

**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ**

**Colegio de Administración y Economía**

**Estudio del Contagio en Redes Financieras**

Proyecto de Investigación

**Valeria Leonor Negrete Zambrano**

**Economía**

**Trabajo de titulación presentado como requisito para la obtención del  
título de Economista**

**Quito, 9 de mayo de 2017**

**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ**  
**Colegio de Administración y Economía**

**HOJA DE APROBACIÓN DE TRABAJO DE TITULACIÓN**

**Estudio del Contagio en Redes Financieras**

**Valeria Leonor Negrete Zambrano**

Calificación:

Nombre del profesor, Título académico: Pedro Romero, Ph.D.

Firma del profesor:

\_\_\_\_\_

**Quito, 9 de mayo de 2017**

## **Derechos de Autor**

Por medio del presente documento certifico que he leído todas las políticas y manuales de la Universidad San Francisco de Quito USFQ, incluyendo la Política de Propiedad intelectual USFQ, y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo quedan sujetos a lo dispuesto en estas políticas.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma del Estudiante: \_\_\_\_\_

Nombres y apellidos: Valeria Leonor Negrete Zambrano

Código de estudiante: 00110898

Cédula de Identidad: 1715537617

Lugar y Fecha: Quito, 9 de mayo de 2017

## **DEDICATORIA**

A mis padres, gracias a su esfuerzo, apoyo incondicional a lo largo de mi carrera universitaria, consejos y dedicación, han logrado convertirme en una gran persona a lo largo de mi vida.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor y gran profesor, Pedro Romero Alemán Ph.D, por sus valiosas recomendaciones y enseñanzas ha hecho posible la realización de mi proyecto final.

A Jaime Maya, profesor, por su tiempo para brindarme pequeñas definiciones en varias inquietudes.

A mi gran amigo Diego Oñate, por sus sugerencias y comentarios para la elaboración de este trabajo.

## RESUMEN

La finalidad del siguiente trabajo se basa en el estudio del “Contagio en Redes Financieras”. La teoría se enfoca en determinar cómo está establecida una red y cómo están definidos los activos y pasivos interbancarios entre cada banco. Los estudios presentados por Gai y Kapadia (2009) y Acemoglu *et al.* (2014), definen que la cantidad de préstamos que emite un banco no debe sobrepasarse de los activos que este posee. Si llegara a suceder esto, todos los bancos estarían expuestos a una cascada de defaults. Por otro lado, el contagio depende mucho del tamaño de la red. Mediante los diferentes modelos de estructuración financiera se analizará a mayor profundidad varias implicaciones del riesgo sistemático y sus consecuencias.

## ABSTRACT

The purpose of this work focuses on the study of the "Contagion Effect in Financial Networks". The doctrines of this theory concentrate on determining how a financial network is established and how the assets and liabilities between participants are defined. The studies presented by Gai and Kapadia (2009) and Acemoglu *et al.* (2014) determine that the amount of loans and credits issued by any financial corporation should not exceed the amount of assets that it has. If this were to happen, all banks would be exposed to a waterfall effect. Contrarily, the contagion effect entirely depends on the size of the network. That said, I proceed to analyze in greater depth different models, several implications of systematic risk and their consequences.

## TABLA DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN .....</b>	<b>6</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>7</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>9</b>
<b>REVISIÓN DE LITERATURA .....</b>	<b>13</b>
<b>METODOLOGÍA.....</b>	<b>20</b>
<b>ESTRUCTURA DE RED ARBITRARIA .....</b>	<b>20</b>
<b>ESTRUCTURA ENDÓGENA DE RED FINANCIERA.....</b>	<b>23</b>
<i>Préstamos interbancarios y contratos de deuda.....</i>	<i>25</i>
<i>Inversión y reembolso de deuda.....</i>	<i>25</i>
<i>Equilibrio de pago .....</i>	<i>26</i>
<i>Equilibrio total .....</i>	<i>27</i>
<i>Excedente social y eficiencia restringida .....</i>	<i>28</i>
<b>RESULTADOS .....</b>	<b>30</b>
<b>ESTRUCTURA DE RED ARBITRARIA: GENERACIÓN DE FUNCIONES Y LA TRANSMISIÓN DE</b>	
<b>SHOCKS .....</b>	<b>30</b>
<i>Transición de fase .....</i>	<i>33</i>
<i>Probabilidad y propagación de contagio.....</i>	<i>34</i>
<b>ESTRUCTURA ENDÓGENA DE RED FINANCIERA.....</b>	<b>35</b>
<i>Eficiencia Bilateral .....</i>	<i>35</i>
<i>Externalización de la red financiera: exceso de préstamo .....</i>	<i>38</i>
<i>Externalidad de la red financiera: sub-diversificación .....</i>	<i>41</i>
<i>Crisis Sistemática .....</i>	<i>44</i>
<b>DISCUSIONES.....</b>	<b>47</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>51</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>54</b>
<b>APÉNDICE.....</b>	<b>56</b>

## INTRODUCCIÓN

Durante la reciente crisis financiera propagada alrededor del año 2008 que sufrieron varios países, tales como Estados Unidos, ha dejado varias represalias ante la economía mundial. Una de las principales causas ante este trance fue la inestabilidad financiera de los principales bancos de inversión, compañías de seguros y además empresas hipotecarias. El “Contagio en Redes Financieras”, desarrollado por Gai y Kapadia (2009, 2010) y gracias a la contribución de Acemoglu *et al.* (2014), es uno de los principales estudios para abordar el tema de exposición. La investigación implica estudiar la formación de redes financieras y determinar los shocks idiosincráticos frente a un contagio.

El objetivo principal de la literatura se fundamenta en analizar el enfoque de cómo las pérdidas de una institución financiera se pueden propagar a través de una red de exposiciones, mediante activos y pasivos interbancarios de las entidades tras un *default* inicial. A esto se lo conoce como enlaces interbancarios que conectan la red financiera, los cuales están vinculados por nodos, que son representados por bancos que conectan hacia otras entidades. La red puede estar conectada tanto con un sinnúmero de instituciones, es decir siendo una red extensa o, simplemente puede ser una red pequeña conectada con pocos organismos.

Al hablar de activos interbancarios, Gai y Kapadia (2009, 2010) hacen referencia cuando un banco tiene excedente de efectivo y trata de hacer un préstamo a otra entidad con un plazo determinado, para recibir intereses de sus activos prestados; el vencimiento puede ser máximo de una semana e incluso un día. Por otro lado, los pasivos

interbancarios se definen como las deudas que tienen las otras entidades para lograr pagar el préstamo.

Los sistemas financieros abarcan una red con enlaces tanto de entradas como salidas que emiten préstamos y obligaciones, estos están conectados con una amplia variedad de intermediarios, es decir bancos y fondos de cobertura (tipos de fondo de inversión). La aparición de productos financieros sofisticados, como los swaps de incumplimiento crediticio y las obligaciones de deuda garantizadas, ha aumentado aún más la complejidad de las conexiones de red. En consecuencia, se vuelve difícil evaluar el contagio que se deriva del comportamiento de las instituciones financieras vulnerables o del incumplimiento absoluto hacia otro banco.

Por otro lado, varias investigaciones presentan diferentes modelos para representar de una mejor manera las distintas razones de contagio. Gai & Kapadia (2009, 2010), presentan un modelo sencillo que muestran dos canales claves de contagio en los sistemas financieros, donde el incumplimiento puede extenderse de una institución a otra. Mientras, Acemoglu *et al.* (2014) proporciona un modelo para estudiar la formación de redes financieras e investigar la interacción de los incentivos crediticios de los bancos y la aparición de riesgo sistemático.

El análisis de contagio a través de los vínculos directos entre los sistemas financieros y usando una estructura de red solvente, demuestran que la propagación del contagio depende significativamente del patrón de interconexión entre bancos.

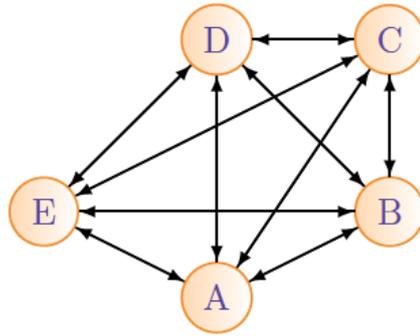
Ahora bien, cuando la red está “completa”, es decir, con todos los bancos teniendo exposiciones entre sí, de tal manera que la cantidad de depósitos interbancarios mantenidos por cualquier banco se distribuye uniformemente sobre todos los demás bancos, el impacto de un shock es fácilmente amortiguado. Por otra parte, cuando la red

está "incompleta" y los bancos sólo tienen exposiciones frente a ciertas contrapartes, el sistema se volverá más frágil, es decir, más propenso a ser contagiado. Sin embargo, el impacto inicial de un shock se concentra en los bancos adyacentes. Una vez que estos perecen, la liquidación prematura de los activos a largo plazo y la pérdida de valor asociado, traen bancos previamente no afectados frente al contagio.

De la misma manera, las ideas basadas en redes simples con estructuras rígidas para el contagio está abierta ante cualquier suposición. Se imponen varias hipótesis que conducen a predicciones rigurosas sobre la estructura de la red implícita, por otro lado éstas no reflejan la complejidad de las redes financieras del mundo real. Sin embargo, incluso antes de la reciente crisis financiera, la identificación de la probabilidad y el impacto de los shocks para el sistema estaban asumiendo un punto central en el debate de políticas. En consecuencia, la complejidad de los sistemas financieros dependen de los encargados de formular las políticas sólo si tienen información parcial sobre los verdaderos vínculos (nodos) entre los intermediarios bancarios.

Posteriormente, la estructura arbitraria de la red y las interacciones entre los intermediarios financieros hacen que la dinámica del sistema no sea lineal. Por consiguiente, el riesgo de contagio puede ser muy sensible a pequeños cambios en los parámetros. Se analiza ésta característica dentro del modelo aislando la probabilidad y propagación del contagio cuando los reclamos y las obligaciones están interrelacionados. Simultáneamente, al hacerlo se ofrece una perspectiva alterna sobre la cuestión de si el sistema financiero actúa como un amortiguador o como un amplificador. En otras palabras, soporta el contagio o lo propaga más extensamente.

El gráfico siguiente explica claramente cómo está establecida una red financiera:



*Ilustración 1: Chinazzi, M. & Fagiolo, G.(2015). Red directa ponderada con 5 nodos (bancos)*

## REVISIÓN DE LITERATURA

Bajo la estructura del concepto contagio en redes financieras ya explicado anteriormente, se puede notar que la literatura acerca del tema ha ido creciendo considerablemente a partir de la reciente crisis financiera. A raíz de esto, existe una extensa gama de autores que han explorado y analizado a profundidad sus contrapartes e implicaciones en la economía a nivel mundial.

El estudio realizado por Gai & Kapadia (2009, 2010) determina que aunque la probabilidad de contagio sea baja, los efectos que éste puede traer cuando se produzca sean muy significativos. Todo esto nos muestra a través de un modelo analítico que estudia la probabilidad de cómo el contagio se ve influenciado por shocks idiosincrásicos y, al mismo tiempo por la liquidez del mercado de activos y cambios en la estructura de redes. Si embargo, menciona que una red extensa puede reducir la probabilidad de contagio y a su vez, puede aumentar su propagación cuando ocurren defaults. Es decir, los shocks agregados y el riesgo de liquidez también incrementan la probabilidad y la extensión del contagio.

La crisis financiera ha impulsado muchas indagaciones sobre la interconexión del sistema financiero moderno y la medida en que contribuye a la fragilidad sistemática. Dentro de la investigación Glasserman & Young (2016), estipulan que las conexiones de red pueden tener un efecto positivo al diversificar la exposición al riesgo de los bancos individuales. Sin embargo pueden tener un efecto negativo al crear canales a través de los cuales los shocks pueden propagarse. De la misma manera, exploran hasta qué punto los bancos están apalancados para evaluar las susceptibilidades del sistema al contagio.

Otros autores tales como, Acemoglu *et al.* (2014, 2015) proponen un modelo en el cuál involucre el estudio de la formación de redes financieras e indague la interacción entre los incentivos crediticios de los bancos y la aparición de riesgo sistemático. Los autores muestran que los bancos no internalizan las implicaciones de sus decisiones crediticias para las instituciones con los que no se contraen directamente, estableciendo así la presencia de una externalidad de la red financiera en el proceso de formación de la red. Se muestra que los bancos pueden sobrellevar un equilibrio sobre los cuales los shocks pueden representarse como crisis sistemática a través del contagio financiero. Los académicos concluyen que los incentivos privados de los bancos pueden conducir a la formación de redes financieras que son excesivamente susceptibles a crisis sistemáticas, con poca probabilidad.

Otro estudio realizado por Chavarría (2014) está enfocado en analizar a los bancos más vulnerables y la presencia de cascadas, es decir, que un banco vaya a la quiebra por la caída de otros bancos y así sucesivamente. En el estudio se identifica las vulnerabilidades y evalúa los costos-beneficios de un regulador, toda esta literatura se encuentra ligada al riesgo sistemático (dentro de un sistema bancario, es decir, riesgo que pueda sufrir un daño importante que detenga o impida en forma significativa su funcionamiento) y redes financieras.

Más allá de lo previsto, Allen & Gale (2000) menciona que los mercados interbancarios completos son más robustos, es decir, con valores que se ven afectados por pequeñas variaciones. Estos permiten repartir de manera óptima el riesgo entre los depositantes y los bancos, en comparación con los mercados con una estructura incompleta. También nos revela que la resiliencia (capacidad de volver a su forma original

luego de ser sometidos por fuerzas externas) del mercado interbancario y shocks de liquidez dependen de la estructura del mercado.

En su publicación sobre el Contagio en Redes Financieras, Demange (2015) propone medir los efectos *spill-over* (derrame) que generan los pasivos interbancarios sobre la propagación del impago. Es decir, cuando el deudor no ha pagado la totalidad de las deudas que tiene con sus acreedores. Estipulan que las reclamaciones interbancarias son una preocupación para los reguladores, puesto que se podría facilitar la dispersión de incumplimientos y generar efectos *spill-over*. Los eruditos aplican un modelo en el cual introduce una medida de los efectos de derrame que genera un banco, la medida es caracterizada por las afectaciones del banco y las vinculaciones a otros bancos en sí. Dicha medida puede ser útil para que un regulador pueda determinar en qué bancos se debe inyectar dinero en efectivo durante un evento por cesación de pagos (bonos, hipotecas), concluye Damange.

Varios de los autores nos dan mucha información valiosa acerca del tema de estudio, gran variedad de creadores estudian más a profundidad el tema de los fallos de cascada en una red. Elliot *et al.* (2014) es otro de los autores que nos señala cómo los cambios discontinuos en los valores de los activos (valores por *default*) provocan nuevos fallos y cómo esto depende de la estructura de la red. La integración (mayor dependencia de las contrapartes) y la diversificación (más contrapartes por organización) tienen efectos diferentes y no monótonos sobre las trascendencia de las cascadas. La diversificación conecta la red inicialmente permitiendo que las cascadas recorran; a medida que aumenta aún más, las organizaciones están mejor aseguradas contra los fracasos de los demás. La integración también se enfrenta a compensaciones, es decir, aumento de la dependencia de otras organizaciones y menos sensibilidad a las inversiones propias. Concluyendo Elloit

que la variación y la integración tienen diferentes efectos sobre los contagios financieros. Y la integración y la diversificación implican cómo afectan el contagio.

Después de indagar en varias literaturas encontramos a Leitner (2005), supone que en un tiempo igual a 0 ( $t = 0$ ) cada banco necesita tener un endeudamiento de al menos una unidad de bien para poder invertir; de lo contrario, sería imposible invertir. Si existe un enlace entre dos agentes estos pueden transferir dotaciones entre sí. El proyecto en sí producirá un flujo de caja sólo si el banco inversor y todos sus vecinos están invirtiendo una unidad de bien en el proyecto. Como consecuencia se tiene que la participación en un mercado interbancario tiene dos efectos: por un lado, un banco afectado por un shock de liquidez negativo puede utilizar sus conexiones para recaudar suficientes recursos para permitirse invertir en el proyecto; por otro lado, un choque negativo que afecta a un solo vecino, impidiéndole invertir en el proyecto, también hará que todos sus vecinos no cumplan con los requisitos.

La secuencia de estudios continúa, autores como Nier *et al.* (2008) y Battiston *et al.* (2009) realizan varias simulaciones en las cuales estudian varios modelos diseñados para evaluar variables relacionadas con la afectación a nivel global del riesgo sistemático en la red, como niveles de capital. Concluyen que el nivel de contagio y el rol de la interconexión depende en gran medida de los detalles del modelo y de la estructura de la red.

En concordancia con los demás autores, Bluhm *et al.* (2012) nos revela que los aumentos en los requisitos de capital y en varias ponderaciones de riesgo se llega a disminuir el riesgo global sistemático, a la vez que la robustez de la red bancaria se acrecienta. Del mismo modo, Cont *et al.* (2012) presenta un sistema con la finalidad de evaluar el riesgo sistemático en una red de instituciones interconectadas como el contagio

potencial. De tal manera concluye que los requerimientos de capital deberán depender del nivel de exposición de una entidad más que del balance bancario y que deberían estar dirigidos específicamente a instituciones con importación sistemática.

Siguiendo el mismo lineamiento, en el año 2000 Frexias *et al.* a través de su estudio citó que las conexiones interbancarias aumentan la resiliencia del sistema ante la insolvencia de un banco en particular. Por consiguiente provocan un efecto negativo de contagio. Esta investigación muestra apego hacia la estipulación de Allen y Gale (2000), ya mencionado anteriormente, en el cual nos muestran que en la intervención del banco central puede traer efectos positivos tales como aumentar la eficiencia de los mercados interbancarios y estabilizar al sistema financiero.

En caso de que pueda existir resistencia de contagio en redes financieras se realiza un estudio de propagación de socorro en un sistema financiero. Amini *et al.* (2013), introduce un criterio para la resistencia de una extensa red a la insolvencia de un pequeño grupo de instituciones financieras. En otras palabras, se trata de medir cómo el contagio amplifica los pequeños shocks a la red. A medida que se varía el coeficiente de capital, el punto en el que la condición de resistencia falla incide en el punto en el que por defecto se produciría una cascada en un banco (contagio).

Durante los últimos años se ha intentado amortiguar la crisis financiera, sin embargo para que existiera este cambio se han realizado varias investigaciones. Dasgupta & Kaligounder (2003) encontró que mientras mucho mayor sea el nivel de capitalización, se volverá más resistente el sistema al efecto de contagio y por tanto el efecto de grado de conectividad. Por otra parte, se dice que un pequeño incremento aumenta el efecto del contagio pero después del paso la conectividad mejora la habilidad del sistema bancario de absorber el shock, al igual que el tamaño de los pasivos incrementa, el riesgo de default y

los sistemas bancarios más concentrados son más propensos a mayores riesgos sistemáticos.

Otro propósito de examinar el contagio en redes financieras lo presenta Caldarelli *et al.* (2013). El estudio concluye que la extensión y profundidad del contagio puede estar fuertemente entrelazado con la topología de la red (mapa físico de una red para intercambiar datos) de relaciones que une a los bancos y las instituciones financieras en el sistema.

Conviene resaltar el estudio de May *et al.* (2008), una de las principales ideas de este autor en torno a las cuales ha surgido algún consenso es la importancia de la estructura de interacción entre bancos e instituciones financieras en la canalización y amplificación de los shocks que afectan a cualquier agente único en el sistema.

Recogiendo varia literatura encontramos a varios investigadores, Klinger & Teply (2014), uno de ellos nos confirma mediante un estudio de simulaciones que la suficiencia de capital en cada banco es crucial para la estabilidad del sistema, sin embargo, afirma que no es suficiente cuando el sistema ya ha entrado en colapso. Por medio de un modelo de riesgo sistemático de los bancos con un modelo de redes, al igual que varios autores ya mencionados anteriormente, nos afirma dicha estipulación.

Bajo la perspectiva de analizar estudios empíricos encontramos a Degryse & Nguyen (2007). Aquellos académicos evalúan los determinantes del riesgo para el sistema bancario belga entre 1993-2002. Intrínsecamente se obtiene que en un cambio completo de estructura hacia una estructura de múltiples centros monetarios, disminuye el riesgo y los efectos de contagio. Se expone que las redes interbancarias se caracterizan por ciertos centros monetarios con varias interconexiones y una mayoría de bancos pequeños con escasas interconexiones.

Como complemento de lo determinado en Martínez-Jaramillo *et al.* (2010), presentan un análisis experimental del sistema bancario mexicano y sus implicaciones para el riesgo sistemático. A partir de ahí se desea saber con claridad el comportamiento y la evolución de los bancos en una red, creando una medida de interconexión. Con el estudio se encuentra que la red de sistemas de pagos está ligada más fuertemente que la red de exposición bancaria.

Si bien hemos visto que la mayoría de la literatura financiera está enfocada en cómo determinar ciertas propiedades de redes bancarias que influyen en respuesta del sistema. Finalmente la referencia más importante para la realización de este trabajo es la de Gai & Kapadia (2009, 2010) y Acemoglu *et al.* (2014) explicada anteriormente para poder explorar el potencial de impacto por los shocks idiosincráticos, concluyendo que el sistema exhibe una tendencia frágil de la robustez y estima la probabilidad de contagio.

## METODOLOGÍA

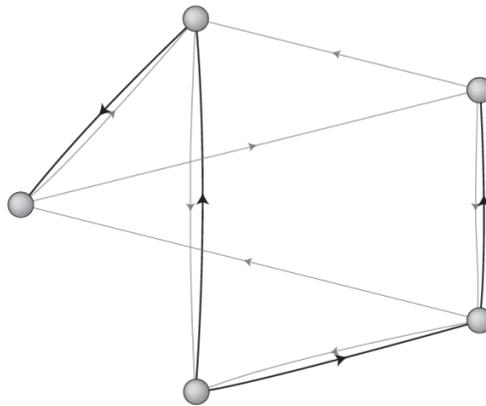
Explicado anteriormente, los sistemas financieros y el contagio de redes son propagados por los shocks microeconómicos o macroeconómicos que se pueden generalizar a través de la economía. Si bien varios autores han colaborado con un sinnúmero de ilustraciones sobre redes, riesgo sistemático o contagios, nosotros nos enfocaremos singularmente en el estudio analítico del contagio en redes financieras. Los autores principales de la investigación, Gai y Kapadia (2009, 2010) desarrollan un modelo analítico con una estructura arbitraria donde se explorará cómo el impacto potencial del contagio está influenciado por shocks idiosincráticos y cambios en la estructura de la red financiera. Mientras que Acemoglu *et al.* (2014) presentan un modelo en el cual está enfocado en estudiar la formación de las redes financieras e indagar el proceso de la aparición de riesgo sistemático.

### **Estructura de red arbitraria**

Gai y Kapadia (2009) se enfocan principalmente en un análisis para definir certeramente la propagación de shocks de un banco aleatorio hacia otro y, así precisar los resultados analíticos que caracterizan un efecto de cascada. Antes que nada, los académicos proponen un modelo el cual explique el suceso del contagio que existe en las redes financieras, para así poder destacar la distinción entre la distribución de riesgo en un red. Teóricamente existe una amplia evidencia de cómo varios investigadores han tratado de indagar sobre el riesgo sistemático. De igual manera Gai y Kapadia (2010) proponen una condición para esclarecer la estructura de una red. Una vez establecida la estructura de red, se dice que los vínculos existentes entre los bancos son directos y significativos, lo

cual refleja que los enlaces interbancarios están comprendidos tanto de activos como pasivos interbancarios.

Los autores inicialmente consideran una red financiera en la cual existen  $n$  intermediarios financieros, es decir, “bancos” que están aleatoriamente unidos entre sí por sus préstamos. De manera puntual, en la *Ilustración 2* se representa una red arbitraria directa en la que hay cinco bancos conectados entre sí. Cada banco representa un nodo y los enlaces interbancarios del banco  $i$  definen los vínculos con otros bancos; en este caso no existe correlación alguna entre nodos. Sin embargo, la distribución de activos y pasivos interbancarios rige el potencial de propagación de un shock a través de la red. Es decir, el tamaño de los enlaces interbancarios es importante para el análisis de contagio. Los enlaces de entrada de un banco reflejan los activos interbancarios de dicho banco, en otras palabras, las sumas adeudadas al banco por una contraparte. Mientras que los enlaces de salida se ven reflejados por los pasivos interbancarios.



*Ilustración 2: Gai, P. & Kapadia, S. (2009). Red directa ponderada con 5 nodos*

Por otra parte, se define que  $A_i^{IB}$  son los activos interbancarios que forman parte de todos los activos de cada banco, mientras que  $A_i^M$  son las hipotecas de los activos externos ilíquidos. Más allá se asume que la posición total de los activos interbancarios de cada banco está distribuida equitativamente en cada uno de los enlaces que tiene el banco.

Dicho esto, los investigadores proponen que si un banco no tiene enlaces entrantes, es decir, no tiene activos interbancarios, estos van a ser iguales que cero,  $A_i^{IB} = 0$ . Al notar este contraste se demuestra que el contagio generalizado es posible incluso cuando se maximiza la distribución del riesgo en el sistema.

Puntualizamos que cada activo interbancario es el pasivo de otro banco, si bien es representado por,  $L_i^{IB}$ , con el objetivo principal de simbolizar los pasivos interbancarios. Estos de igual manera se van a determinar endógenamente. Dicho esto, se dice que una única unidad de pasivos interbancarios viene dado por los depósitos de los clientes  $D_i$ , siendo exógenos. La condición para que un banco  $i$  sea solvente, es decir, que tenga

$$(1 - \phi)A_i^{IB} + qA_i^M - L_i^{IB} - D_i > 0 \quad (3.1)$$

recursos suficientes para pagar deudas, es la siguiente.

Definimos que  $\phi$  es la fracción de bancos con pagos que han incumplido, es decir, deuda. Mientras que  $q$  es el precio de reventa del activo ilíquido, un bien inmobiliario o propiedad que no puede ser convertido a dinero en efectivo fácilmente. El valor de  $q$  debe ser menor a 1, en caso de que existiera venta de activos por parte de los bancos en incumplimiento, e igual a 1 si existieran ventas de bienes con precios bajos debido a que el banco enfrenta una situación de bancarrota, es decir, “*fire sales*”.

Si en cierto momento un banco participante incumple con el pago y condiciones, el banco  $i$  pierde todos sus activos interbancarios con dicha financiera. Por tanto, la condición de solvencia viene dada por la siguiente fórmula:

$$\phi < \frac{K_i - (1 - q)A_i^M}{A_i^{IB}}, \text{ para } A_i^{IB} \neq 0 \quad (3.2)$$

donde el regulador de capital del banco, es decir, la diferencia entre valor contable de sus activos y pasivos está determinada por:

$$K_i = A_i^{IB} + A_i^M - L_i^{IB} - D_i$$

Dicho esto decimos que todos los bancos de la red son solventes y esto se encuentra en  $t = 1$ . El fraude lleva al fracaso de las instituciones financieras. Por tanto, el fracaso bancario puede resultar de un shock agregado que tiene consecuencias adversas hacia una institución. Los enlaces entrantes para un banco  $i$  es representado por  $j_i$ , mientras que  $\frac{1}{j_i}$  viene a ser la pérdida de sus activos interbancarios cuando existe un incumplimiento, siempre y cuando esté dentro de los bancos vinculados. La condición en la cual hay default viene dada por:

$$\frac{K_i - (1 - q)A_i^M}{A_i^{IB}} < \frac{1}{j_i} \quad (3.3)$$

La probabilidad de que un banco sea vulnerable, depende de los enlaces de entrada  $j$  y por tanto se define bajo la siguiente notación:

$$v_j = P \left[ \frac{K_i - (1 - q)A_i^M}{A_i^{IB}} < \frac{1}{j_i} \right] \forall j \geq 1 \quad (3.4)$$

Por ende, la probabilidad de que un banco tenga enlaces de entradas  $j$  y de salidas  $k$  y que sea al mismo tiempo vulnerable es,  $v_j \cdot p_{jk}$ . Finalmente, podemos notar que para determinar las características del riesgo sistemático la estructura de la red viene definida desde las ecuaciones (3.1) hasta (3.4).

### **Estructura endógena de red financiera**

El objetivo principal del estudio de Acemoglu *et al.* (2014), se enfoca en la formación endógena de redes financieras para conducir a la aparición de riesgo

sistemático. Los investigadores demuestran que si los grandes shocks son por alguna razón extraños, los bancos no aceptan el hecho de que los préstamos pueden ayudar a nivelar el shock. Esto es a pesar de que los tipos de interés interbancarios para cada prestatario se ajustan endógenamente para reflejar el grado de riesgo de la contraparte. Teniendo en cuenta que las crisis sistemáticas son costosas a bienestar social.

Los autores de la investigación establecen un modelo aplicable para todas las instituciones financieras. Consideran una economía simple y consistente en  $n$  bancos de riesgo neutral y financieros externos. Con el término riesgo neutral, se refieren cuando un inversionista es indiferente al riesgo, al tomar una decisión de inversión. Es decir, en nuestro caso los bancos son impasibles ante el riesgo. En el modelo, se prevé que la economía tiene una duración de tres periodos  $\{t = 0, 1, 2\}$ . Durante la fecha inicial, cada banco  $i$  toma prestado fondos de otros bancos para invertir en proyectos, lo cual producirá rendimientos en un periodo intermedio o final.

Cada banco está dotado por  $k$  unidades de capital en  $t = 0$ , que puede prestar al resto de entidades en toda la economía. En varios casos, los instituciones pueden acumular su exceso de capital como efectivo y obtener como beneficios tasas de rendimientos. Sin embargo, existen restricciones exógenas sobre la medida en que los bancos pueden tomar prestados unos a otros. Estas limitaciones se deben a la falta de liquidez.

Se asume que  $j$  representa un banco, este puede pedir prestado como máximo  $k_{ij}$  unidades de capital del banco  $i$ . Es decir,  $l_{ij} \leq k_{ij}$ , donde  $l_{ij}$  representa la cantidad que el banco  $i$  presta al banco  $j$ . Para toda entidad  $i$  se asume que,  $\sum_{j \neq i, 0} k_{ji} \geq k$ , garantizando así que todas las instituciones siempre pueden recaudar fondos de otras entidades. Cada banco puede pedir prestado fondos a los financieros externos con un costo de oportunidad  $r > 1$ , entre periodos  $t = 0$  y  $1$ .

### **Préstamos interbancarios y contratos de deuda**

Los investigadores establecen que los préstamos interbancarios se realizan a través de contratos de deuda firmados en  $t = 0$ , estos tienen que ser reembolsados en  $t = 1$ . Todos los bancos en un periodo inicial estipulan cláusulas, donde especifican las tasas de interés que están dispuestos a prestar a otra entidad. Las decisiones de endeudamiento de los bancos determinan la cantidad de préstamos interbancarios, es decir,  $l_{ij} = b_{ij}$ . Estos a su vez, condicionan la tasa de interés como  $\hat{R}_{ij}(l_{j1}, \dots, l_{jn})$ , lo que implica que el valor nominal de la deuda para el banco  $j$  es igual a  $y_{ij} = l_{ij}\hat{R}_{ij}(l_{j1}, \dots, l_{jn})$ .

Las denotaciones expuestas presentan características principales. Primeramente, la presencia de requisitos permite a los prestamistas cobrar tasas de interés diferentes, dependiendo la conducta de riesgo de sus prestatarios. En segundo lugar, a pesar de que la tasa de interés ofrecida por el banco  $i$  a la entidad  $j$  está condicionada al comportamiento crediticio de  $j$ , es por una parte independiente a los contratos  $\mathbf{R}_i$  con sus otras contrapartes. Si los bancos  $i$  y  $j$  llegan a un acuerdo de préstamo, entonces el préstamo sería igual a la capacidad de endeudamiento máximo.

### **Inversión y reembolso de deuda**

Como ya se ha explicado anteriormente varias características de las partes y contrapartes de la red financiera, los investigadores estipulan que al momento de estar completos todos los préstamos interbancarios, el banco  $i$  invertirá en una inversión que obtendrá un reembolso al azar a corto plazo, como  $z_i \in \{a, a - \epsilon\}$  en  $t = 1$ , donde  $\epsilon$ , representa el tamaño de un shock negativo para el reembolso de la inversión,  $a$ . Si este llegara a mantenerse hasta su vencimiento, la inversión tendrá una rentabilidad fija a largo plazo y no confiable de  $A$  en  $t = 2$ . Por otro lado, el banco podrá liquidar su proyecto

después del reembolso a corto plazo en  $t = 1$ . Sin embargo, solo se podrá recuperar una fracción  $\zeta < 1$  del valor total de la inversión a través de la liquidación.

Una vez que el banco comience su inversión, este debe cumplir con sus obligaciones  $v > 0$  en  $t = 1$ . Por tanto, se puede decir que el total de deudas (pasivos) del banco  $i$  en  $t = 1$  es igual a  $y_i + 1$  donde  $y_i = \sum_{j \neq i} y_{ji}$ . Ahora bien, si el banco  $j$  no puede cumplir con sus obligaciones en su totalidad, por defecto se debe liquidar la inversión cuando los ingresos se distribuyan entre sus otros acreedores. Consecuentemente, si el banco  $j$  puede cumplir con sus obligaciones  $v$ , pero incumpliendo su deuda con los otros acreedores, ellos deben pagar en proporción al valor nominal de los contratos. Y, si no pueden cumplir su obligación externa, sus acreedores no reciben nada.

### **Equilibrio de pago**

Para determinar el equilibrio de pago, los académicos consideran un subjuego en el cual el valor nominal de las obligaciones interbancarias vienen dadas por  $\{y_{ij}\}$ , y el banco  $j$  mantiene una cantidad de su exceso de capital como efectivo,  $c_j = k - \sum_{i \neq j} l_{ji}$ . Se considera que,  $x_{js}$  es el reembolso por el banco  $s$  de su deuda al banco  $j$  en  $t = 1$ . Decimos también que  $h_j = c_j + z_j + \sum_{s \neq j} x_{js}$ , representa el flujo de caja total.

Si  $h_j$  es mayor que el total de los pasivos de un banco,  $v + y_j$ , implica que el banco puede cumplir con sus obligaciones en su totalidad. Esto beneficia a los acreedores puesto que reciben un pago igual al valor nominal de sus reclamos. Es decir,  $x_{ij} = y_{ij}$  para todo  $i \neq j$ . Por el otro lado, si  $h_j < v + y_j$ , decimos que el banco  $j$  incumple y sus prestadores pagan menos que su valor nominal. Es decir, el banco no cumple con sus obligaciones y sus acreedores junior no reciben nada. Por tanto,  $x_{ij} = 0$ .

Ahora bien, si  $h_j \in (v, v + y_j)$ , los pagos de la deuda por el banco  $j$  a sus acreedores junior son proporcionales al valor nominal de los contratos. Para resumir, el pago  $t = I$  del banco  $j$  a un banco acreedor  $i$ , se lo simboliza en la siguiente notación:

$$x_{ij} = \frac{y_{ij}}{y_j} \left[ \min \left\{ y_j, c_j + z_j - v + \sum_{s \neq j} x_{js} \right\} \right]^+ \quad (3.2.1)$$

donde  $[\cdot]^+$ , es representado por  $\max\{\cdot, 0\}$ . Cuando el banco no puede cumplir con sus obligaciones, este tiene que liquidar su plan prematuramente. Sin embargo, el equilibrio se puede definir en  $t = I$  del juego como el conjunto interbancario mutuamente consistentes.

**Definición 1:** dentro de la ecuación 3.2.1 si se resuelve para todo  $i$  y  $j$ , los pagos interbancarios  $\{x_{ij}\}$  forman un equilibrio de pago. Dada la tenencia de efectivo  $\{c_j\}$ , el valor nominal de los contratos interbancarios bilaterales  $\{y_{ij}\}$  y los shocks  $\{z_{ij}\}$ .

**Proposición 1:** Acemoglu *et al.* estipula que, para cualquier red financiera dada y cualquier shock, siempre existe un único equilibrio de pago.

### Equilibrio total

El equilibrio de pago abarca los reembolsos interbancarios en  $t = I$ . Si bien, el equilibrio total del juego acoge también las decisiones endógenas de los prestatarios y prestador en  $t = 0$ .

**Definición 2:** de acuerdo a Acemoglu *et al.* (2014) el equilibrio de un subjuego perfecto está dotado por los contratos de los bancos y financieros externos, vienen dados por  $(R_0, R_1, \dots, R_n)$  y  $(\widehat{R}_0, \widehat{R}_1, \dots, \widehat{R}_n)$ , las decisiones del endeudamiento  $\{b_{ij}\}$  y los reembolsos interbancarios  $\{x_{ij}\}$ . Dada la red financiera, las amortizaciones de los préstamos se determinan por el equilibrio de pagos.

Si bien como ya antes mencionado, una red financiera  $\{y_{ij}\}$  forma parte del equilibrio si, tomando las tasas de intereses dadas los bancos no tienen incentivos para cambiar unilateralmente a sus contrapartes. Y por último, no pueden obtener ganancias superiores al cobrar tasas de interés diferentes. Anteriormente denotamos que los financieros externos son neutrales al riesgo y actúan competitivamente, mientras que  $R_0$  da un rendimiento esperado igual a su costo de oportunidad,  $r$ . Dentro de este estudio las tasas de interés de equilibrio se determinan endógenamente.

### **Excedente social y eficiencia restringida**

Los autores principales del estudio definen el excedente social en la economía como, la suma de los rendimientos de todos los agentes en el periodo final. Es decir,

$$\mathbf{u} = \pi_0 + \sum_{i=1}^n (\pi_i + T_1) \quad (3.2.2)$$

donde  $T_1 \leq v$  viene denotado como el reembolso del banco  $i$  a sus acreedores senior,  $\pi_i$  es la rentabilidad del banco y,  $\pi_0$  representa la rentabilidad neta a los financieros externos. Si los financieros externos no prestan a ninguno de los bancos, entonces  $\pi_0 = 0$ .

La ecuación 3.2.2 representa cómo los préstamos interbancarios llegan a un equilibrio entre la eficiencia de la inversión y el grado de riesgo de la contraparte. Como consecuencia se tiene que los préstamos interbancarios aumentan el excedente social, ya que el exceso de capital de cada banco se utiliza para invertir en proyectos de otros bancos, con una rentabilidad neta esperada de  $r > I$  al prestamista. Por otro lado, un aumento en los préstamos interbancarios somete a los prestamistas a un mayor nivel de riesgo de contraparte, dejando como resultado el aumento de la probabilidad de incumplimiento.

Finalmente, el excedente  $u$  no depende de las tasas de interés interbancarias, puesto que los pagos de la deuda son transferencias entre diferentes bancos.

## RESULTADOS

Dentro de esta sección presentaremos los resultados matemáticos ofrecidos por Gai y Kapadia (2009, 2010) y Acemoglu *et al.* (2014) en sus investigaciones como tal.

### Estructura de red arbitraria: Generación de funciones y la transmisión de shocks

Gai y Kapadia (2009, 2010) ofrecen un modelo en el cual se estudia la propagación de shocks que ocurren con los bancos entre sí. Dentro de una red financiera notamos que si el número de nodos es suficientemente grande, existe muy poca probabilidad que los intermediarios estén expuestos a más instituciones con incumplimientos después de haber sufrido un contagio. Estableciendo que una entidad segura nunca fallará en un segundo contagio. Dado esto, para que el default se extienda más, los bancos adyacentes deben contar con enlaces de salida hacia otros organismos vulnerables.

Por tanto, la probabilidad de la función de generación es simplemente la siguiente:

$$\mathcal{G}(x, y) = \sum_{j,k} v_j \cdot p_{jk} \cdot x^j \cdot y^k \quad (4.1)$$

donde  $p_{jk}$  es el grado de distribución y  $v_j$  es la distribución de vulnerabilidad.

Se debe agregar que cada enlace de salida para un nodo es un enlace de entrada para otro, y para cada activo interbancario de un banco es un pasivo interbancario de otro. El promedio de enlaces de entrada de una red debe ser igual al promedio de enlaces de salida. Es decir:

$$\frac{1}{n} \sum_i j_i = \sum_{j,k} j p_{jk} \rightarrow \frac{1}{n} \sum_i k_i = \sum_{j,k} k p_{jk}$$

donde el grado promedio viene denotado por:

$$z = \sum_{j,k} j p_{jk} = \sum_{j,k} k p_{jk} \quad (4.2)$$

Así mismo,  $\mathcal{G}(x, y)$  define la función de generación, mientras que  $G_0(y)$  representa el número de enlaces de salidas de un banco vulnerable. Lo cual es denotado implícitamente por la ecuación:

$$G_0(y) = \mathcal{G}(1, y) = \sum_{j,k} v_j \cdot p_{jk} \cdot y^k \quad (4.3)$$

por tanto,

$$\mathcal{G}(1, 1) = G_0(1) = \sum_{j,k} v_j \cdot p_{jk} \quad (4.4)$$

Entonces, decimos que  $G_0(1)$  representa la fracción de bancos vulnerables.

Bajo este preámbulo, tomamos en cuenta los grados de distribución de bancos vulnerables al azar, representados por  $v_j \cdot r_{jk}$ .

Más allá notamos que la función de generación,  $G_1(y)$ , por el número de enlaces de salida de un banco aleatorio vulnerable, viene dado por la siguiente notación:

$$G_1(y) = \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot y^k = \frac{\sum_{j,k} v_j \cdot j \cdot p_{jk} \cdot y^k}{\sum_j j \cdot p_{jk}} \quad (4.5)$$

Expresamos que,  $H_1(y)$ , es la función de generación para la probabilidad de llegar a un grupo de bancos vulnerables que captan enlaces de salida. Este satisface la siguiente condición de autoconsistencia dentro de la red, el cual es simbolizado por:

$$H_1(y) = Pr[\text{reach safe bank}] + y \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot [H_1(y)]^k \quad (4.6)$$

donde  $y$  es una variable discreta aleatoria que toma valores de  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , mientras  $Pr = 1$ .

Usando la ecuación (4.5) y la notación  $G_1(1)$ , representamos la probabilidad de que un banco adyacente aleatorio sea vulnerable. Teniendo la ecuación (4.6), asumimos la notación consiguiente:

$$G_1(y) = \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot y^k = \frac{\sum_{j,k} v_j \cdot j \cdot p_{jk} \cdot y^k}{\sum_j j \cdot p_{jk}}$$

$$G_1(1) = \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot y^k - \sum_{j,k} v_j \cdot y^k$$

$$G_1(1) = \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot y^k - \sum_{j,k} v_j \cdot y^k$$

$$G_1(1) = yG_1(1) \cdot [H_1(y)]^k$$

$$H_1(y) = Pr[\text{reach safe bank}] + y \sum_{j,k} v_j \cdot r_{jk} \cdot [H_1(y)]^k - G_1(1)$$

$$H_1(y) = 1 - G_1(1) + yG_1(H_1(y)) \quad (4.7)$$

Dicho lo anterior, ahora se establece la distribución de los tamaños de grupos sensibles que captan enlaces de salida. Pueden existir dos posibles soluciones; primeramente, un banco elegido al azar puede ser seguro. Puede tener enlaces de salida y entrada, y ser vulnerables con probabilidad de  $v_j \cdot p_{jk}$ , sin embargo cuando cada enlace de salida conduce a un grupo frágil al que pertenece un banco al azar, es generado por la siguiente fórmula:

$$\begin{aligned}
H_0(y) &= Pr [\text{bank safe}] + y \sum_{j,k} v_j \cdot p_{jk} \cdot [H_1(y)]^k \\
&= \mathbf{1} - \mathbf{G}_0(\mathbf{1}) + y\mathbf{G}_0(\mathbf{H}_1(y))
\end{aligned} \tag{4.8}$$

### Transición de fase

De la ecuación (4.7) y (4.8) se obtiene la distribución completa de los tamaños de la red financiera. El tamaño promedio de agrupaciones de bancos vulnerables,  $S$ , viene dada por la siguiente connotación:

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}'_1(\mathbf{1}) \tag{4.9}$$

donde la función de generación es  $H_1(y)$ , es  $H_1(1) = 1$ . De la siguiente manera se deduce implícitamente a:

$$\begin{aligned}
H'_0(1) &= G_0[H_1(1)] + G'_0[H_1(1)]H'_1(1) \\
&= \mathbf{G}_0(\mathbf{1}) + \mathbf{G}'_0(\mathbf{1})\mathbf{H}'_1(\mathbf{1})
\end{aligned} \tag{4.10}$$

y gracias a la ecuación (4.7) tenemos:

$$\mathbf{H}'_1(\mathbf{1}) = \frac{\mathbf{G}_1(\mathbf{1})}{\mathbf{1} - \mathbf{G}'_1(\mathbf{1})} \tag{4.11}$$

luego sustituimos la ecuación (4.11) en la (4.10), sabiendo que  $S = H'_1(1)$ :

$$\begin{aligned}
&= G_0(1) + G'_0(1) \frac{G_1(1)}{1 - G'_1(1)} \\
\mathbf{S} &= \mathbf{G}_0(\mathbf{1}) + \frac{\mathbf{G}'_0(\mathbf{1})\mathbf{G}_1(\mathbf{1})}{\mathbf{1} - \mathbf{G}'_1(\mathbf{1})}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Los puntos que marcan las transiciones de fase están determinados por:

$$G'_1(1) = 1 \quad (4.13)$$

o equivalente a:

$$\sum_{j,k} j \cdot k \cdot v_j \cdot p_{jk} = z \quad (4.14)$$

El término  $G'_1(1)$  representan los enlaces promedio de salida del primer banco adyacente vulnerable. Si este valor es menor a 1, todos los grupos pequeños y el contagio desaparecerá rápidamente puesto que, el número de entes vulnerables disminuye. Sin embargo, si es mayor a 1, dentro de un grupo grande el contagio de todo el sistema es posible, puesto que un default inicial aleatorio en una institución puede propagar el fallo a través de toda la red financiera.

De tal manera, si el grado promedio  $z$  aumenta, los enlaces de salida ( $k$ ) y entradas ( $j$ ) acrecientan, es decir, va haber más  $p_{jk}$  (grados de distribución). Esto deja como consecuencia que aumente  $\sum_{j,k} j \cdot k$ , pero se reduce por  $v_j$  (distribución de vulnerabilidad). Las ecuaciones (4.13) y (4.14) tendrán dos posibles soluciones o ninguna. En primer lugar, para los valores que están fuera y bajo la transición de fase, el término  $\sum_{j,k} j \cdot k \cdot p_{jk}$ , es muy pequeño y como efecto trae una red insuficientemente conectada para un contagio a propagación. En el segundo caso, para los valores que estén fuera y encima de la transición de fase, el término  $v_j$  es menor y el contagio no puede propagarse porque hay muchos bancos seguros.

### **Probabilidad y propagación de contagio**

Llegados a este punto, desde la estabilidad del sistema nos enfocamos en un amplio grupo de instituciones vulnerables. La probabilidad de contagio está relacionada con el tamaño de grupos sensibles dentro de la red. En la transición de fases, la posibilidad

de que exista un riesgo debe ser cercana a cero, mientras que el tamaño del conjunto vulnerable es restringido por una alta fracción de bancos seguros.

Los efectos de dispersión del riesgo derivado de un sistema más enlazado, aumentará el tamaño del grupo frágil y la probabilidad de contagio. A través del tiempo se logra dominar los efectos del riesgo compartido, que sirven para reducir el número de instituciones vulnerables y disminuye la probabilidad de inseguridad. Una vez que el contagio se propague a través de todo el nodo inconsistente, la suposición de que los bancos son adyacentes a no más de un banco fallido, se rompe. Entonces, un entidad segura puede ser susceptible al default y la contaminación se puede propagar más allá del vínculo vulnerable para afectar a toda la red conectada.

### **Estructura endógena de red financiera**

Acemoglu *et al.* (2014) presentan un modelo en el cual muestran la aparición de riesgo sistemático. Los investigadores afirman que las redes financieras de equilibrio pueden ser excesivamente propensas al riesgo de contagio financiero.

### **Eficiencia Bilateral**

Se considera una economía por tres bancos  $\{1, 2, 3\}$ , cada uno dotado por  $k$  unidades de capital. Para que puedan invertir cada uno en sus proyectos respectivos, los bancos 1 y 2 necesitan pedir prestado  $k$  unidades de capital de las entidades 2 y 3. Es decir,  $k_{21} = k_{32} = k$ , por tanto  $k_{ij} = 0$ . Decimos que el banco 3 no toma prestado y solamente actúa como prestamista para la entidad 2. Por otro lado, si ningún banco pide ayuda a los financieros externos para obtener fondos, se constituirá una cadena de 3 redes financieras, como:



Ilustración 3: Acemoglu et al. (2014). Cadena de 3 redes financieras.

Se asume que el banco 1 es la única entidad sujeta a un shock negativo, y si dentro de la cadena de tres redes financiera éste emite un shock negativo, conllevará el fracaso de todos los bancos. Sin embargo, los bancos 2 y 3 no están propensos a shocks. Se considera que  $z_1 \in \{a - \epsilon, a\}$ , donde el shock negativo se realiza con probabilidad  $p$  y satisface  $2(a - v) < \epsilon < 2(a - v) + k$ .

Ahora bien, los beneficios del banco 3 dependen si la entidad 2 decide prestar al banco 1. Un acuerdo de préstamo bilateral entre los bancos 1 y 2 hace aumentar la probabilidad de incumplimiento del banco 2 y, al mismo tiempo expone a la entidad 3 al riesgo de contagio.

**Proposición 2:** los investigadores establecen que la cadena de tres redes financieras forma parte de un equilibrio sólo si es eficiente. De igual modo, decimos que es eficiente sí solo si cumple la siguiente condición:

$$(r - 1)k \geq pA \quad (5.1)$$

Puesto que solo hay dos posibles contratos bilaterales interbancarios, sólo pueden surgir cuatro posible redes financieras. Si los bancos 2 y 3 prestan a 1 y 2, el excedente social satisface a siguiente notación:

$$u_{3-cadena} = 2a - p\epsilon + k + 2(1 - p)A$$

donde  $2(1 - p)A$  representa el hecho de que el banco 1 lleva al default de las entidades 1 y 2. Entonces tenemos,

$$u_{23} = 2a - p\epsilon + 2k - rk + (2 - p)A$$

$$u_{12} = 2a - p\epsilon + 2k - rk + 2(1 - p)A$$

$$u_{vacío} = 2a - p\epsilon + 3k - 2rk + (2 - p)A$$

mientras tanto  $u_{ij}$ , simboliza el excedente social en la red financiera la cual sólo la entidad  $j$  presta al banco  $i$ . Así mismo,  $u_{vacío}$  es el excedente sin endeudamiento interbancario.

Además, la cadena de tres redes financieras junto a los contratos  $(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3)$  corresponden a un equilibrio. Si bien, dado que los financieros externos son competitivos y tienen que cumplir los gastos, el contrato por el representante financiero externo,  $\mathbf{R}_0 = (R_{01}, (R_{02}, R'_{02}))$ , satisface la siguiente dotación:

$$rk = (1 - p)R_{01}k + p(a - v - \epsilon + k) \quad (5.2)$$

$$rk = (1 - p)R_{02}k + p(2(a - v) - \epsilon + k) \quad (5.3)$$

$$rk = R'_{02}k$$

donde  $R_{02}$  y  $R'_{02}$  expresan los tipos de interés a los que se contrapone el banco 2, dependiendo si presta o no a la entidad 1. Es importante comprobar que el tipo de interés ofrecido por el banco 2 al 1 deba ser igual al brindado por los financieros externos. En otra palabras,  $\mathbf{R}_2 = R_{01}$ . Por otro lado, mientras el banco 2 preste al banco 1, la financiera 3 no cobrará una tasa de interés diferente de la que ofrecen el financiero externo. Es decir,  $\mathbf{R}_3 = (R_{02}, R'_{32})$ , donde  $R'_{32}$  señala la tasa de interés a la que el banco 2 puede tomar prestado del banco 3 si decide no prestar a la entidad 1. Los beneficios de los bancos vienen dados por:

$$\pi_1 = a - v - (r - 1)k - p\epsilon + (1 - p)A$$

$$\pi_2 = a - v + (1 - p)A$$

$$\pi_3 = rk$$

Por consiguiente, para que la cadena de tres redes financieras cumpla un equilibrio, el banco 3 no debería obtener una ganancia y desviarse hacia un nuevo contrato,  $\tilde{\mathbf{R}}_3 = (\tilde{R}_{32}, R'_{32})$ . Los beneficios de los bancos cuando la entidad 2 acumule efectivo satisficará la siguiente connotación:

$$\tilde{\pi}_2 = a - v + k - \tilde{R}'_{32}k + A$$

$$\tilde{\pi}_3 = \tilde{R}'_{32}k$$

Finalmente, podemos decir que ningún banco tiene incentivos para desviarse hacia un nuevo contrato, puesto que  $k + pA > \tilde{R}'_{32}k > rk$ . Si la ecuación 5.1 no cumple la condición, la cadena no podrá formar parte del equilibrio, y si esta se mantiene, la desviación puede no ser rentable para la financiera 3, o no promovería al banco 2 a acumular efectivo.

### **Externalización de la red financiera: exceso de préstamo**

Dentro de esta sección se explicará cómo las redes financieras de equilibrio pueden tener un exceso de préstamo, definiendo que los bancos se presten mutuamente aunque solo se hubiese preferido que acumularan efectivo para limitar el riesgo sistemático.

Los investigadores consideran una economía en la que el banco  $i \in \{1, \dots, n - 1\}$  no puede tomar prestado de cualquier banco que no sea el banco  $i + 1$ , mientras que la entidad  $n$  sólo puede pedir prestado a la financiera 1. En otras palabras,  $k_{1,n} = k_{i,i-1} = k$ , caso contrario  $k_{ij} = 0$ . Por tanto, si todas las inversiones son financiados por préstamos interbancarios, la red financiera se formaría como anillo, representado de la siguiente manera.

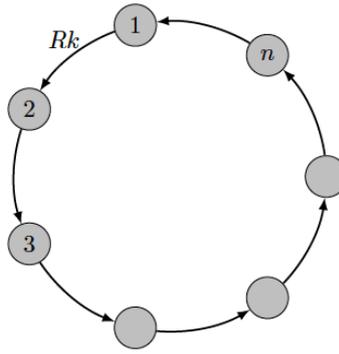


Ilustración 4. Acemoglu et al. (2014). Red financiera de anillo

**Proposición 3:** suponemos que un banco es afectado por un shock  $\epsilon < n(a - v)$ . Sin embargo implican constantes que  $\underline{\alpha} < \bar{\alpha}$ , las cuales son condiciones de la siguiente manera:

a) La red financiera de anillo es parte de un equilibrio si  $\underline{\alpha}A < (r - 1)k$

La red financiera de anillo forma parte de un equilibrio si las tasas de interés que los bancos pueden cobrar cuando prestan entre si son altas para justificar el aumento del coste esperado de un default, que es proporcional a  $A$ .

A continuación definimos,  $\tau = \left\lceil \frac{\epsilon}{a-v} \right\rceil - 1$  como el contagio de la red financiera de anillo, denotado  $\underline{\alpha} = 2(\tau - 1)/(n - 1)$ . Ahora bien, tanto  $\underline{\alpha}A < 2(\tau - 1)k$ , un conjunto de contratos de la forma  $\mathbf{R}_i = (R, R')$  para todo  $i \in \{1, \dots, n - 1\}$ , junto con la red financiera de anillo constituyen un equilibrio simétrico; donde  $R$  y  $R'$ , son los tipos de interés a los que el prestamista está dispuesto a prestar al prestatario. La ecuación que satisface la indiferencia de los financieros externos, es la siguiente:

$$rk = \left(\frac{n - \tau}{n}\right) Rk + \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{\tau} [s(a - v)] - \epsilon + Rk \quad (5.4)$$

$$rk = \left(\frac{n-1}{n}\right) R'k + \frac{1}{n} (a - v - \epsilon + k) \quad (5.5)$$

Hay que mencionar además los tipos de interés ( $R$ ,  $R'$ ). El banco  $i$  tiene un incentivo para negar un préstamo a la entidad  $i - 1$  y acumular efectivo. Ahora, a una tasa  $R'$ , los beneficios se consideran de la siguiente manera,

$$\tilde{\pi} = a - v + \left(\frac{n-1}{n}\right) A - \frac{\epsilon}{n} - (r-1)k$$

mientras si el banco  $i$  no acumula efectivo, el beneficio será de la siguiente manera,

$$\pi_{anillo} = \left(\frac{n-\tau}{n}\right) A + a - v - \frac{\epsilon}{n} \quad (5.6)$$

Por tanto, podemos notar que la red financiera de anillo, dado el conjunto de contratos, se mantiene en equilibrio. Si embargo, la única desviación rentable para un banco  $i$ , debe existir una tasa de interés  $\widetilde{R}'$  tal que,  $\tilde{\pi}_i > \pi_{anillo}$  y  $\tilde{\pi}_{i+1} > \pi_{anillo}$ , donde satisfaga lo siguiente:

$$\tilde{\pi}_i = \left(\frac{n-1}{n}\right) (a - v + k - R'k + A$$

$$\tilde{\pi}_{i+1} = \left(\frac{n-1}{n}\right) (a - v + R'k - Rk + A$$

así mismo, la tasa de interés existe sólo si,

$$k - \left(\frac{1}{n-1}\right) (a - v - \epsilon) + \left(\frac{\tau-1}{n-1}\right) A > Rk + \left(\frac{1}{n-2}\right) (2(a - v) - \epsilon) - \left(\frac{\tau-2}{n-2}\right) A$$

simplificando nos queda, (tomando en cuenta que  $\tau = \left\lfloor \frac{\epsilon}{a-v} \right\rfloor - 1$ ):

$$\left(\frac{\tau-1}{n-1} + \frac{\tau-2}{n-2}\right) A + \left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2}\right) \epsilon > (r-1)k + \left(\frac{\tau-1}{2n} + \frac{1}{\tau(n-1)} + \frac{2}{\tau(n-2)}\right) \epsilon$$

finalmente concluimos que la desviación no sería rentable para  $i$ .

*b) La red financiera de anillo es ineficiente si  $(r - 1)k < \bar{a}A$*

Dentro de esta sección se mostrará que la red financiera de anillo será socialmente ineficiente, siempre y cuando los costos asociados con el mayor riesgo de contagio financiero sean altos. Si bien la red financiera de anillo es simétrica, hay  $\tau$  incumplimientos en un solo shock negativo. Ahora,  $u_{anillo} = na - \epsilon + (n - \tau)A$ , es el excedente social. Si el planificador social obliga a un banco  $i$  a acumular efectivo, en lugar de prestar al banco  $i - 1$ , el excedente vendría denotado por:

$$u_{acum.} = na - \epsilon + (n - \mathbb{E}[\tau_{acum.}])A - (r - 1)k$$

donde  $\mathbb{E}[\tau_{acum.}]$ , es el número esperado de valores por defecto. De la misma manera, el banco  $i$  ya no está en riesgo de incumplimiento debido al contagio. El grado de contagio sería menor que  $\tau$ . Si dentro de una cadena más larga existe un shock negativo, habría una cascada de defaults más extensa.

Para concluir, los eruditos muestran que la presencia de externalidades en la red financiera implica que la estabilidad financiera es un bien público que es sobreprestamista en equilibrio.

### **Externalidad de la red financiera: sub-diversificación**

Los investigadores presenta una posible sub-diversificación de la red, es decir, se centran en una economía en la cual cada banco puede prestar a dos prestatarios diferentes. Si bien consideran una economía  $n$ -bancaria, donde  $n$  representa un número par. Donde cada banco  $2i$  y  $2i - 1$  pueden prestar a los bancos  $2i - 2$  y  $2i - 3$ . En otras palabras,  $k_{2i,2i-2} = k_{2i,2i-3} = k_{2i-1,2i-2} = k_{2i-1,2i-3} = k$ , caso contrario  $k_{ij} = 0$ . Los académicos

representan a una red financiera de anillos interconectados cuando, todos los bancos deciden en prestar por igual a sus prestatarios, interpretada de la siguiente manera:

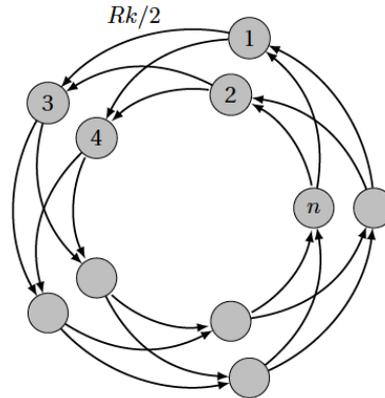


Ilustración 5. Acemoglu et al. (2014). Red financiera de anillos interconectados

Cada banco también puede tomar una estrategia de préstamo menos diversificada, esto conduce a la formación de una red financiera de doble anillo, representada de la forma siguiente:

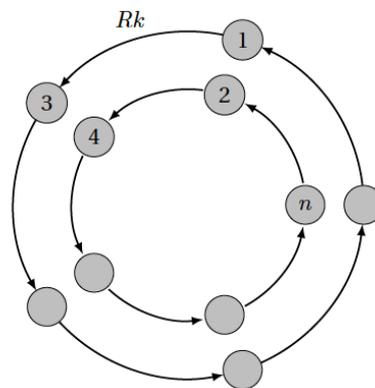


Ilustración 6. Acemoglu et al. (2014). Red financiera de doble anillo

**Proposición 4:** se supone que un banco es afectado por un shock al azar, entonces  $\epsilon < \frac{n(a-v)}{2}$ , donde existe  $\alpha > 0$ .

a) Red financiera de doble anillo es parte de un equilibrio si  $\alpha A < (r - 1)k$ .

Los contratos  $\mathbf{R}_i = (R, R')$ , forman parte el equilibrio de la red, donde  $R$  y  $R'$  representan a las tasas que están dispuestos a pagar el banco  $i$  a un prestatario. Se percibe

que ningún banco tiene la opción de cobrar tasas diferentes a las estipuladas, cuando el prestatario presta o acumula efectivo.

Se demuestra que la red se encuentra en equilibrio cuando el banco prestamista  $i + 2$  tiene un incentivo mayor para cobrar una tasa de interés que llevaría al banco prestatario  $i$  a dividir sus préstamos en dos contrapartes. Representándolo con la ecuación 5.6 anteriormente representada.

*b) Red financiera de doble anillo socialmente ineficiente.*

Se establece la ineficiencia de la red financiera de doble anillo mostrando que el excedente es mayor a la red de anillos interconectados. Donde,  $\tau = \left\lceil \frac{\epsilon}{a-v} \right\rceil - 1$ , representan el número de incumplimientos en la red financiera de doble anillo. De otra manera, el excedente viene a ser la siguiente notación:

$$u_{2-anillo} = na - \epsilon + (n - \tau)A$$

ahora el excedente viene dado de la manera siguiente:

$$u_{interconectado} = na - \epsilon + (n - \hat{\tau})A$$

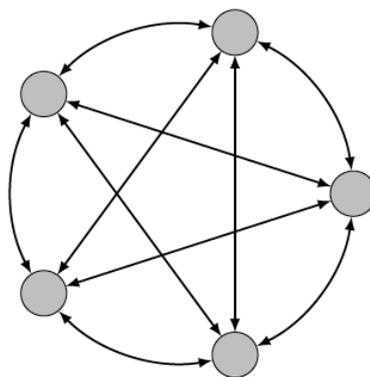
donde  $\hat{\tau}$  representa los defaults. Si los bancos  $2q - 1$  y  $2q$  incumplen con el pago, el total de reembolsos de sus obligaciones son iguales a:

$$x_{2q-1} = x_{2q} = Rk \left( q + \frac{1}{2} \right) (a - v) - \frac{\epsilon}{2}$$

Concluimos que el contagio financiero se reduce cuando los bancos distribuyen sus préstamos entre más contrapartes. Si se reduce el efecto cascada de defaults, una estrategia beneficiará a los bancos que estén más arriba de la cadena de crédito.

## Crisis Sistemática

Dentro de la siguiente sección podemos aclarar que las externalidades de la red financiera puede conllevar a la aparición de redes que son susceptibles a crisis sistemáticas. La crisis es importante a nivel de bienestar social, para lograr entender cómo estas crisis surgen endógenamente, los eruditos estipulan que es importante enfocarse en los préstamos interbancarios. Donde cada banco  $i$  puede pedir prestado a cualquier otra entidad  $j$  un aporte mínimo de  $k_{ji} = k/(n - 1)$ . Mientras, si ningún banco decide acumular efectivo, aparecerá una red financiera completa, representada como:



*Ilustración 7. Acemoglu et al. (2014). Red financiera completa*

**Proposición 5:** se considera una red financiera completa,  $\epsilon^* = n(a - v)$ , y que un solo banco es afectado por un shock negativo.

a) Si  $\epsilon < \epsilon^*$ , la red completa tiene un mínimo de defaults donde sólo un banco falla

La condición determina que si el tamaño del shock es pequeño, la red completa es la red más estable en la que ningún banco tiene defaults. Puesto que, dentro de la red completa los defaults de bancos en dificultades se van a dividir entre muchos acreedores más, garantizando que el exceso de liquidez en el sistema financiero puede absorber los defaults.

b) Si  $\epsilon > \epsilon^*$ , la red completa tiene un máximo de defaults donde todos los bancos fallan

La posición muestra que frente a todos los shocks, la red completa es la más frágil de todas las redes financieras, donde las cascadas conducen al fracaso de todos los bancos.

**Proposición 6:** se deduce que  $\epsilon_l < \epsilon^* < \epsilon_h$ . Existen constantes  $\bar{p} > 0$  y  $\xi > 0$ .

a) Si  $p = 0$ , la red financiera completa es eficiente

Dado que el shock es de tamaño  $\epsilon_l$ , el excedente social de la economía es,

$$u = na - \epsilon_l + (n - \mathbb{E}[\tau])A - (c_1 + \dots + c_n)(r - 1)$$

donde  $c_1$  es la cantidad de efectivo acumulado por el banco  $i$  y,  $\mathbb{E}[\tau]$  número esperado de incumplimientos en la red financiera. La condición estipulada nos ayuda a evidenciar que existe un fallo en la red completa, independientemente del shock y por tanto,  $\mathbb{E}[\tau] = 1$ . Esto demuestra que el número de fallas esperadas en todas las redes es al menos 1.

b) Si  $p > 0$   $A > \xi$  la red financiera completa es ineficiente

Para comprobar la siguiente condición, se debe construir una red simétrica, para la cual el excedente social sea mayor que el de la red completa. Tenemos lo siguiente:

$$u_{completa} = na(1 - p)(n - 1)A - [(1 - p)\epsilon_l + p\epsilon_h]$$

Ahora se considera un red vacía, en la cual los bancos no prestan a otras entidades y prefieren acumular todo su dinero,

$$u_{vacía} = na(n - 1)A - [(1 - p)\epsilon_l + p\epsilon_h] - nk(r - 1)$$

entonces decimos que si un banco sólo si es afectado por un shock se tiene que la red completa es ineficiente para cualquier  $p$  o  $n$ , resumiendo a:

$$p(n - 1)A \geq n(r - 1)k$$

c) Si  $p < \bar{p}$ , la red financiera es parte de un equilibrio

Para concluir, Se ha demostrado que cuando  $p = 0$ , la red financiera completa es parte de un equilibrio.

## DISCUSIONES

Si bien se ha presentado varia teoría aplicable al modelo, seguido de la enseñanza de diferentes estudios empíricos, ahora dentro de esta sección nos enfocaremos en discutir un poco el tema. Enfocarnos en la estructura de la red financiera es el primer seguimiento. Nuestros investigadores principales Gai y Kapadia (2009) y Acemoglu *et al.* (2014), junto con sus estudios establecen varias estructuras de redes donde representan sus indicadas propiedades para determinar el contagio existente.

Podemos darnos cuenta que para comprobar un contagio en redes financieras, el primer método para poder establecerlo es realizar estudios empíricos, y gracias a simulaciones se podrán verificar los shock negativos que existen en los bancos y cómo se puede propagar la crisis. Como ya se ha demostrado anteriormente, el primer modelo establecido por Gai y Kapadia (2009) presentan una estructura arbitraria, donde el nivel de activos y pasivos interbancarios son importantes para determinar el contagio. Si bien el número de enlaces determina cuan propensos son a esparcir un contagio, de la misma manera se comprueba que el fraude lleva al fracaso de las instituciones. Para que no llegara a existir riesgo sistemático, las entidades financieras deben ser vulnerables, esto depende tanto de los enlaces de entrada (activos) y enlaces de salida (pasivos).

Otro punto de discusión es el tamaño de la red, si la red es suficientemente grande, existe muy poca probabilidad que los intermediarios estén expuestos a más instituciones con incumplimientos después de haber sufrido un segundo contagio. Se toma en cuenta a un banco solvente. Si un banco aleatorio conectado a la red es vulnerable, y si el valor de los enlaces promedio de pasivos son menores a 1, todos los grupos pequeños y el contagio desaparecerá, debido a que el número de instituciones vulnerables disminuye. Caso

contrario, en una red grande con enlaces promedio de pasivos mayores a 1, el contagio se puede propagar a través de toda la red financiera, debido al incumplimiento de pago.

La finalidad del estudio es tomar en cuenta que la cantidad de préstamos que emite un banco no debe sobrepasarse de los activos que este tiene, puesto que el banco debe tener la capacidad de cumplir con sus pagos .

Del mismo modo tenemos a Acemoglu *et al.* (2014), donde presenta las distintas formaciones de red y cómo se va generando el contagio. La finalidad del estudio es similar a la anterior exposición. Lo más determinante de los investigadores es que al existir una red financiera pequeña, dado que el primer banco sufre de un shock negativo, este conllevará al fracaso de todas las entidades. Sin embargo, si una segunda institución posee un préstamo, esta hace que la siguiente contraparte aumente su probabilidad de riesgo de contagio.

Un banco no puede tomar prestado de cualquier entidad, este debe pedir a la institución  $i + 1$ . Dado que entre las entidades se prestan cierta cantidad de dinero, no debe existir exceso de préstamo, puesto que si todo funcionaría de esta manera los bancos estarían expuestos a una cascada de defaults extensa. De la misma manera, si los bancos toman préstamos de manera más diversificada, el contagio se va a disminuir. Debido que los préstamos están en más contrapartes. Si se redujera el efecto cascada de defaults, una estrategia beneficiará a los bancos que estén más arriba de la cadena financiera.

Por otro lado, se puede decir que las externalidades de la red financiera puede conllevar a la aparición de redes que son susceptibles a crisis sistemáticas. Dada una red completa, que todos los bancos estén conectados entre sí, si el tamaño de shock es pequeño, la red vendría a ser la más estable en la que ningún banco tenga defaults.

Ahora adentrándonos a los estudios empíricamente, tenemos el aporte de varios investigadores. Gracias a la contribución de Nier *et al.* (2008) y Battiston *et al.* (2009), para la verificación de riesgo sistemático en la redes financieras realizan varios modelos de simulación, con la finalidad de encontrar qué variables son las que afectan el nivel global del contagio. Dentro del estudio presentado por Cheverría (2014), elaboran un modelo donde estudia la evolución del sistema bancario en el tiempo, a medida que la cartera de préstamos de estos bancos se deterioran por defaults. La finalidad del estudio es determinar qué variable es la que afecta a la cadena de bancos y, si por un tiempo alguna institución cae en quiebra, al mismo tiempo verificar si este efecto genera una cascada de defaults. A través de un método numérico y gracias al sistema de iteración de Monte Carlo y MATLAB se puede elaborar la simulación. Los datos más importantes que se requieren para el estudio son: depósitos a terceros, inversiones, créditos a otros bancos, deuda con el BC y patrimonio; de los cuales son obtenidos del banco central.

De la misma manera se tiene a los estudios de Martínez-Jaramillo (2010), los académicos realizan un modelo para estimar la distribución de pérdidas para el sistema bancario. Como ya antes mencionado, los autores realizan simulaciones de Monte Carlo para poder evaluar si existe la posibilidad de separar la distribución de pérdidas en dos componentes, pérdidas incurridas por un shock inicial y pérdidas del resultado del contagio. Si embargo, se puede evaluar también la evolución del riesgo en el sistema bancario.

Gracias a los datos que se obtienen y cada interpretación se pueden comprobar cuál es el indicador de vulnerabilidad de cada banco o su importancia sistemática. De igual manera, determinar la concentración de exposiciones interbancarias o de relaciones de deuda de diferentes contrapartes.

Si bien, se ha presentado una base de referencias de estudios empíricos y analíticos. Ahora se podrá demostrar como fluye el riesgo sistemático de redes financieras. A través de los estudios teóricos y gracias a la contribución de los modelos de simulación presentados, queda una idea más clara de cómo elaborar un modelo para verificar qué variable es la que afecta para que existiera el contagio entre redes financieras.

Para concluir, citamos un breve ejemplo que comparará todo el estudio con la reciente crisis financiera, donde varias instituciones financieras cayeron. Una gran representación es American International Group (AIG), líder en seguros. La compañía vendió garantías de los productos financieros, tanto como los *credit default swaps* (CDS), que garantizaban pagos de grupos de activos (incluyendo hipotecas subprime), a varias instituciones financieras. AIG no pudo cumplir con sus obligaciones de pago, debido a que se creó un vacío de dinero que la compañía no pudo pagar. Dentro del suceso, el gobierno intervino proporcionando fondos que permitieron pagar su contrapartes bancarias en los swaps, dejando a los bancos pérdidas que de otra manera podrían haber continuado propagándose a través del sistema financiero. En otras palabras podemos decir que, sin el rescate, el incumpliendo y el colapso de AIG podrían haber derribado a sus contrapartes, causando pérdidas en efecto cascada y colapsos en todo el sistema financiero. Más allá de lo previsto, para finalizar nuestro estudio primordial y al comparar con el ejemplo brindado, decimos que es necesario realizar las simulaciones respectivas con el uso adecuado de la programación de Monte Carlo u otros sistemas de referencia. Con la única finalidad de poder definir los resultados y determinar cómo se ejecuta el contagio en redes financieras.

## CONCLUSIONES

Para determinar el “Contagio en Redes Financieras” primeramente se realizó un estudio analítico con el fin de establecer cómo está estructurada la red. Los académicos presenta varios modelos de la formación de redes financieras. Uno de los investigadores principales del estudio (Gai y Kapadia) indagan con una red arbitraria, en la cual mantienen que la distribución de activos y pasivos interbancarios y, gracias a un shock negativo se puede efectuar una propagación de contagio dentro de la red. Por otro lado, se tiene a la contribución de Acemoglu *et al.*, juntos establecen diferentes formaciones endógenas de redes, los expertos presentan seis distintas estructuras donde exponen cómo se puede conducir a la aparición de riesgo sistemático.

Con respecto al primer modelo establecido por Gai y Kapadia (2009), el principal objetivo del estudio es observar el impacto potencial del contagio en redes que está influenciado por shocks idiosincráticos. Para corroborar el estudio se inició parcialmente con la formación de una red arbitraria donde, la posición total de activos interbancarios de cada banco es independiente del número de enlaces entrantes de ese banco, mientras que cada activo está distribuido uniformemente sobre cada enlace. Sin embargo, al momento de que una institución con un mayor número de enlaces entrantes tenga, este reduciría el riesgo de compartir los beneficios de mayor conectividad.

En el modelo estipulado, encontramos que aunque la vulnerabilidad de un banco disminuya de una manera lenta, la probabilidad de contagio seguirá siendo considerablemente alta. Por otro lado, si la posición total de activos interbancarios aumenta más que proporcionalmente con el número de enlaces, el grado de vulnerabilidad aumentará sin tergiversación el riesgo de contagio.

Por último, si el número de nodos dentro de una red financiera es grande, la probabilidad de que los intermediarios estén expuestos a más instituciones con incumplimientos después de haber sufrido un contagio, es muy baja. De igual manera se comprueba que un banco seguro nunca fallará en un segundo contagio. Por ende, la probabilidad de contagio está relacionada con el tamaño de grupos sensibles dentro de la red financiera.

Esto implica que el contagio en redes financieras depende tanto del tamaño, grado de vulnerabilidad de cada banco y cómo están conectados entre sí.

En el modelo determinado por Acemoglu *et al.* encontramos que a pesar de que las tasas de interés interbancarias se ajustan endógenamente para reflejar el riesgo que las decisiones de cada banco imponen a sus contrapartes, las redes financieras de equilibrio pueden ser excesivamente propensas al riesgo de contagio financiero. A pesar de que los bancos están integrados en las implicaciones de sus acciones para sus acreedores inmediatos, no toman en cuenta el hecho de que sus decisiones de préstamos también pueden poner a muchos otros banco en un mayor riesgo de incumplimiento.

Los diferentes tipos de estructuras presentadas por los investigadores, nos muestran varios procesos de contagio. Primero, tenemos a la cadena de tres redes financieras el cual determina si dentro de la cadena éste emite un shock negativo; se llevará como resultado al fracaso de todos bancos. Después se tiene a una red en forma de anillo, donde se concluye que si existen incumplimientos por parte de los bancos, esto de igual manera generará un shock negativo, en otras palabras, sufrirá contagio. Si en una cadena más extensa existe un shock negativo, habría un efecto de cascada, quedando todas las instituciones contagiadas.

Dentro de la red financiera de doble anillo concluimos que el alcance de contagio financiero se reduce cuando los bancos distribuyen sus préstamos entre más contrapartes. Si se reduce el efecto cascada, una estrategia beneficiará a los primeros bancos. Cuando la red financiera es completa, deja consecuencias positivas donde es más estable y ningún banco tendrá defaults. Si embargo, los defaults de bancos con incumplimientos se van a dividir entre muchos más acreedores, garantizando que el exceso de liquidez en el sistema financiero puede absorber los defaults.

## REFERENCIAS

- Acemoglu, D., Ozdaglar, A. & Tahbaz-Salehi, A. (2014). Systemic Risk in Endogenous Financial Networks.
- Acemoglu, D., Ozdaglar, A. & Tahbaz-Salehi, A. (2015). Systemic Risk in Endogenous Financial Networks. *American Economic Review*, 105(2):564-608
- Allen, F. & Gale, D. (2000). Financial contagion. *Journal of Political Economy* 108, 1–33.
- Amini, H., Cont, R. & Minca, A. (2013). Resilience to Contagion in Financial Networks. *Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statics and Financial Economics*. Vol. 00, No. 0, 1-37.
- Battiston, S., Gatti, D., Gallegatti, M., Greenwald, B. & Stiglitz, J. (2009). Liaisons dangerousness: increasing connectivity, risk sharing, and systemic risk. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 36 (8), 1121-1141.
- Bluhm, M., Faia, E. & Krahen, J. (2012). Endogenous Banks' Networks, Cascades, and Systemic Risk. Mimeo. *Goethe University Frankfurt*.
- Caldarelli, G., Chessa, A., Pammolli, F., Gabrielli, A. & Puliga, M. (2013). “Reconstructing a credit network”, *Nature Physics*, 9: 125–126.
- Chaverría, A. (2014). Redes Bancarias y Riesgo Sistemático: Desarrollo de un Algoritmo de Análisis y Diagnóstico.
- Cont, R., Moussa, A. & Santos, B. (2012). Network structure and systemic risk in banking systems. *Center for Financial Engineering*, Columbia University, New York. Working Paper.
- Dasgupta, B. & Kaligounder, L. (2003). On global stability of financial networks. *Journal of Complex Networks*, 2(3), 313–354.
- Degryse, H. & Nguyen, G. (2007). Interbank exposures: an empirical examination of contagion risk in the Belgian banking system. *International Journal of Central Banking*. Vol. 3, 123-171.
- Demange, G. (2015). Contagion in Financial Networks: A Threat Index. *CESifo*, Center

*for Economic Studies & Ifo Institute. Working Paper No. 5307*

- Elliot, M., Golub, B. & Jackson, M. (2014). Financial Networks and Contagion. *American Economic Review*, 104(10), 3115-3153.
- Freixas, X., Parigi, B. & Rochet, J. (2000). Systemic risk, interbank relations, and liquidity provision by the central bank. *Journal of Money, Credit and Banking* 32, 611–638.
- Gai, P. & Kapadia, S. (2009). Contagion in financial networks. *Crawford School of Economics and Government. Bank of England.*
- Gai, P. & Kapadia, S. (2010). Contagion in financial networks. *Bank of England. Working Paper No. 383.*
- Glasserman, P. & Young, P. (2016). Contagion in Financial Networks. *Journal of Economic Literature*. Vol. LIV 54(3), 779-831.
- Klinger, T. & Teply, P. (2014). Systemic Risk of the Global Banking System an Agent-Based Network Model Approach. *Prague Economic Papers*. Vol. 1
- Leitner, Y. (2005). Financial Networks: Contagion, Commitment, and Private Sector Bailouts. *The Journal of Finance*. Vol. LX, No. 6
- Martínez-Jaramillo, S., Pérez, O., Avila, F. & López, F. (2010). Systemic risk, financial contagion and financial fragility. *Journal of Economic Dynamics & Control*. Banco de México. 2358-2374
- May, R, Levin, S. & Sugihara, G. (2008). ‘Ecology for bankers’. *Nature*, Vol. 451, p. 893-95.
- Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T. & Alentorn, A. (2008). Network Models and Financial Stability. *Bank of England. Working Paper No. 346.*

## APÉNDICE

Notación utilizada por Gai y Kapadia (2009, 2010):

$A_i^{IB}$	=	activos interbancarios
$A_i^M$	=	hipotecas de los activos ilíquidos
$L_i^{IB}$	=	pasivos interbancarios
$D_i$	=	depósitos de los clientes
$\phi$	=	fracción de los bancos que han incumplido con los pagos
$q$	=	precio de reventa de un activo ilíquido
$j$	=	enlaces de entrada
$k$	=	enlaces de salida
$\frac{1}{\bar{j}_i}$	=	fracción de pérdida de un banco al momento de prestar
$v_j \cdot p_{jk}$	=	probabilidad de vulnerabilidad
$v_j \cdot r_{jk}$	=	probabilidad de un banco vulnerable vecino al azar
$p_{jk}$	=	grado de distribución (enlaces de salida y entrada)
$v_j$	=	grado de vulnerabilidad
$z$	=	grado promedio

Notación utilizada por Acemoglu *et al.* (2014):

$j, i$	=	bancos
$k$	=	capital
$l_{ij}$	=	cantidad prestada
$a$	=	inversión
$\epsilon$	=	reembolso de una inversión
$R$	=	tasa de interés
$v$	=	obligaciones
$z_{ij}$	=	shocks
$u_{ij}$	=	excedente social
$\pi_i$	=	rentabilidad del banco