,016920842	0,01359939	0,401853355	40,1853355	14,03082989
84,265	3,21	23,43	0,12434251	0,017533735	0,00184818	0,052703596	5,27035959	
84,27	5,18		0,2006524	0,017465767	2,98E-03	0,085379139	8,53791393	
84,275	6,95		0,26921509	0,016719574	4,00E-03	0,119665581	11,9665581	
84,3	8,21		0,31802243	0,015324135	4,73E-03	0,154232844	15,4232844	
84,305	6,7		0,25953109	0,013333634	3,86E-03	0,144655826	14,4655826	
84,355	0,89		0,03447503	0,010825368	5,12E-04	0,023667752	2,36677519	
84,345	0,05	28,14	0,0019368	0,0166275	2,8788E-05	0,000865671	0,08656707	2,366405787
84,35	2,45	27,16	0,09490316	0,015180067	0,00141061	0,046462445	4,6462445	
84,415	17,53	25,91	0,67904179	0,015906386	0,01009303	0,317263475	31,7263475	12,61706022
84,42	2,3	28,76	0,08909276	0,017069586	0,00132424	0,038789529	3,87895295	
84,425	21,81		0,8448318	0,017569948	0,01255727	0,357350889	35,7350889	
84,3	3,76		0,1456473	0,01738804	0,00216485	0,062251078	6,22510782	
84,35	2,27		0,08793068	0,016530927	0,00130697	0,039531046	3,95310456	
84,355	3,11		0,12046891	0,015031893	0,00179061	0,059560233	5,95602326	
84,4	0,38		0,01471967	0,012949146	0,00021879	0,008447966	0,84479656	
84,5	3,58	29,34	0,13867482	0,017137041	0,00206121	0,06013909	6,013909	5,106884895
84,505	7,39	28,17	0,28625892	0,017580926	0,00425485	0,121007521	12,1007521	
84,51	0,38	28,17	0,01471967	0,017342115	0,00021879	0,006307993	0,63079929	

84,515	0,96	28,17	0,03718654	0,016429883	0,00055273	0,016820792	1,68207918	
84,565	1,87		0,07243629	0,012218853	0,00107667	0,0440576	4,40576003	
84,57	1,69		0,06546381	0,014462566	0,00097303	0,033639615	3,36396152	
84,575	0,92		0,0356371	0,016144675	0,0005297	0,016404696	1,64046963	8,584859311
84,58	0,2		0,0077472	0,01719986	0,00011515	0,003347455	0,3347455	
84,585	20,27		0,78517839	0,017587148	0,01167061	0,331793599	33,1793599	
84,67	0,67		0,02595311	0,017236204	0,00038576	0,011190329	1,11903287	
84,675	0,35		0,01355759	0,016214487	0,00020152	0,006214046	0,62140464	1,357672898
84,68	1,18		0,04570846	0,014563136	0,00067939	0,023325812	2,33258118	
84,745	1,62		0,06275229	0,017585317	0,00093273	0,026520058	2,65200579	
84,75	2,45		0,09490316	0,017176246	0,00141061	0,041062699	4,10626986	3,279692624
84,755	1,723		0,0667421	0,016100195	0,00099203	0,030808022	3,08080222	
<b>Promedio Total</b>								
<b>6,701874075</b>								

Tabla 6 Calculo de Amortiguamiento

Por otro lado utilizando SAP2000 se determinó la respuesta de la estructura con 3%, 5% y 7% y se comparó con la respuesta experimental. De esta manera se determinó que el amortiguamiento que más cercano dio al valor experimental fue el de 7%. Para modelar en SAP2000 primero se ingresó la estructura a ensayar con sus propiedades y dimensiones. Luego se somete a la aceleración en la base que se obtuvo con los acelerómetros. Finalmente, utilizando la función “Time History” se obtiene la respuesta dinámica. En el grafico 5 se puede observar la diferencia entre la respuesta experimental y teórica.

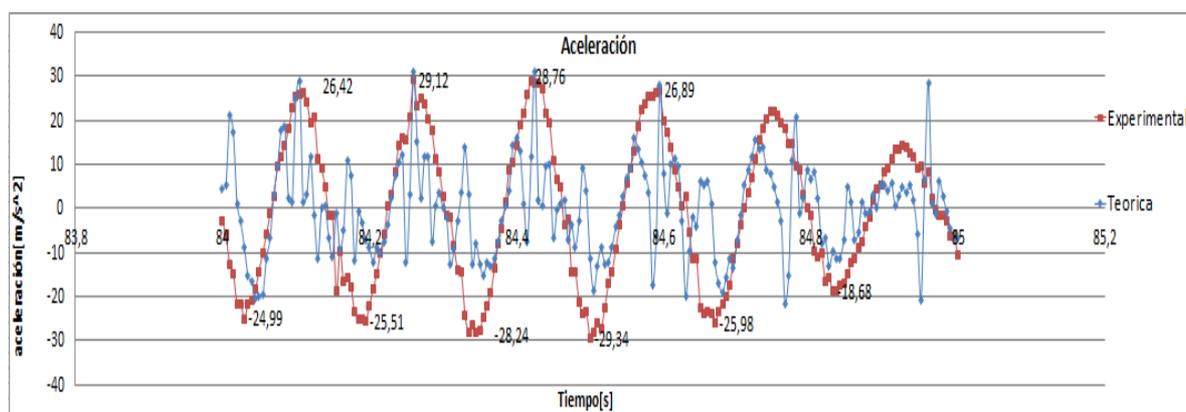


Gráfico 5 Aceleración Experimental vs Teórica

Así mismo se comparó las aceleraciones máximas obtenidas del experimento y de la simulación de SAP2000. Los resultados se muestran en la tabla 7.

Masa 1		
Teórico[m/s <sup>2</sup> ]	Experimental[m/s <sup>2</sup> ]	error[%]
31,14846	29,34	5,80593712

Tabla 7 Aceleración Máxima Experimental vs Teórica

### Dos Pisos

Para la construcción del modelo de dos pisos se utilizó dos hojas de acrílico de 2mm con las siguientes dimensiones:

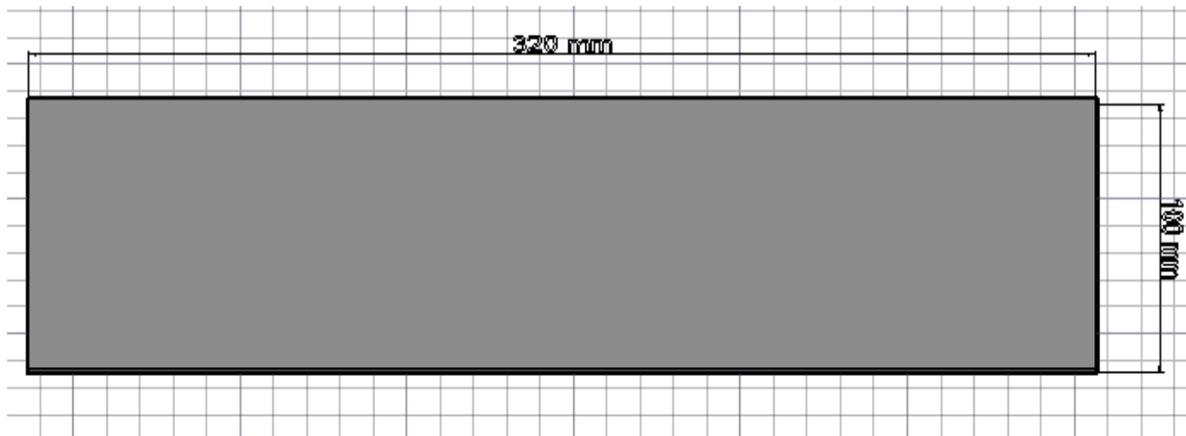


Figura 15 Dimensiones hoja acrílico 2GDL

Ambos pisos tienen una altura de 150mm entre ejes de losas. De esta manera la estructura quedaría de la siguiente forma:

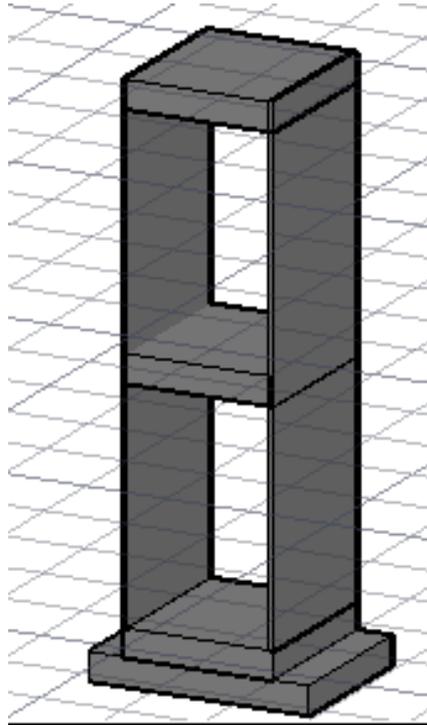


Figura 16 Estructura de 2GDL

Los datos de esta estructura son los siguientes:

Datos 2 Pisos		
h1	150	mm
h2	155	mm
L	100	mm
Ancho	2	mm
E	3300	Mpa
A	200	mm <sup>2</sup>
I	66,667	mm <sup>4</sup>

Tabla 8 Datos de estructura de 2GDL

De la misma manera que con estructura de un piso se buscó el momento en el que se amplifica las cargas en el segundo y tercer piso. De esta manera se obtuvo las siguientes aceleraciones mostradas en el grafico 6.

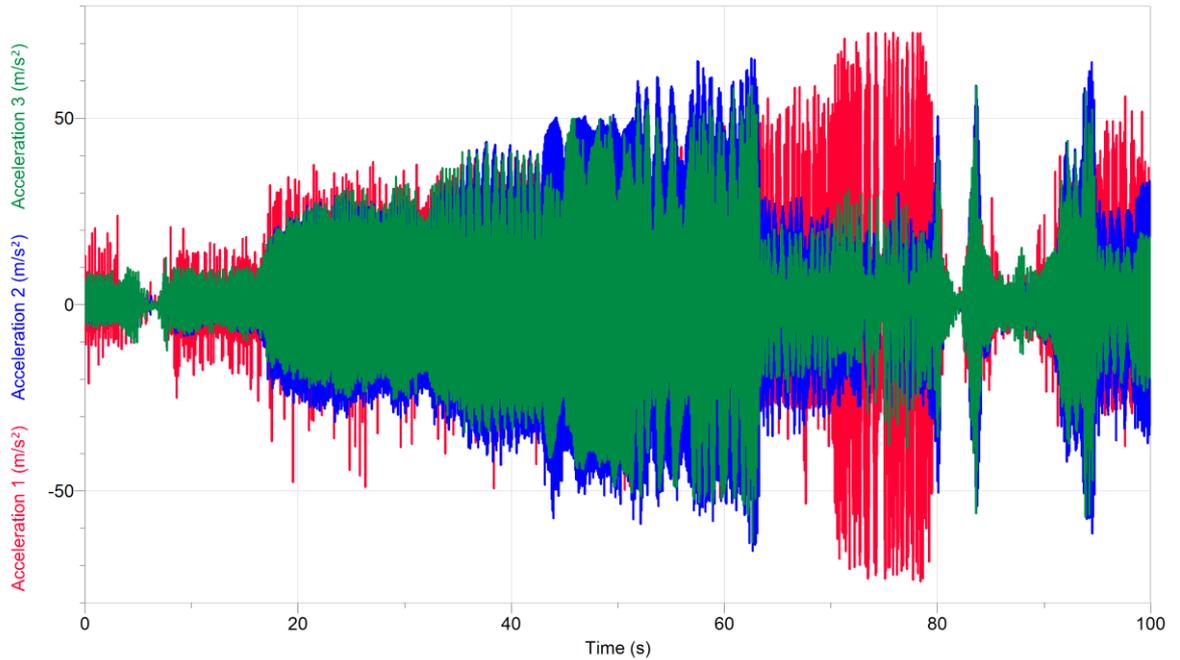


Gráfico 6 Aceleraciones en estructura de 2GDL

En este experimento se puede observar que la amplificación ocurre en el segundo 62 hasta el 63. El gráfico 7 muestra las aceleraciones en el periodo que existió amplificación dinámica.

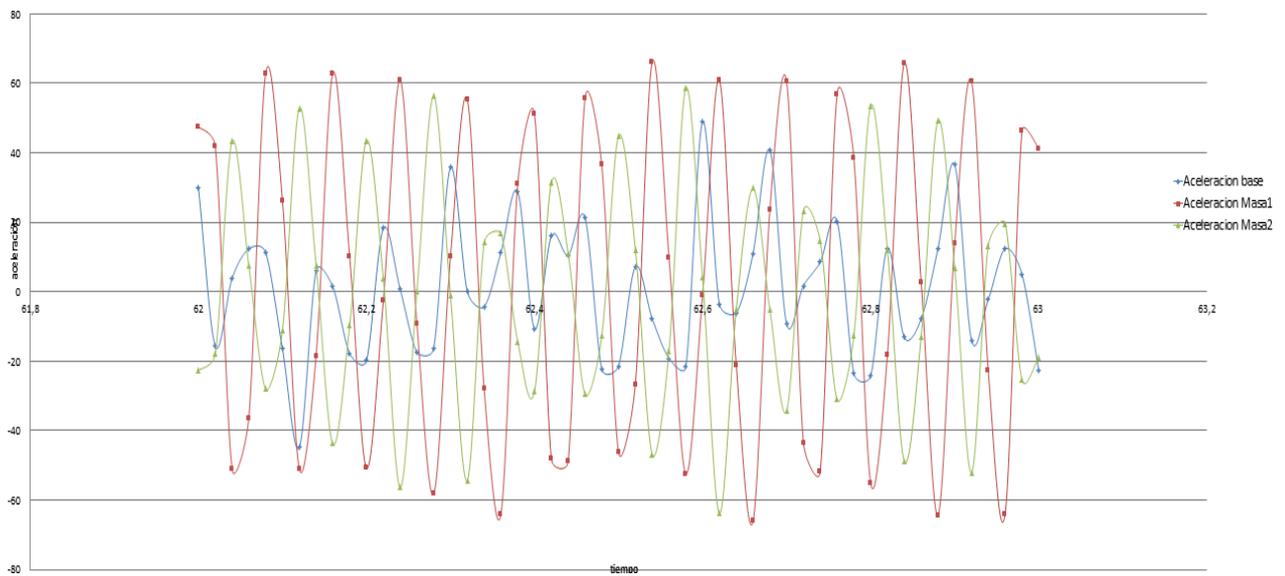


Gráfico 7 Amplificación aceleraciones de 2 GDL

Para esta estructura se simuló en SAP2000 la respuesta dinámica y se obtuvo las aceleraciones máximas en cada masa. A partir de esto se comparó con el valor máximo obtenido y se calculó el error. Las tablas a continuación muestran los cálculos para las dos masas.

Masa 1		
Experimental[m/s <sup>2</sup> ]	Teórico[m/s <sup>2</sup> ]	Error
57,27	52,63873	8,79821759

Tabla 9.1 Aceleración Máxima Masa1 Experimental vs Teórica

Masa 2		
Experimental[m/s <sup>2</sup> ]	Teórico[m/s <sup>2</sup> ]	Error
50,43	56,66677	11,0060446

Tabla 9.2 Aceleración Máxima Masa2 Experimental vs Teórica

De la misma manera se muestra a continuación los gráficos de las aceleraciones de cada masa.

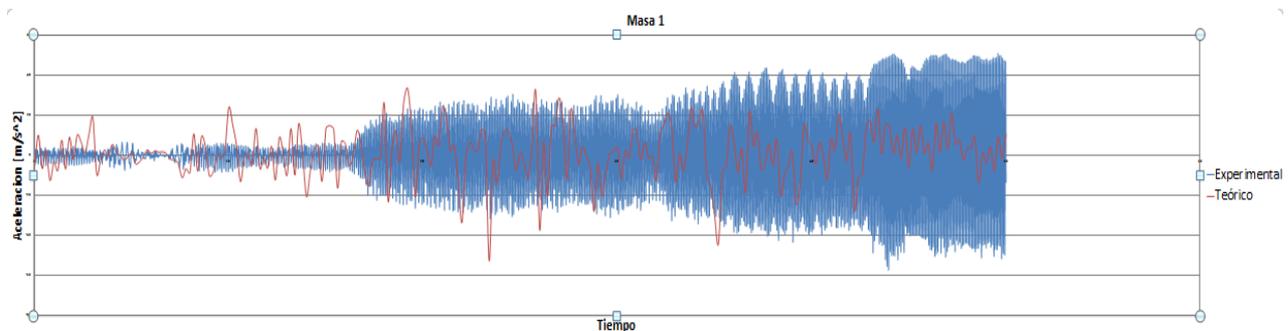


Gráfico 8.1 Aceleración Máxima Masa 1 Experimental vs Teórico

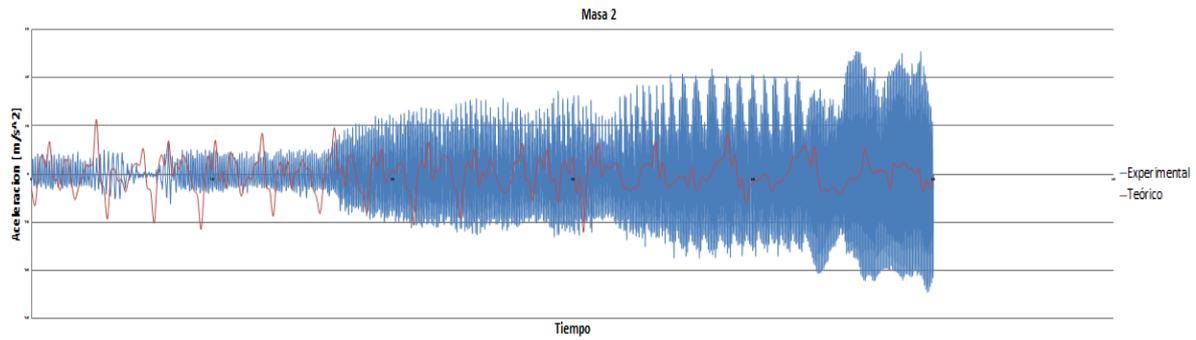


Grafico 8.2 Aceleración Máxima Masa 2 Experimental vs Teórico

### Tres Pisos

Así mismo se utilizó dos hojas de acrílico para crear el modelo a escala de una estructura de tres pisos. Las hojas de 2 mm tienen las siguientes longitudes:

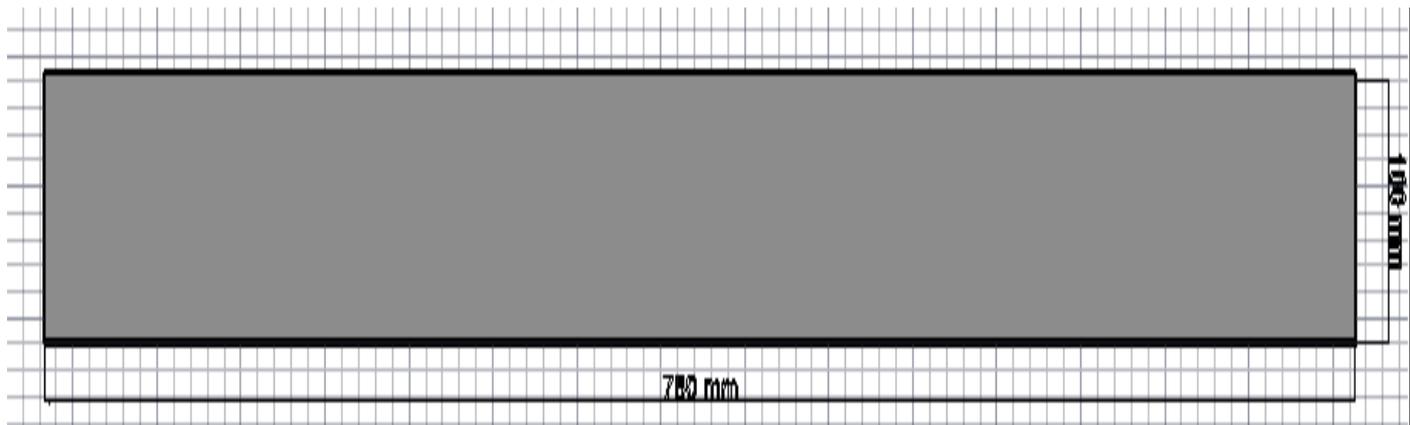


Figura 17 Dimensiones de hojas Acrílico 3GDL

La estructura de tres pisos tiene una distancia entre losas de 250 mm. La figura 18 muestra el modelo de tres pisos que se estudió.

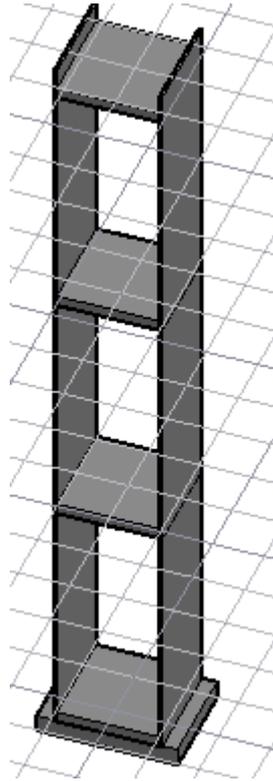


Figura 18 Estructura 3GDL

Los datos de esta estructura son los siguientes:

Datos 3 GDL		
h1	250	mm
h2	250	mm
h3	250	mm
L	100	mm
Ancho	2	mm
E	3300	Mpa
A	200	mm
I	66,667	mm <sup>4</sup>

Tabla 10 Datos estructura de 3GDL

De la misma manera que se modeló anteriormente se determinó los máximos para cada masa. Debido a que solo se tiene 3 acelerómetros se utilizó dos ensayos para obtener la respuesta de todas las masas. Para determinar la primera masa se utilizó la aceleración del grafico 9.1 mientras que para la masa 2 y 3 se utilizó la aceleración del grafico 9.2.

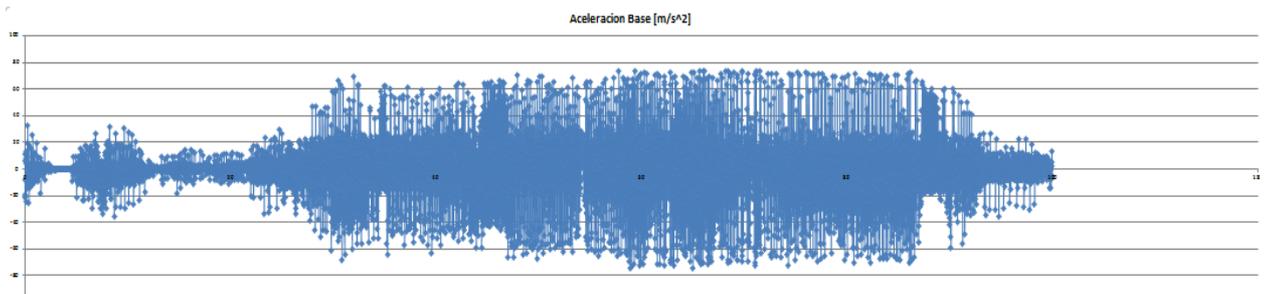


Gráfico 9.1 Aceleración Base Masa 1

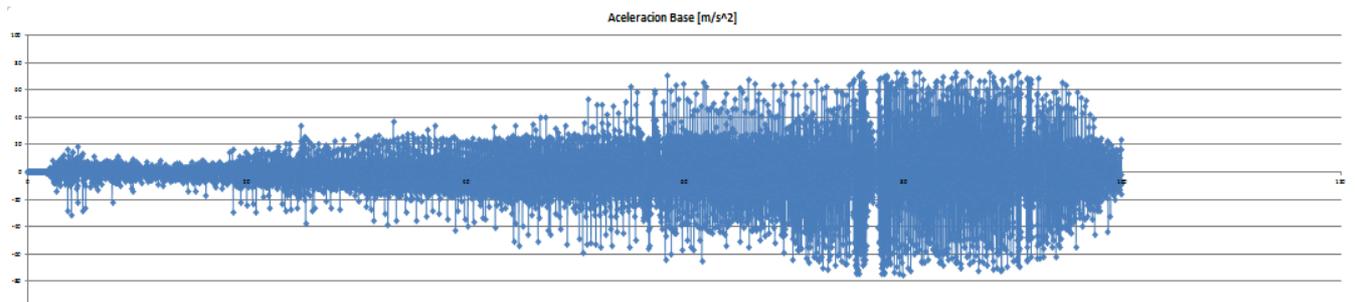


Gráfico 9.2 Aceleración Base Masa 2 y 3

En las siguientes tablas se presenta la comparación de la aceleración máxima en cada masa.

Masa 1		
Experimental[m/s <sup>2</sup> ]	Teórico[m/s <sup>2</sup> ]	error%
8,09	11,90997	32,0737164

Tabla 11.1 Aceleración Máxima Masa 1 Experimental vs Teórico

Masa 2		
Experimental [m/s <sup>2</sup> ]	Teórico [m/s <sup>2</sup> ]	error%
3,05	6,93406	56,0142254

Tabla 11.2 Aceleración Máxima Masa 2 Experimental vs Teórico

Masa 3		
Experimental[m/s <sup>2</sup> ]	Teórico[m/s <sup>2</sup> ]	error%
5,75	8,11779	29,1679139

Tabla 11.3 Aceleración Máxima Masa 3 Experimental vs Teórico

Adicionalmente se puede observar en los siguientes gráficos la respuesta dinámica de cada masa.

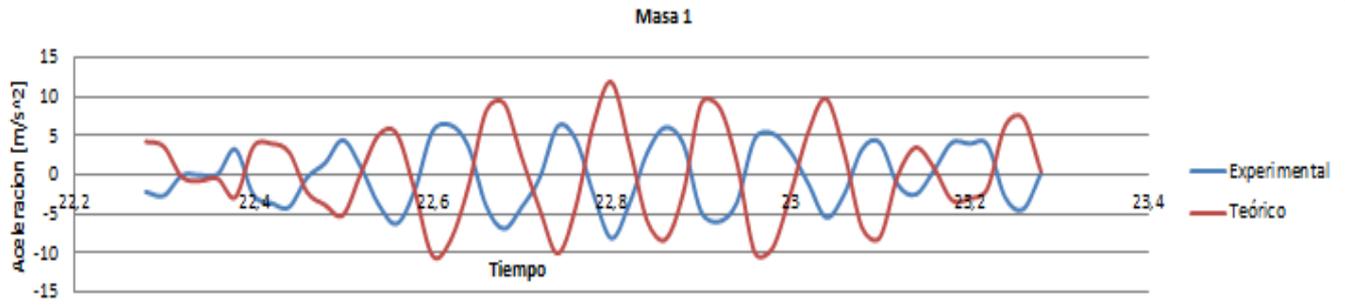


Grafico 10.1 Aceleración Máxima Masa 1 Experimental vs Teórico

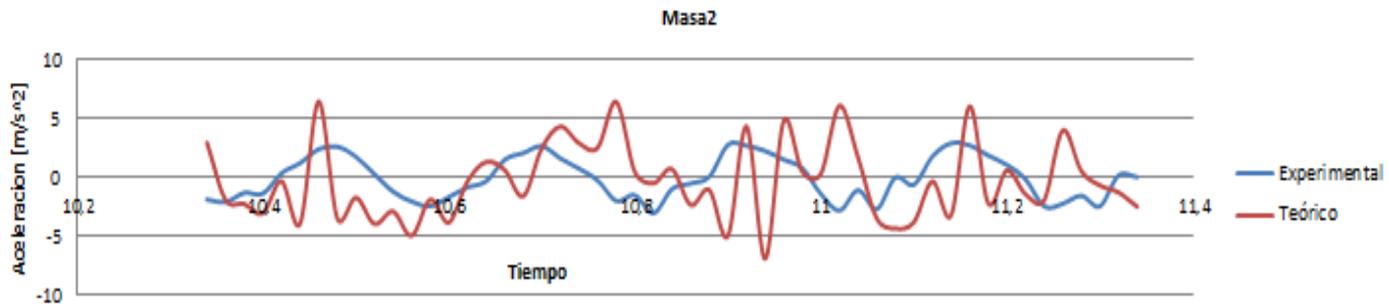


Grafico 10.2 Aceleración Máxima Masa 2 Experimental vs Teórico

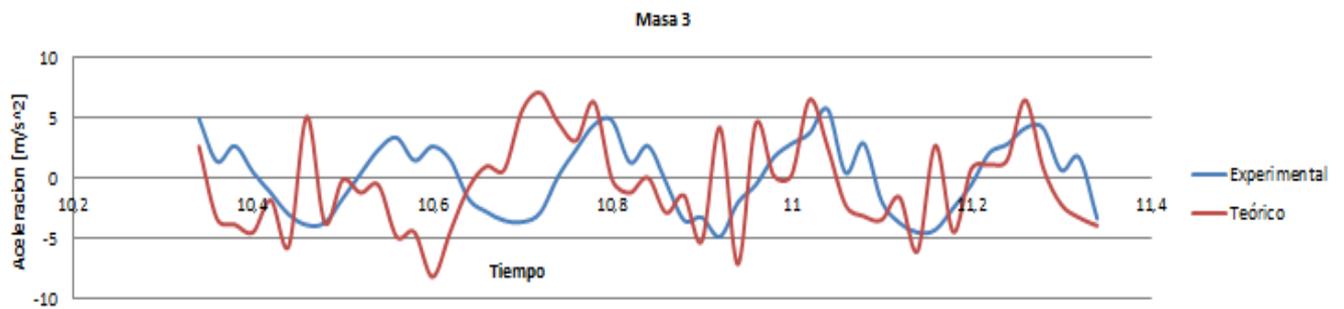


Grafico 10.3 Aceleración Máxima Masa 3 Experimental vs Teórico

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante el desarrollo del proyecto se pudo reconstruir la mesa de excitación dinámica existente de la Universidad San Francisco de Quito. Se reutilizó tanto partes de la mesa antigua como las estructuras de acrílico. Al ser una mesa construida de madera se generó mucho desgaste del material y de esta manera fue perdiendo precisión. Por esta razón se decidió cambiar partes de la mesa a acero. Este material va a permitir que la mesa tenga una vida útil más larga como también evitar que se generen errores debido al desgaste. De la misma manera se logró evitar desplazamientos indeseados de la mesa utilizando la nueva geometría. Debido a la alta fricción que se generaba entre la rueda y el carril se utilizó únicamente 2 mm de apoyo entre ambas como muestra la figura 11a y 11b. Otra opción podría ser que el eje tenga un rodamiento en vez de ser un sólido. Adicionalmente se colocó ángulos el cual evitaron que existan movimientos no deseados en la mesa.

Es recomendable que se ajusten las piezas de la mesa antes de usar ya que únicamente al estar ajustadas se impide los desplazamientos no deseados. De la misma manera se deben ajustar los pernos de las estructuras ya que estos pueden variar el amortiguamiento de la estructura.

Para el diseño de las estructuras se utilizó láminas de acrílico ya que este material permite visualizar de una mejor manera la deformación que existe debido a la carga dinámica. Debido a que el motor puede proporcionar únicamente un rango de frecuencias, existe una limitación en la rigidez de la estructura. Si la estructura es muy rígida va a ser menos evidente el desplazamiento ejercido por la carga. Por otro lado, es probable que no logremos obtener la amplificación de aceleraciones debido a la diferencia de frecuencias.

Para un sistema de un grado de libertad se calculó la frecuencia natural y periodo de la estructura y se obtuvo un error de 5.6% entre el resultado experimental y el teórico. Por otro lado se logró obtener satisfactoriamente la ecuación de desplazamiento de la estructura. Adicionalmente se obtuvo un amortiguamiento de 7% utilizando las aceleraciones máximas producidas por la carga dinámica. Debido a que la aceleración ejercida por el motor no produce una sinusoidal perfecta, se debió promediar el amortiguamiento producido por varios valores dentro de los picos. Si se toma únicamente las aceleraciones máximas de los picos existe una variación. Para corregir este error de la mesa se debería comprar un motor de mayor capacidad y que pueda regular el voltaje. La variación de voltaje no permite que la aceleración ejercida tenga la forma de una sinusoidal. Además, esta variación puede generar errores en la búsqueda de amplitud dinámica ya que la frecuencia no sería constante en ese punto. Adicionalmente se verificó con SAP2000 que el amortiguamiento de la estructura planteado estaba correcto. Cuando se sometió la estructura a frecuencias altas existió un movimiento de la mesa de excitación dinámica que estaba apoyada al suelo por lo que este movimiento también influyó que la aceleración en la base no sea una función armónica perfecta. De esta manera es recomendable que la mesa de excitación dinámica sea empernada a una superficie que no se mueva debido a su uso.

Para la estructura de dos grados de libertad se calculó satisfactoriamente los valores máximos y la respuesta dinámica. Se obtuvo un error de 8.8 y 11% el cual fue influenciado por imperfecciones que existen en la mesa como también en la variación de amortiguamiento entre las estructuras. Se asumió que el amortiguamiento de esta estructura es igual al de la de un grado de libertad.

La estructura de tres grados de libertad tuvo un error de 32,56 y 29% de las aceleraciones máximas. En esta estructura se acumuló todos los errores del ensayo. Al igual que la estructura de dos grados de libertad, se asumió que el amortiguamiento era de 7%. Esta variación puede ser influenciada por las uniones entre la losa de madera y la hoja de acrílico. Estas fueron empernadas entre sí y no están ajustadas con la misma fuerza. Adicionalmente, existe una variación dentro de los materiales el cual generarían un error. Los materiales utilizados para la fabricación del acrílico varían dependiendo del espesor por lo que las propiedades del material asumidas pueden variar. En esta estructura no se pudo encontrar la frecuencia a la que la aceleración se amplifica. Esto se debe a la limitación de frecuencia que tiene el motor. Adicionalmente los acelerómetros tienen una flecha que muestran el eje en el que se va a leer las aceleraciones. Los acelerómetros se ubicaron manualmente y se alinearon con el movimiento de la mesa a simple vista. Es recomendable que se utilice algún método que permite alinear ambos ejes y de esta manera reducir el error.

## REFERENCIAS

- Acrilux S.A. (2015). Propiedades del Acrílico. Retrieved February 1, 2015, from:  
<http://acrilux.com.ec/files/PROPIEDADES.pdf>
- Chopra, A. (2007). *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering* (3rd ed.). Upper Saddle River, N.J.: Pearson/Prentice Hall.
- Clough, R., & Penzien, J. (1975). *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill.
- Igarashi, A., Iemura, H., & Suwa, T. (n.d.). DEVELOPMENT OF SUBSTRUCTURED SHAKING TABLE TEST METHOD. Retrieved February 1, 2015, from  
<http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/1775.pdf>
- Lehmann, A., Verri, A., Bertero, A., & Muñoz, S. (n.d.). CONSIDERACIONES DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA MESA VIBRADORA PARA EJECUCIÓN DE ENSAYOS DINÁMICOS. Retrieved February 1, 2015, from  
<http://jornadasaie.org.ar/jornadas-antiores/2012/contenidos/trabajos/62.pdf>
- Molina, J., Magonette, G., Bono, F., & Renda, V. (1999). Ensayo Sísmico de Estructuras. Retrieved February 1, 2015, from  
<http://revistas.ucm.es/index.php/FITE/article/viewFile/FITE9999110285A/12107>
- Molina, M. (2014). Diseño, fabricación y ensayo de una mesa de excitación dinámica para modelos estructurales a escala.
- NEC. (2014). *Peligro sísmico y requisitos para diseño sismo resistente*.
- Reinhorn, A., & Shao, X. (2004). ADVANCED DYNAMIC TESTING TECHNIQUES IN STRUCTURAL ENGINEERING.
- Salawu, & Williams. (1999). Review of full-scale dynamic testing of bridge structures. *Sciencedirect*. Retrieved February 1, 2015, from  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/014102969592642L>
- Salinas, R. (n.d.). Introducción a la Dinámica Estructural. Retrieved July 10, 2015, from  
[http://www.institutoconstruir.org/centrocivil/SISMORESISTENTE/Antisismica-DINAMICA-ESTRUCTURAL-ING\\_SALINAS.pdf](http://www.institutoconstruir.org/centrocivil/SISMORESISTENTE/Antisismica-DINAMICA-ESTRUCTURAL-ING_SALINAS.pdf)

## ANEXO A

### Procedimiento para utilizar la mesa

- 1) Antes de empezar a utilizar la mesa se debe instalar el programa Logger Lite 1.8. Este software es gratuito y nos permitirá acceder a los datos obtenidos por los acelerómetros. Se puede descargar este programa ingresando a <http://www.vernier.com/products/software/logger-lite/>.
- 2) Se debe colocar la estructura que queremos analizar en la mesa. Existe cuatro pernos que deben ser anclados y ajustados a la tapa de la mesa de excitación dinámica.
- 3) Ubicar las masas en cada piso que se quiera estudiar.
- 4) Colocar los acelerómetros en cada piso de estudio. Se debe empernar a cada piso de la estructura tomando en cuenta la dirección de movimiento de la mesa. El acelerómetro tiene una flecha que marca la dirección de desplazamiento y esta debe coincidir con la de la mesa.
- 5) Se debe conectar los acelerómetros al Vernier Lab Quest Mini y este a la computadora. Esto va a procesar los datos obtenidos y enviar al programa que instalamos anteriormente. De esta manera se podrá visualizar en la computadora los datos obtenidos.

### Procedimiento armar y desarmar la mesa

En caso de que se necesite dar mantenimiento a la mesa o se necesite reparar la mesa es fundamental cómo armar y desarmar la mesa.

#### 1) Retirar la estructura que estamos ensayando.

Para retirar la estructura debemos retirar las tuercas que sujetan la estructura a la mesa.

**2) Retirar la tapa de la mesa**

Existen 4 pernos que están anclados a los ejes y ruedas. Una vez retirados estos se puede retirar la tapa.

**3) Retirar ejes**

Una vez retirado la tapa se puede retirar los ejes también. Se puede poner grasa o aceite en el riel para que exista menos fricción durante el movimiento.

**4) Retirar Motor**

Existen varios pernos que unen las placas y el motor por lo que hay que retirar todos. Una vez separados el motor se puede dar el mantenimiento que sea necesario.