UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ

Colegio de Ciencias e Ingeniería

MATEMÁTICA Y DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

Daniel Andrés Herrera Vizcaíno

Matemática

Trabajo de fin de carrera presentado como requisito para la obtención del título de Matemático

Quito, 25 de enero de 2022

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ

Colegio de Ciencias e Ingenieras

HOJA DE CALIFICACIÓN DE TRABAJO DE TITULACIÓN

MATEMÁTICA Y DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

Daniel Andrés Herrera Vizcaíno

Nombre del profesor, Titulo académico: David Hervas, Ph.D.

Firma del profesor ....

Quito, 25 de enero de 2022

Derechos de Autor

.

Nombres y apellidos: Daniel Andrés Herrera Vizcaíno

Código: 00216030

Cédula de Identidad: 0104761135

Lugar y fecha: Quito, 25 de enero de 2022

A ti, que lees esto

Agradecimientos

A todos quienes me han apoyado y han hecho posible esta locura de adentrarme en el mundo de la matemática.

Resumen

La divulgación científica y matemática ha crecido desde el año 2000. Los formatos de esta disciplina son diversos y se ajustan a las condiciones y necesidades de quienes tienen o despiertan su interés en el tema. La cantidad de divulgadores matemáticos de lengua hispana es baja. Actualmente en Ecuador, no hay una fuerte difusión de la matemática. El presente trabajo, tiene como objetivo realizar esta práctica, por lo que se han escogido tres temas matemáticos con una historia interesante, utilidades prácticas y de fácil lectura y comprensión: *El Teorema de Pick*, *La Geometría del Taxista* y *La Aguja de Buffon*.

Palabras clave: divulgación científica, divulgación matemática, Teorema de Pick, Aguja de Buffon, Geometría del Taxista.

Abstract

Scientific and mathematical popularization has grown since the year 2000. The formats of this discipline are diverse and adjust to the conditions and needs of those who have or arouse their interest in the subject. The number of Spanish speaking disseminators is low. In Ecuador, there is not a strong diffusion of mathematics. The present work aims to carry out this practice, by choosing three mathematical themes with an interesting history, practical utilities and easy to read and understand: Pick's Theorem, The Taxicab Geometry and Buffon's Needle.

Keywords: scientific popularization, mathematical popularization, Pick's theorem, Buffon's Needle, Taxicab Geometry.

Índice general

Índice de figuras

Capítulo 1

Introducción

1.1. Divulgación científica

La divulgación científica es una disciplina la cual se ocupa de compartir los conocimientos científicos a una sociedad no especializada en el tema, esto abarca desde los niños hasta personas adultas. Actualmente, las personas encargadas de realizar esta labor son los científicos, comunicadores, profesores y los divulgadores de la ciencia (Torres, Ezquerra, Contreras, Sanz, y García-Longoria, 2020).
La divulgación científica empezó varios siglos atrás, con la necesidad y el proceso de la creación y producción de la ciencia, de esta manera, se empieza a divulgar (Massarani y Moreira, 2004).
La divulgación científica se la puede definir como la simplificación, síntesis o ejemplificación de un saber técnico o especializado como la química, la física o la matemática (Méndez Díaz y cols., 2018). Además, se puede entender como una tarea

de traducción o simplificación de un tema o conocimiento, construido en contextos especializados, a un conocimiento común y más sencillo de entender. Castro y García mencionan que la divulgación científica es toda la información sobre los desarrollos y las innovaciones científicas y tecnológicas que llega al público general, principalmente, a través de los medios de comunicación (Castro y García, 2018).

1.2. Divulgación matemática

Una rama de la divulgación científica es la divulgación matemática, esta es el proceso de simplificar, traducir y hacer comprensibles la matemática a un público como estudiantes y profesores o a un público general.
La divulgación puede ser clasificada de la siguiente manera (Quirós, 2004):

- *Divulgación básica:* dirigida a un público amplio, alumnos y docentes. El objetivo de este tipo de divulgación es popularizar la matemática.
- *Divulgación general:* dirigida a personas que encuentran interés en las ciencias exactas, especificamente la matemática.
- *Divulgación alta:* dirigida al grupo de personas con interés y estudios en la matemática: científicos, investigadores y personas con un nivel alto dentro de la ciencia.

Hay que tener en cuenta la diferencia entre divulgación y popularización. La primera es publicar algo o ponerlo al alcance de un público, mientras que la popularización es dar un caracter popular a algo (Quirós, 2004). De esta manera,

podemos notar que el primer paso tiene que ser la divulgación, de esta manera, se da a conocer, de una manera simple (en el caso de la divulgación básica y general), descubrimientos, historia, problemas o aplicaciones de la matemática. El siguiente proceso es la popularización, es el objetivo completo de la divulgación.
La divulgación de la matemática toma fuerza en el año 2000, el cual fue declarado *Año Mundial de la Matemática*, la divulgación de esta ciencia supuso un giro entorno a la popularización. La comunidad matemática de todo el mundo empezó a dar una mejor imagen de la matemática, de tal manera que se empezó a cambiar el prejuicio de la matemática aburrida e inservible. Ahora, la matemática se la ve como una herramienta fundamental en nuestra vida, en nuestra cultura, en el desarrollo de la ciencia y de la humanidad (Torres y cols., 2020).

La Real Sociedad Matemática Española, creó la comisión de divulgación, la misma que propuso una base para que la matemática pueda ser bien divulgada, esta base tiene los siguientes objetivos:

- Mejorar la actitud social ante la matemática.
- Desarrollar una cultura matemática en nuestra sociedad.
- Compartir su belleza.
- Hacer que las personas sean matemáticamente activas.
- Estimular la actividad matemática.
- Apreciar la matemática de nuestro entorno.

- Divulgar la matemática y la investigación matemática.

Además, para que esto se pueda lograr de una forma correcta, se pudieron identificar algunos principios para la popularización de la matemática (Muños Santonja y cols., 2007), los cuales son:

- La popularización de la matemática, se debe desarrollar en áreas escolares, sociales y profesionales; distinguir en cada área los objetivos y métodos.
- Se debe adaptar a la población dirigida, teniendo en cuenta su cultura, historia y lengua.
- Se debe utilizar los medios posibles y buscar los más adecuados para cada área.
- Trabajar conjuntamente con docentes y profesionales, tanto en el área de la ciencia como en la comunicación.
- Seleccionar temas a divulgar que sean entretenidos, importantes, históricos o útiles.
- Trabajar y apoyar a la educación matemática

En base a estas listas y principios, se puede observar que la divulgación matemática no es sencilla, se requiere conocimiento, pero, lo más importante es tener la capacidad de transmitir las ideas de *alta matemática* y convertirla a términos más sencillos dependiendo el tipo de divulgación que se realice.

La divulgación es una herramienta poderosa para los profesores, ya que puede ser utilizada como un recurso didáctico. De esta manera, permite que el estudiante se pueda cautivar, sorprender y enamorar de la ciencia. Con esta disciplina, docentes pueden introducir y abarcar temas de todas las ramas de la matemática ya que la divulgación es una herramienta didáctica que nos permite concocer conceptos, historia, utilidades, herramientas, etc.

1.3. Formatos de divulgación

La divulgación de la matemática ha ido en aumento en los últimos años, desde el *Año Mundial de la Matemática* en 2000, ha crecido de manera significativa en varios medios (Torres y cols., 2020). A continuaciòn, se presentan ejemplos de formatos de divulgaciòn en español.

1.3.1. Matemática en libros

La divulgación en los libros ha sido la más común y popular años atrás, sin el fácil acceso a internet, los libros han sido pieza fundamental en la divulgación de la ciencia (Hernández, 2010). A continuación se listan algunos de los libros, con sus autores, reconocidos en la divulgación matemática (Torres y cols., 2020).

- El hombre que calculaba. *Malba Tahan*
- Cartas a una joven matemática. *Ian Stewart*
- Matemática, magia, misterio. *Martin Gardner*

- El libro de las matemáticas. *Cliff Pickover*
- La música de los números primos. *Marcus Du Sautoy*
- El universo de las matemáticas: un recorrido alfabético por los grandes teoremas, enigmas y controversias. *William Dunham*
- Amor y matemáticas. *Edward Frenkel*
- El placer de la X. *Steven Strogatz*
- Gödel, Escher, Bach: Un eterno y grácil bucle. *Douglas Hofstadter*

1.3.2. Matemática en la prensa escrita

En España, el diario *EL País*, ha tenido un crecimiento en el número de publicaciones sobre matemática. Se han creado blogs dedicados a esta ciencia. En el año 2016, se creó una sección llamada *Café y Teoremas*, en la cual se publican secciones de matemática divulgativa. Este espacio está a cargo del Instituto de Ciencias Matemáticas (ICMAT) (Torres y cols., 2020).

1.3.3. Matemática en la radio y podcast

La radio no ha tenido una acogida para estos temas, sin embargo, se encuentran registros de programas mensuales en radios de España y de América latina. Con el avance de la tecnología, los podcast matemáticos han entrado en auge; podcast como *Un snack de ciencia y matemática*, *Matemáticas básicas* y algunos otros que se pueden encontrar en Google Podcast, Spotify o Youtube; han tomado fuerza al tratar temas no antes mencionados en este tipo de divulgación. Además, la facilidad de llegar a estos podcast, ha hecho que la divulgación y la popularización sea más rápida, efectiva y al alcance de todos.

1.3.4. Matemática en blogs y redes sociales

Este tipo de divulgación empieza en blogs en internet aproximadamente en el año 2006, donde se crean páginas como *Gaussianos*, *Blogosfera matemática*, *Matemáticas y sus fronteras*, *BlogsMates* donde empezaron a divulgar contenido matemático como resolución de ejercicios de olimpiadas, datos curiosos de la matemática, conexiones entre matemática y otras ciencias, etc.
Mientras que en lengua inglesa, existen varios más, tales como: *Beyond Reviews*, *Blog on Math Blogs*, *Capital Currents*, *e-Mentoring Network*, *Graduate Student Blog* , *inclusion/exclusion*, *JMM Blog*, *Living Proof*, *A Mathematical Word*, *Math Mamas*, *On Teaching and Learning*, *PhD+ϵ*, entre otros (Thompson, 2020).

Un gran avance en la divulgación, fue en la plataforma *Youtube*, donde se ha convertido en una fuente de mucha información y contenido.
Hay que separar y distinguir canales de enseñanza, y de divulgación. Los de enseñanza son para aprender ciertas asignaturas o temas matemáticos, mientras que los de divulgación simplifica, ejemplifica, traduce o muestra un tema especializado en forma más sencilla. Canales divulgativos como *MatesMikes* o *Derivando* son los más populares en español. En lengua inglesa, podemos encontrar varios canales de divulgación matemática con una cantidad significativa de seguidores/subscritores,

canales como: *Numberphile*, *Veritasium*, *Vsauce2*, *Stand Up Maths*, *Singing banana*, *3brown1blue*, *Mathologer*, *Vsauce*, *Vihart* entre otros (Hayward, 2018).

1.4. Antecedentes

1. La divulgación ha sido una parte fundamental en la educación, ya que al ser una herramienta didáctica ha permitido a docentes realizar una introducción a varios temas.

2. En los colegios, el interés por asignaturas de ciencias es bajo; la divulgación es un método para mostrar la importancia de la ciencia, aplicaciones reales, útiles y prácticas.

3. Si comparamos los canales de Youtube de lengua española e inglesa, en español, existe solo un canal con más de 1 millón de suscriptores. Eso nos muestra la falta de este tipo de divulgación en nuestro medio y nuestro idioma.

4. Con la información encontrada y presentada en la sección de *Matemática en blogs y en redes sociales*, la proporción es aproximadamente por cada canal en español de divulgación, existen 5 canales de lengua inglesa (con referencia a los canales de divulgación más populares).

5. La pandemia por el Covid 19 ha hecho que la educación virtual se desarrolle. Se ha visto la necesidad de utilizar recursos audiovisuales para la enseñanza. La divulgación de la ciencia permite el desarrollo en la eduación.

6. En medio de la pandemia, se creó un canal de Youtube llamado *VLogaritmo*, este es un aporte de divulgación matemática. En la sección 1.4.1 se detalla más sobre este proyecto.

1.4.1. VLogaritmo

Es un proyecto personal que nace en 2020 a partir de la pandemia. El objetivo de VLogaritmo es hacer divulgación matemática, para esto se han utilizado videos, los cuales son publicados en la plataforma Youtube.

(a) Logotipo (b) Video: Conjeturas (c) Video: Lewis Carroll y la Matemática

Figura 1.1: Logo y portada de videos del canal VLogaritmo

El proyecto empieza al no contar con un canal de divulgación matemática en Ecuador, esto hace que se investigue sobre temas matemáticos interesantes y divertidos, que puedan ser divulgados mediante videos para ser publicados en Youtube.
Las estadísticas del canal, después de un año y medio se presentan a continuación.

Figura 1.2: Visualizaciones, tiempo de reproducción y suscriptores

En la Figura 1.2 se observa que el canal cuenta con más de 16000 visualizaciones, casi 400 horas de reproducción y 396 suscriptores. Se puede notar que se encuentran picos con una mayor demanda cada vez que se publican videos.

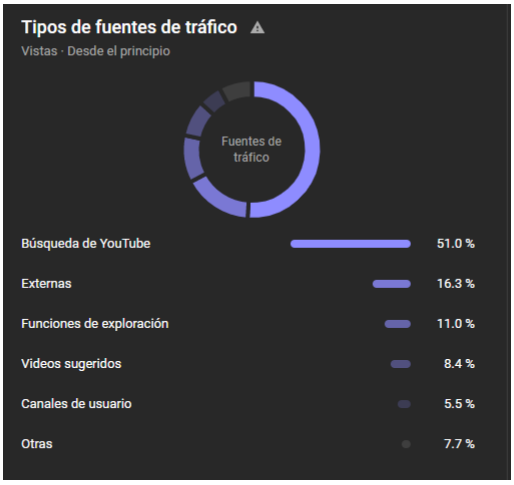

Figura 1.3: Tipos de fuente de tráfico

En la Figura 1.3, el dato más sorprendente es que el 51 % del tráfico que llega al canal es por Búsqueda de Youtube, es decir, que más de la mitad de las personas que encuentran y llegan al canal es porque han buscado algún tema de los cuales aparecen en los videos. Esto muestra que existe interés y una necesidad en este medio.

Ubicación geográfica	Vistas ↓		Tiempo de reproducción (horas)		Duración promedio de vistas
Total	16,075		396.2		1:28
Ecuador	2,371	14.8 %	59.7	15.1 %	1:30
México	1,270	7.9 %	33.0	8.3 %	1:33
Colombia	366	2.3 %	9.2	2.3 %	1:30
España	219	1.4 %	4.8	1.2 %	1:18
Costa Rica	180	1.1 %	2.3	0.6 %	0:46
Guatemala	109	0.7 %	3.0	0.8 %	1:37
Perú	83	0.5 %	2.3	0.6 %	1:39
Chile	30	0.2 %	1.0	0.2 %	1:55

Figura 1.4: Ubicación geográfica del tráfico

La Figura 1.4, nos muestra que el público al que hemos llegado en América Latina, tiene un alto porcentaje de gente de Ecuador y México. En este caso, las estadísticas que nos brinda Youtube, muestra solo las reproducciones por países con cuentas oficiales, no se incluyen los datos de personas quienes no tienen activado ubicación geográfica o que no están registrados en la plataforma. Estás personas pueden observar los videos, pero en los registros no aparece el lugar donde lo vió.

1.5. Problema y motivación

Después de buscar e investigar sobre la divulgación matemática a través de Youtube, se encontraron varios problemas:

- Una falta de divulgación matemática en español en medios audiovisuales.
- En Ecuador no hay este tipo de difusión.
- La divulgación, como herramienta pedagógica, necesita de contextos reales para un mejor entendimiento.

Estos problemas reales, han hecho que se vea la necesidad de hacer divulgación matemática para la región. Por lo tanto, debe ser bien preparada, investigada y popularizada, para que pueda tener un mejor impacto en la sociedad a quien va dirigida.
Los canales de divulgación matemática necesitan crecer y demostrar que la matemática se encuentra en nuestra vida cotidiana, además de tener utilidades, curiosidades y una historia fascinante.
La divulgación, a través de videos, es una herramienta didáctica muy importante y al no contar con divulgadores locales, se ha visto que una solución es realizar esta tarea.
Además, al estudiar la carrera de Matemática y tener pasión por la divulgación, han hecho que se pueda empezar a trabajar en este proyecto.

Capítulo 2

Problemas a divulgar

Los problemas que se presentan a continuación, son una pequeña recopilación de temas y problemas clásicos que se presentan a estudiantes de la carrera de matemática, física y algunas ingenierías, en un nivel universitario. Se tiene como objetivo, realizar divulgación con estos temas, es decir, transformar temas de alta matemática a un lenguaje comprensible y al alcance de un público general. Para esto se ha investigado las formas de hacer divulgación matemática, las cuales se presentaron en la Sección 1.2. Además, se presentaron algunos principios para la popularización de la matemática.
Para esto, se tiene como objetivo específico, realizar material audiovisual (videos) de tipo divulgativo de temas matemáticos. Sin embargo, se presentan los temas y problemas que se han investigado, de forma escrita.

Se han elegido 3 temas para ser divulgados. La elección de estos es porque se los considera que son útiles (aplicaciones prácticas), tienen una historia interesante, es alta matemática, que en tema divulgativo, se puede hacer divulgación básica, es decir, es de tipo divulgativo para un público general (específicamente, el objetivo es llegar a un público adolescente y joven, que esté cursando el bachillerato o la universidad).

Además, son temas que son de fácil entendimiento. La matemática rigurosa que está detrás de estos problemas, es alta y no necesariamente de fácil comprensión, por lo que los temas que se presentan a continuación, también han sido escritos de forma divulgativa, tomando en cuenta que al ser de esta forma, la formalidad matemática no es lo principal, sino dar al público temas entretenidos en forma de una lectura ligera y comprensible. Se elige escribir de esta manera, ya que al ser textos divulgativos, el objetivo es presentar un panorama general del tema, un entendimiento rápido y hacer que el lector empiece a experimentar con la matemática.

Para esto, se ha escrito de forma narrativa, es decir, que el lector, sienta que le están narrando y contando la historia del problema y cómo la matemática está sucediendo. Es una técnica común en divulgación. Además, las ilustraciones, ayudan a un mejor entendimiento.

2.1. Teorema de Pick

El teorema de Pick es uno de esos tesoros matemáticos que pocas personas los conocen. Su creador fue Georg Alexander Pick, un matemático Austriaco que trabajó en varias áreas de la matemática, pero su gran popularidad se debe al teorema que lleva su nombre (Ramírez Ramírez, 2010). La historia del teorema no es tan agradable para Pick, ya que él lo demostró en 1899, pero el teorema no fue muy popular hasta que en 1969 el matemático Steinhaus lo incluyó en su libro *Mathematical Snapshots*. En este libro el teorema fue de mucha atención debido a su simplicidad y sobre todo su elegancia (Guerrero R, Marmolejo L, y Héber, 2011). ¿Qué hace a este teorema tan bonito y elegante? El teorema es sencillo, pero, se necesitan previamente dos definiciones sencillas (Ramírez Ramírez, 2010).

Def. 1. *Un punto P, con coordenadas (x, y) se llama entero si los números x e y son números enteros.*

Def. 2. *Una red poligonal P, es un polígono simple, si sus vértices son enteros.*

Con las dos definiciones, podemos entender el teorema, que enuncia lo siguiente:

Teorema 1. *El área A de una red poligonal viene dada por la fórmula*

$$A = I + \tfrac{B}{2} - 1.$$

Donde I es el número de puntos enteros interiores y B es el número de puntos enteros que están en la frontera del polígono.

Es mucho más fácil, si lo vemos o lo dibujamos. Por lo tanto, creamos nuestro polígono, este debe cumplir las definiciones 1 y 2. De manera que sea un polígono simple con sus vértices con coordenadas enteras, como se muestra en la Figura 2.1:

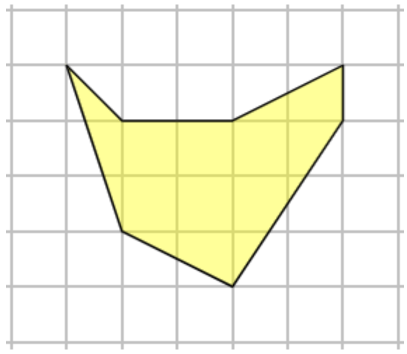

Figura 2.1: Polígono simple

Para calcular el área del polígono calcularemos con el teorema de Pick, entonces contaremos los puntos enteros que se encuentren en el interior (I) (Figura 2.2):

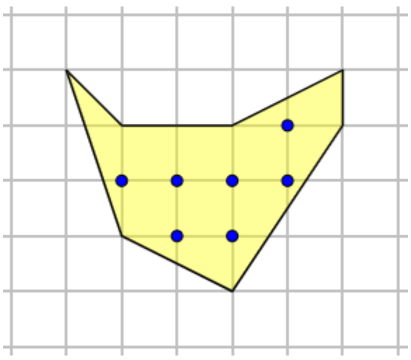

Figura 2.2: Polígono simple con los puntos interiores

Entonces obtenemos que $I = 7$

Ahora, contaremos los puntos enteros que se encuentren en la frontera (B), como se muestra en la Figura 2.3:

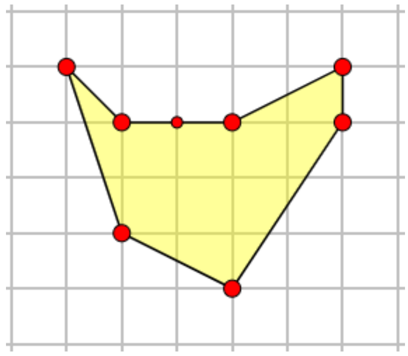

Figura 2.3: Polígono simple con los puntos en frontera

Obtenemos que $B = 8$.

Ahora, reemplazamos los valores de $I = 7$ y $B = 8$ en la ecuación del teorema:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$
$$A = 7 + \frac{8}{2} - 1$$
$$A = 10$$

Y así de fácil y elegante, se puede encontrar el área de este tipo de polígonos. Pero la matemática detrás de todo este proceso es más elegante y sofisticada. Para esto, Pick empezó demostrando que todos los polígonos simples se pueden triangulizar, esto quiere decir, que todos los polígonos pueden descomponerse en triángulos con diagonales que no se cortan y que son interiores al polígono.

En el caso de nuestra figura, la triangulización, se puede dar de la forma que podemos observar en la Figuera 2.4:

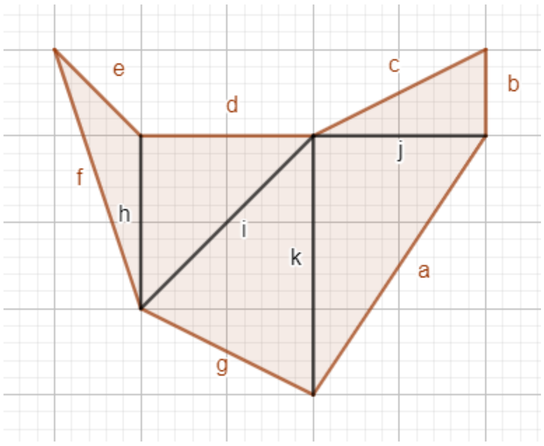

Figura 2.4: Polígono simple triangulizado

Después de esto, Pick demostró que su teorema funciona para todos los triángulos. Por lo tanto, como todo polígono simple se puede descomponer en triángulos, es decir, se puede triangulizar (Gaviria, 2016), esta fue la base para la demostración por inducción matemática, la cual es una técnica de demostración muy útil y fuerte en el mundo de la matemática.

De esta manera, Pick demostró su teorema, y nos presentó una fórmula útil y práctica para el área de figuras compuestas.

2.2. Geometría del Taxista

En la matemática existen muchos tipos de geometrías, aunque la más común es la geometría euclidiana, está es la geometría que nos han enseñado toda la vida: líneas, círculos, triángulos, Teorema de Pitágoras y más (Krause, 1986). Pero, ¿siempre nos sirve este tipo de geometría? Imagínate que estás en una ciudad perfecta, es decir, que sus calles son bloques iguales y cuadrados. Tomemos una ciudad que cumpla esto: Cuenca (No cumple en toda su totalidad, pero nos sirve para entenderlo), como podemos obsrevar en la figura 2.5:

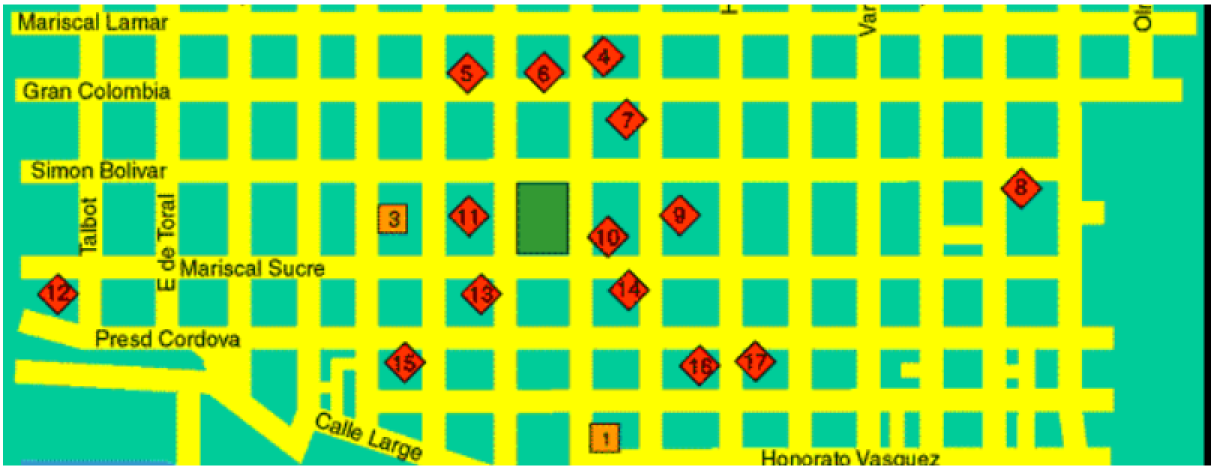

Figura 2.5: Mapa del centro de Cuenca

En el mapa de la Figura 2.6, si nos queremos mover del punto 5 (Teatro de Cuenca) al punto 16 (Museo de las Conceptas), la geometría euclidiana nos dice que el camino más corto es la línea recta. Pero, ¿es posible movernos en línea recta? La respuesta es no, ya que existen edificaciones que no nos permiten movernos en línea recta, para este tipo de situación, necesitamos un nuevo tipo de geometría: *La geometría del taxista*. También se la conoce como la geometría rectangular, o la geometría de la línea recta, la geometría de Manhattan, pero el nombre más conocido es la Geometría del taxista. Siguiendo el problema anterior, observamos que si nos subimos en un taxi o si preferimos podemos caminar porque es más sano, la línea recta (roja) no es una opción para trasladarnos de un lugar a otro. Necesitamos un camino, el cual se basa solo en líneas horizontales y verticales. De esta manera, podemos ver que no solo existe un camino óptimo para llegar a un lugar.

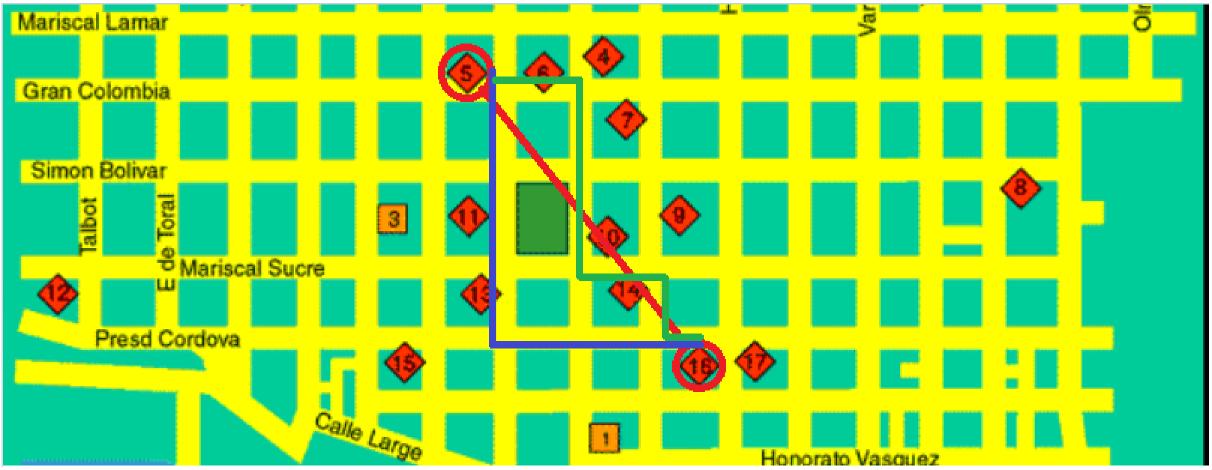

Figura 2.6: Mapa del centro de Cuenca con distancias entre el punto 5 y 16

En el mapa de la Figura 2.6 se observa que la distancia euclidiana entre el punto 5 y un punto 16 es la línea recta roja. Por otro lado, la distancia entre los dos puntos recorridas en el taxi, viene dada por la línea azul, solo con líneas verticales y horizontales; pero también podemos buscar otras rutas, como la ruta verde y podemos encontrar muchas más.

Si a esta geometría la ponemos en un plano cartesiano, la distancia viene dada por la fórmula:

$$d_T = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

Donde d_T es la distancia en la geometría del Taxista, x_1 y y_1 son las coordenadas del primer punto, mientras que x_2 y y_2 son las coordenadas del segundo punto (Reynolds, 1980). Si no nos queremos complicar, podemos contar los bloques para encontrar la distancia. Por ejemplo, en la Figura 2.7, tenemos los bloques asignados con números, que nos permiten contar fácilmente:

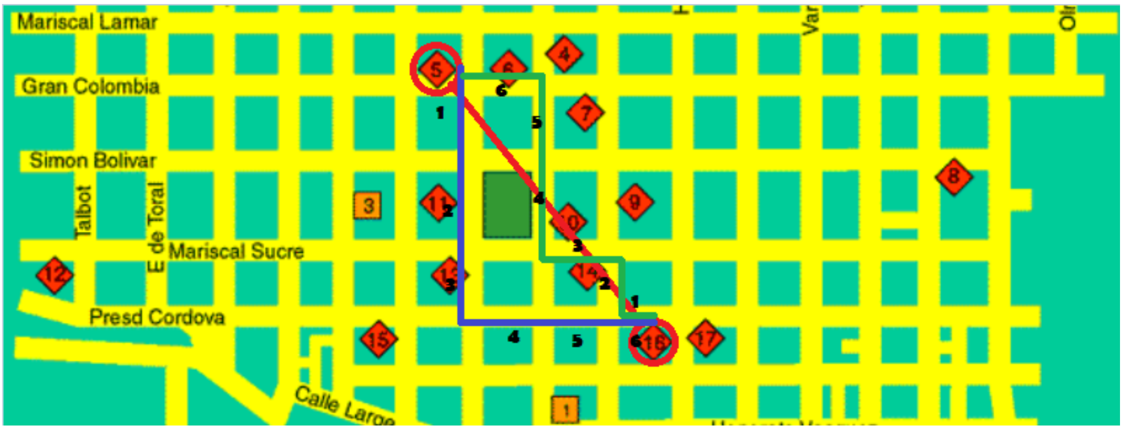

Figura 2.7: Mapa del centro de Cuenca con distancias contadas entre el punto 5 y 16

En la Figura 2.7, observamos que la distancia entre estos dos puntos, es 6 (la ruta azul), pero si seguimos otro camino (ruta verde), obtenemos 6 de igual manera. Entonces, el camino más corto que conecta esos dos puntos, no es único.

¿Y qué pasa con las circunferencias?

Si recordamos, la definición de una circunferencia es: una curva plana y cerrada tal que todos sus puntos están a igual distancia del centro.

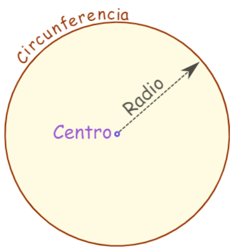

Figura 2.8: Circunferencia en geometría euclidiana

Una circunferencia tiene un centro y todo punto que pertenece a la circunferencia tiene la misma distancia al centro. Esta distancia la llamamos radio. Pero, si en la geometría del taxista no hay líneas curvas, ¿podemos encontrar circunferencias? Si tomamos un punto cualquiera, este será nuestro centro. Si creamos radios, estos deben tener la misma distancia al centro.

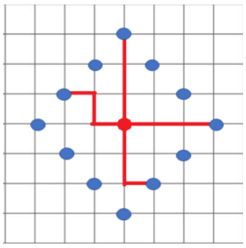

Figura 2.9: Creación de una circunferencia en geometría del taxista

En el caso de la Figura 2.9, los radios tiene una longitud de tres, es decir, toda distancia desde el punto rojo hasta cualquier punto azul es de tres unidades, por lo que hemos encontrado los radios que necesitamos, y al unir todos los puntos azules, satisfacen la condición, de manera que obtenemos que la circunferencia se ve como un cuadrado. Finalmente se presenta otro ejemplo de un círculo en la geometría euclideana y del taxista, en ambos casos el radio es de 5 unidades.

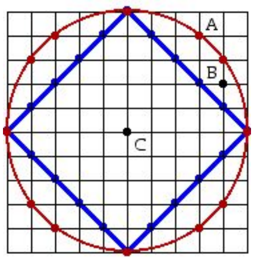

Figura 2.10: Circunferencia de radio 5 en geometría euclidiana y del taxista

2.3. La aguja de Buffon

Este problema nos adentrará en el entendimiento de una aproximación. Una aproximación en la matemática, usualmente se realiza cuando una forma exacta o un valor numérico exacto es desconocido o es muy difícil de obtener (Wegert y Trefethen, 1994). Sin embargo, puede conocerse alguna forma, que sea capaz de representar a la forma real.

Uno de los números más fascinantes es el número pi (π). Sabemos que este lo podemos hallar al dividir el perímetro de una circunferencia sobre su diámetro. Un problema clásico de la probabilidad geométrica es llamado la aguja de Buffon. El cuál consiste en ir aproximando el número pi a partir de eventos sucesivos (Weisstein, 2003). El experimento es sencillo. Para esto se necesita una hoja, una regla, un lápiz y muchas agujas (aunque se puede hacer solo con una pero, el proceso sería muy lento).
La preparación es la siguiente:
En la hoja vamos a realizar líneas paralelas separadas por una distancia igual al largo la aguja.
A continuación, vamos a dejar caer las agujas en la hoja que hemos preparado de la manera más aleatoria posible; luego vamos a contar el número de aguas que cortan a una línea de la hoja, como se observa en la Figura 2.11:

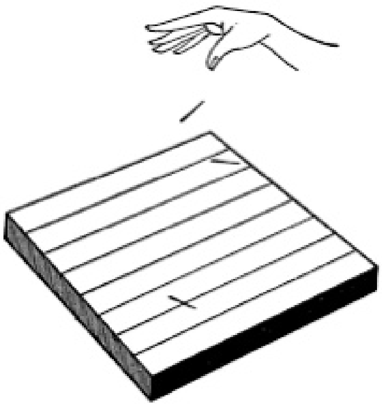

Figura 2.11: Ilustración del experimento

Después de esto, se colocarán los datos obtenidos en la siguiente ecuación:

$$\pi \approx \frac{2 \times \textit{Número de Agujas}}{\textit{Número de Agujas que Cortaron la Línea}}$$

Esta fórmula nos sirve si las líneas están separadas exactamente una distancia igual a la longitud de la aguja. Al hacer esta operación, podemos darnos cuenta que se aproxima al número pi (π). Si se realiza más veces, se puede dar cuenta que el valor aproximado que conseguimos de pi, va a cambiar, pero siempre se aproximará a $3.1415 \approx \pi$.

¿Por qué sucede esto? ¿cómo es posible que al lanzar agujas pueda encontrar el número pi? Esto se debe a que nosotros hemos lanzado las agujas de forma aleatoria, y las agujas al caer en la hoja formarán un ángulo con respecto a las líneas. Y si ese ángulo lo trabajamos en radianes, encontramos al número pi (π).

Cuando una aguja cae en la hoja, puede formar un ángulo entre 0 y 360 grados, esto en radianes es de 0 a 2π radianes. Es ahí donde encontramos al número pi. Obviamente después de eso, se requieren unos cálculos de probabilidad.

Estos cálculos, con un poco más de detalle, se resumen a continuación:

Necesitamos definir lo siguiente:

- La longitud de la aguja se la llamará l.
- La longitud de la separación entre las rectas paralelas es t.
- El ángulo con el que cae la aguja se lo denomina α. Donde $0 \leq \alpha \leq \pi$.
- La distancia más cercana entre el centro de la aguja y una recta, se la llama x. Donde $0 \leq x \leq \frac{t}{2}$.
- Para que la aguja cruze alguna recta, se debe cumplir que $x \leq \frac{l}{2} sin\alpha$.

Esta solución es válida para el caso $t \leq l$, es decir, cuando la distancia entre las líneas sea menor o igual a la longitud de las agujas.
Ahora, tenemos que x es una variable aleatoria countinua, para $0 \leq x \leq \frac{t}{2}$. Entonces su función de densidad es:

$$f_X(x) = \frac{2}{t} dx \tag{2.1}$$

Para la variable α, variable continua aleatoria, con $0 \leq \alpha \leq \pi$. Entonces la función densidad es:

$$f_A(\alpha) = \frac{2}{\pi} d\alpha \tag{2.2}$$

Como α y x, son variables aleatorias independientes, la función de densidad conjunta es la multiplicación de las dos, es decir, el producto de las ecuaciones (2,1) y (2,2). Por lo tanto:

$$f_{X,A}(x,\alpha) = \frac{4}{t\pi}dxd\alpha \tag{2.3}$$

Como la condición para que una aguja cruce una recta es $x \leq \frac{l}{2}sin\alpha$, se puede encontrar la función de probabilidad al integrar las variables de la función de densidad, de donde:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{l}{2}sin\alpha} \frac{4}{t\pi}\, dx\, d\alpha \; = \; \frac{2l}{t\pi} \tag{2.4}$$

Al lanzar n agujas, con h cruces con rectas, podemos resumir la ecuación (2.4) en:

$$\frac{h}{n} \approx \frac{2l}{t\pi} \tag{2.5}$$

De donde:

$$\pi \approx \frac{2nl}{ht} \tag{2.6}$$

De esta manera, se puede aproximar π.

Si en nuestro experimento, se decide que la separación de las líneas es igual a la longitud de las agujas ($l = t$), entonces la ecuación (2.6) se reduce a:

$$\pi \approx \frac{2n}{h} \tag{2.7}$$

Y de esta forma tan sorprendente, hemos encontrado una forma diferente de hallar al número pi.

2.4. Videos

A continuación, se presentan los códigos QR, los cuales llevan a los videos realizados de forma divulgativa sobre los temas trabajados.

Los videos serán subidos al canal VLogaritmo.

(a) QR: Aguja de Buffon

(b) QR: Teorema de Pick

(c) QR: Geometría del Taxista

Figura 2.12: Códigos QR de los videos

Conclusiones y trabajo futuro

La divulgación matemática en español no ha tenido la misma popularidad como en inglés. En la divulgación, el medio de mayor alcance es el internet, y en este, lo más común es usar la plataforma de Youtube, donde se puede divulgar conocimiento en forma de videos.

Los temas y problemas presentados han sido seleccionados después de un estudio y análisis, ya que son temas que pueden ser divulgados al tener una historia interesante, no ser tan comunes, alta matemática detrás, resultados sorprendentes y útiles. La divulgación se divide en dos partes fundamentales: la investigación y la presentación.

Para la investigación, los conocimientos son importantes para saber qué y cómo se va a presentar. Hay que investigar la historia, buscar detalles, anécdotas, datos curiosos, aplicaciones y detalles matemáticos para entender bien el tema o el problema. Seguido de esto, la presentación es un gran reto. Al tener el formato de video, se debe contar con un equipo que maneje la parte audiovisual y de comunicación. O aprender e investigar sobre la realización de videos. La realización de guiones, escaletas y edición de video (Anexos), es un trabajo que no se muestra en el resultado final, es decir, en los videos. Pero ha sido parte fundamental en el presente trabajo y en la divulgación.

Además, hay que hacer un seguimiento en Youtube para medir el impacto entre los videos subidos anteriormente y los nuevos, de esta manera, podemos medir el interés de la gente.

Como trabajo a futuro, se tiene continuar haciendo videos divulgativos, con una investigación en los temas o problemas que se presenten. Se ha pensado en temas como:

- Los puentes de Konisberg
- Geometrías no euclideanas
- Matemática en el arte
- Matemática en la música
- El hotel de Hilbert y los infinitos
- Cinta de Moebius

La cantidad de temas y problemas matemáticos para ser divulgados son extensos, se necesita la aptitud y actitud para realizarlos. Además, con la investigación, se puede realizar una recolección de varios temas y presentarlo en forma de libro, el cual es otro tipo de divulgación.

Referencias

Castro, C. M., y García, R. C. (2018). Las matemáticas a través de los contenidos y de los formatos audiovisuales. hacia una taxonomía. En *La comunicación audiovisual de la ciencia* (pp. 175–206).

Gaviria, N. (2016). Matemáticas: una perspectiva diferente.

Guerrero R, E., Marmolejo L, M. A., y Héber, M. P. (2011). Triángulos de lados enteros, particiones y el teorema de pick. *Materials matemàtics*, 0001–15.

Hayward, A. (2018). *Top 20 fascinating YouTube channels for science junkies kernel description.* Descargado 2020-09-21, de `https://www.editage.com/insights/top-20-fascinating-youtube-channels-for-science-junkies-in-2018`

Hernández, R. T. (2010). La divulgacion de la matematica: Un enfoque personal. , 71–84.

Krause, E. F. (1986). *Taxicab geometry: An adventure in non-euclidean geometry.* Courier Corporation.

Massarani, L., y Moreira, I. C. (2004). Divulgación de la ciencia: perspectivas históricas y dilemas permanentes. *Quark*, 30–35.

Méndez Díaz, R., y cols. (2018). Divulgación matemática en la etapa de educación primaria.

Muños Santonja, J., y cols. (2007). Las matemáticas son las greguerías de la razón. *Suma*.

Quirós, A. (2004). Educación e investigación. resumen de las intervenciones. *IBÁÑEZ TORRES, R [et al]. Divulgar las matemáticas. Nivola*, 158–159.

Ramírez Ramírez, J. L. (2010). El teorema de pick y redes de puntos. *Materials* *matemàtics*, 0001–41.

Reynolds, B. E. (1980). Taxicab geometry. *Pi Mu Epsilon Journal*, *7*(2), 77–88.

Thompson, K. (2020). The place of blogs in the modern math world. *NOTICES OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY*, *67*(11).

Torres, R. I., Ezquerra, P. A., Contreras, F. B., Sanz, A. P., y García-Longoria, Á. T. (2020). Divulgación de las matemáticas. *Libro blanco de las matemáticas*, 421–481.

Wegert, E., y Trefethen, L. N. (1994). From the buffon needle problem to the kreiss matrix theorem. *The American Mathematical Monthly*, *101*(2), 132–139.

Weisstein, E. W. (2003). Buffon's needle problem. *https://mathworld. wolfram. com/*.

Apéndice A

Anexos: Guiones

Agujas de Buffón

(… Anteriormente) al lanzar agujas puedes encontrar el número Pi, ¿cómo? Ese será tema para otro vídeo…

Hoy en Vlogaritmo hablaremos sobre una fascinante aproximación al número Pi… lanzando agujas…

Intro

Alguna vez has escuchado que la matemática siempre es exacta… Muchas veces se tiene la idea de que la matemática es difícil, fea y exacta. Esto no es cierto, ya que la matemática puede ser fácil, bonita y no necesariamente exacta… Hoy nos adentraremos a una aproximación.

Una aproximación en la matemática, usualmente se realiza cuando una forma exacta o un valor numérico exacto es desconocido o es muy difícil de obtener. Sin embargo, puede conocerse alguna forma, que sea capaz de representar a la forma real.

Uno de los números más fascinantes es el número pi… Sabemos que este lo podemos hallar al dividir el perímetro de una circunferencia sobre su diámetro.

Un problema clásico de la probabilidad geométrica es llamado la aguja de Buffon. El cuál consiste en ir aproximando el número pi a partir de eventos sucesivos.

El experimento es sencillo… Para esto se necesita una hoja, una regla, un lápiz y muchas agujas (aunque se puede hacer solo con una… pero es muy lento)

VIDEO APARTE: En la hoja vamos a realizar líneas paralelas separadas por una distancia igual a la de la aguja.

Luego, vamos a dejar caer las agujas a la hoja que hemos creado de la manera más aleatoria posible; luego vamos a contar el número de aguas que cortan a una línea de la hoja.

TABLET:Luego vamos a colocar los datos obtenidos en la siguiente ecuación:

/pi = (2*Número de agujas)/(número de agujas que cortaron en una línea)

Al hacer esta operación, podemos darnos cuenta que se aproxima al número pi… Si realizamos más veces, nos daremos cuenta que el valor aproximado que conseguimos de pi, va a cambiar, pero siempre se aproximará a 3.1415…

Yo sé que estás dudando sobre esto, así que busca papel, esfero, regla y agujas… (<B/W> Si no tienes agujas puedes usar palillos o fósforos… Lo importante será divertirse)

Pero, ¿por qué sucede esto? ¿cómo es posible que al lanzar agujas pueda encontrar el número pi?

Esto se debe a que nosotros hemos lanzado las agujas de forma aleatoria, y las agujas al caer en la hoja formarán un ángulo con respecto a las líneas… Y si ese ángulo lo trabajamos en radianes, encontramos al número pi.

Es un poco más fácil si lo visualizamos… TABLET: Cuando una aguja cae en la hoja, puede formar un ángulo entre 0 y 360 grados, esto en radianes es 2pi…

Es ahí donde encontramos al número pi. Obviamente después de eso, se requieren unos cálculos de probabilidad, donde después de hacerlos, encontramos la relación de: pi/2(aprox(=))(número de agujas)/(número de agujas que cortaron en una línea).

En la descripción del video, te dejo un artículo, donde se detallan los todos los pasos matemáticos hasta encontrar la relación.

Te preguntarás sobre el nombre del experimento, quién es Buffón, pues no es el gran arquero de futbol italiano GianLuigi Buffon… sino fue el naturalista Georges Louis Leclerc - Conde de Buffon quien inventó el método.

Un dato curioso es que un matemático llamado Lazarine, realizó este experimento lanzando 3000 agujas (<B/N> Si, 3000 agujas), y consiguió una aproximación del número pi de 6 dígitos.

Hay otras relaciones fascinantes en la matemática, por ejemplo, el número de oro y varias pinturas de Salvador Dalí, ¿cómo es eso posible? Pues bueno, ese será tema para otro video.

Geometría del Taxista

¿Te imaginas un mundo donde los círculos se veas como cuadrados, donde la distancia más corta entre dos puntos no sea una línea recta? Hoy en Vlogaritmo, hablaremos sobre esto.

Intro

En la matemática existen muchos tipos de geometrías, aunque la más común es la geometría euclidiana, está es la geometría que nos han enseñado toda la vida: líneas, círculos, triángulos, Teorema de Pitágoras y más (aparecen figuras geométricas, regla y compás).

Pero, ¿siempre nos sirve este tipo de geometría?

Imagínate que estás en una ciudad perfecta, es decir, que sus calles son bloques iguales y cuadrados. Por ejemplo, Cuenca (<B/N> Bueno, no es una ciudad taaan perfecta, pero nos sirve para esta explicación).

TABLET: Si nos queremos mover del punto A al punto B, la geometría euclidiana nos dice que el camino más corto es la línea recta.

¿Es posible movernos en línea recta? ¿Acaso estamos retando a la matemática?

Bueno, para este tipo de situación, necesitamos un nuevo tipo de geometría: LA GEOMETRÍA DEL TAXISTA

También se la conoce como la geometría rectangular, o la geometría de la línea recta, la geometría de Manhattan, pero el nombre más conocido es la Geometría del taxista.

Siguiendo el problema anterior, observamos que si nos subimos en un taxi (<B/N> o si preferimos podemos caminar porque es más sano), TABLET: la línea recta no es una opción para trasladarnos de un lugar a otro. Necesitamos un camino, el cual se basa solo en líneas horizontales y verticales.

De esta manera, podemos ver que no solo existe un camino óptimo para llegar a un lugar. TABLET: En el mapa se observa que la distancia euclidiana entre en punto A y un punto B es la línea recta negra. Por otro lado, la distancia entre los dos puntos recorridas en el taxi, viene dada por la línea roja, solo con líneas verticales y horizontales; pero también podemos buscar otras rutas, como la ruta verde, la ruta azul y podemos encontrar muchas más.

Si a esta geometría la ponemos en un plano, la distancia viene dada por la fórmula (fórmula de la distancia de la TCG). Si no nos queremos complicar, podemos contar los bloques para encontrar la distancia. TABLET: Por ejemplo, La distancia entre estos dos puntos, es 10, pero si seguimos otro camino, obtenemos 10 igual, y con otro camino, obtenemos nuevamente 10.

De esta manera observamos que la distancia más corta entre estos puntos no necesariamente es única (<B/N> EN la geometría euclideana la distancia entre 2 puntos es única… que aburrido).

Pero… ¿y qué pasa con los círculos?

Si recordamos, la definición de un círculo es: una curva plana y cerrada tal que todos sus puntos están a igual distancia del centro.

Es más fácil visualizarlo: TABLET: un círculo tiene un centro y todo punto que pertenece al círculo tiene la misma distancia al centro. Esta distancia la llamamos radio.

Pero, en la geometría del taxista no hay líneas curvas… pero, ¿hay círculos?

TABLET: Tomemos un punto cualquiera, este será nuestro centro. Si creamos radios, estos deben tener la misma distancia al centro. Este radio tiene una longitud de dos, este de dos, este de dos, este de dos… de manera que hemos encontrado los radios que necesitamos, y al unir todos los puntos que satisfacen la condición, obtenemos que el círculo se ve como un cuadrado (<B/N> SI, Un círculo se ve como un cuadrado).

Como si no fuera poco hay otros tipos de geometría aún más extrañas y divertidas que la geometría del taxista, ¿cuáles?,

Bueno eso será tema para otro vídeo.

Teorema de Pick

Alguna vez te tocó resolver un ejercicio del tipo:

Encuentre el área de la siguiente figura (Figura compuesta). Y pasaste varios y varios minutos tratando de resolverlo. Hoy en Vlogaritmo, hablaremos sobre el Teorema de Pick.

Intro

EL teorema de Pick es uno de esos tesoros matemáticos que pocas personas los conocen.

El teorema fue demostrado por Georg Alexander Pick en 1899.

Pick fue un matemático Austriaco que trabajó en varias áreas de la matemática, pero su gran popularidad se debe al teorema que lleva su nombre.

El teorema no fue muy popular hasta que en 1969 el matemático Steinhaus lo incluyó en su libro "Mathematical Snapshots" (Foto del libro). En este libro el teorema fue de mucha atención debido a su simplicidad y sobre todo su elegancia. (<B/W> Sí, la matemática puede llegar a ser muy elegante).

Pero, ¿Qué hace a este teorema tan bonito y elegante?

Para entender el teorema, necesitamos un par de definiciones sencillas:

La primera definición nos dice que un punto P, con coordenadas (x,y) se llama entero si los números x e y son números enteros. TABLET:Por ejemplo en este caso, tenemos puntos enteros ya que cada coordenada x e y corresponde con números enteros. En este caso no, ya que la coordenada x, es 1.5, y este no es un número entero.

La segunda definición nos dice que una red poligonal P, es un polígono simple, si sus vértices son enteros. TABLET: En este caso, debemos crear un polígono simple, es decir un polígono cuyos lados no se intersecan y no tienen huecos. Por ejemplo, estos son polígonos simples, ya que sus lados no se intersecan; en cambio, aquí tenemos polígonos no simples o complejos, ya que los lados se intersecan.

Además, necesitamos que sus vértices sean enteros, es decir vamos a usar la primera definición.

Entonces, tenemos nuestro polígono que cumple esas sencillas definiciones.

Ahora sí, vamos a ver qué nos dice el teorema:

El área A de una red Polinomial viene dada por I+B/2 -1.

Donde I es el número de puntos enteros interiores y B es el número de puntos enteros que están en la frontera del polígono.

Esto es más fácil, si lo visualizamos:

TABLET: Tenemos nuestro polígono que hemos creado anteriormente, los puntos en rojo son los puntos enteros que están en la frontera del polígono, y los puntos azules, son los puntos enteros que están dentro del polígono.

Si contamos, los puntos en la frontera son 8, y en el interior son 7. De esta manera, reemplazamos en la fórmula y obtenemos que el área de este polígono es 10 unidades cuadradas.

No te quedes con la duda, crea polígonos y empieza a realizarlos tú mismo.

Y así de fácil y elegante, podemos encontrar el área de este tipo de polígonos.

Pero la matemática detrás de todo este proceso es más elegante y más sofisticada.

Para esto, Pick empezó demostrando que todos los polígonos simples se pueden triangulizar, esto quiere decir que todos los polígonos pueden descomponer en triángulos con diagonales que no se cortan y que son interiores al polígono. TABLET: Por ejemplo, en nuestro polígono, podemos triangulizarlo de la siguiente manera. Creamos diagonales, de vértice a vértice, de tal manera, que estas diagonales estén en el interior y que no se corten.

Después de esto, Pick demostró que su teorema funciona para todos los triángulos… Y como todo polígono simple se puede descomponer en triángulos, esta fue la base para la demostración por inducción matemática.

Pero ¿qué es la inducción matemática?, bueno eso será tema para otro video.

Apéndice B

Anexos: Escaletas

ESCENA	INT/EXT	PLANO	CÁMARA	SONIDO
1A	INT.	BUSTO	Daniel en fondo de color fijo, habla a cámara.	¿Te imaginas un mundo donde los círculos se vean como cuadrados, donde la distancia más corta entre dos puntos no sea una línea recta? Hoy en Vlogaritmo, hablaremos sobre esto.
1B	N/A	N/A	Intro del programa	Música de intro.
1C	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara. Fotos alrededor de daniel de figuras geométricas, compás y regla.	En la matemática existen muchos tipos de geometrías, aunque la más común es la geometría euclidiana. Ésta es la geometría que nos han enseñado toda la vida: líneas, círculos, triángulos, Teorema de Pitágoras, entre otras.
1D	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto de la ciudad mencionada. **La imagen se torna a Blanco y negro.**	Pero, ¿es esta geometría útil en todos los casos? Imagínate que estás en una ciudad perfecta: es decir, que sus calles son bloques iguales y cuadrados. Por ejemplo, Cuenca, en Ecuador. **Bueno, no es una ciudad taaan perfecta, pero nos sirve para esta explicación.**
1E	TABLET	N/A	Ilustración de Tablet	Si nos queremos mover del punto A al punto B, la geometría euclidiana nos dice que el camino más corto es la línea recta.
1F	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara. *Insert de texto: La Geometría del taxista.*	Pero podemos ver que es imposible ¿Acaso estamos retando a la matemática? Bueno, para este tipo de situación, necesitamos un nuevo tipo de geometría: *LA GEOMETRÍA DEL TAXISTA .* También se la conoce como la geometría rectangular, la geometría de la línea recta o la geometría de Manhattan, pero su nombre más conocido es la Geometría del Taxista. ¿Cómo funciona?
1G	TABLET	N/A	Ilustración de Tablet. **Imagen se torna blanco y negro.**	Siguiendo con el problema anterior, observamos que si nos subimos en un taxi (**o si preferimos podemos caminar porque es más sano)** la línea recta no es una opción para trasladarnos de un lugar a otro. Necesitamos un camino, el cual se basa solo en líneas horizontales y verticales.

1H	TABLET	N/A	Ilustración de Tablet.	De esta manera, podemos ver que no solo existe un camino óptimo para llegar a un lugar. En el mapa se observa que la distancia euclidiana entre en punto A y un punto B es la línea recta negra. Por otro lado, la distancia entre los dos puntos recorridas en el taxi, viene dada por la línea roja, solo con líneas verticales y horizontales; pero también podemos buscar otras rutas, como la ruta verde, la ruta azul y podemos encontrar muchas más.
1I	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto de la fórmula.	Si a esta geometría la ponemos en un plano, la distancia viene dada por la fórmula. Si no nos queremos complicar, podemos contar los bloques para encontrar la distancia.
1J	TABLET	N/A	Ilustración de la tablet.	Por ejemplo, La distancia entre estos dos puntos, es 10, pero si seguimos otro camino, obtenemos 10 igual, y con otro camino, obtenemos nuevamente 10.
1K	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara. **Imagen en blanco y negro.**	De esta manera observamos que la distancia más corta entre estos puntos no necesariamente es única **(En la geometría euclideana la distancia entre 2 puntos es única… que aburrido).**
1L	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Pero… ¿y qué pasa con las circuferencias? Si recordamos, la definición de un circunferencia es: una curva plana y cerrada tal que todos sus puntos están a igual distancia del centro. Es más fácil visualizarlo:
1M		N/A	Ilustración de tablet.	una circunferencia tiene un centro y todo punto que pertenece a la circunferencia tiene la misma distancia al centro. Esta distancia la llamamos radio.
1N	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Sin embargo, en la geometría del taxista no hay líneas curvas… pero, ¿hay circunferencias?
1O	INT.	N/A	**Imagen en blanco y negro.**	Tomemos un punto cualquiera, este será nuestro centro. Si creamos radios, estos deben tener la misma distancia al centro. Este radio tiene una longitud de dos, este de dos, este de dos, este de dos… de manera que hemos encontrado los radios que necesitamos, y al unir todos los puntos que satisfacen la condición, obtenemos que la circunferencia se ve como un cuadrado. **Sí, un círculo se ve como un cuadrado).**
1P	INT.	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Como si fuera poco hay otros tipos de geometría aún más extrañas y divertidas que la geometría del taxista, ¿cuáles? Bueno eso será tema para otro vídeo.

1R	N/A	N/A	Claqueta final del programa.	Música final del programa.

ESCENA	INT/EXT	PLANO	CÁMARA	SONIDO
2A	INT.	BUSTO	Daniel en fondo de color fijo, habla a cámara. Foto de una figura compuesta.	¿Alguna vez te tocó resolver en ejercicio tipo: Encuentre el área en la siguiente figura? Seguro pasaste varios y varios minutos tratando de resolverlo. Hoy en vlogaritmo, te enseño a solucionarlo con el Teorema de Pick.
2B	N/A	N/A	Intro del programa	Música del intro del programa
2C	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara.	El Teorema de Pick es uno de esos tesoros matemáticos que pocas personas los conocen. El teorema fue demostrado por Georg Alexander Pick en 1899. Pick fue un matemático Austriaco que trabajó en varias áreas de la matemática, pero su gran popularidad se debe al teorema que lleva su nombre.
2D	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto del libro mencionado. **Imagen en blanco y negro.**	El teorema no fue muy popular hasta que en 1969 el matemático Steinhaus lo incluyó en su libro "Mathematical Snapshots". En este libro el teorema llama mucho la atención debido a su simplicidad y sobretodo su elegancia. **Sí, la matemática puede llegar a ser muy elegante.**
2E	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara. Ilustración de la definición.	Pero, ¿Qué hace a este teorema tan bonito y elegante? Para entender el teorema, necesitamos un par de definiciones sencillas: La primera definición nos dice que un punto P, con coordenadas (x,y) se llama entero si los números x e y son números enteros.
2F	TABLET	N/A	Ilustración en la tablet.	Por ejemplo en este caso, tenemos puntos enteros ya que cada coordenada x e y corresponde con números enteros. En este caso no, ya que la coordenada x, es 1.5, y este no es un número entero.
2G	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara. Ilustración de la definición.	La segunda definición nos dice que una red poligonal P, es un polígono simple, si sus vértices son enteros.
2H	N/A	N/A	Ilustración en la tablet.	En este caso, debemos crear un polígono simple, es decir un polígono cuyos lados no se intersecan y no tienen huecos. Por ejemplo, estos son polígonos simples, ya que sus lados no se intersecan; en cambio, aquí tenemos polígonos no simples o complejos, ya que los lados se intersecan.

2I	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto polígono.	Además, necesitamos que sus vértices sean enteros, es decir vamos a usar la primera definición. Entonces, tenemos nuestro polígono que cumple esas sencillas definiciones. Ahora sí, vamos a ver qué nos dice el teorema:
2J	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto de fórmula.	El área A de una red Polinomial viene dada por I+B/2 -1. Donde I es el número de puntos enteros interiores y B es el número de puntos enteros que están en la frontera del polígono. Esto es más fácil, si lo visualizamos:
2K	TABLET	N/A	Ilustración de la tablet.	Tenemos nuestro polígono que hemos creado anteriormente, los puntos en rojo son los puntos enteros que están en la frontera del polígono, y los puntos azules, son los puntos enteros que están dentro del polígono. Si contamos, los puntos en la frontera son 8, y en el interior son 7. De esta manera, reemplazamos en la fórmula y obtenemos que el área de este polígono es 10 unidades cuadradas.
2L	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara.	No te quedes con la duda, crea polígonos y empieza a realizarlos tú mismo. Así de fácil y elegante, podemos encontrar el área de este tipo de polígonos, pero la matemática detrás de todo este proceso es más sofisticada.
2M	INT	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Para esto, Pick empezó demostrando que todos los polígonos simples se pueden triangulizar, esto quiere decir que todos los polígonos pueden descomponer en triángulos con diagonales que no se cortan y que son interiores al polígono.
2N	TABLET	MEDIO	Ilustración de la tablet.	Por ejemplo, en nuestro polígono, podemos triangulizarlo de la siguiente manera. Creamos diagonales, de vértice a vértice, de tal manera, que estas diagonales estén en el interior y que no se corten entre sí.

2O		MEDIO	Daniel habla a cámara.	Después de esto, Pick demostró que su teorema funciona para todos los triángulos… Y como todo polígono simple se puede descomponer en triángulos, esta fue la base para la demostración por inducción matemática. Pero ¿qué es la inducción matemática? Bueno, eso será tema para otro video.
2P	N/A	N/A	Claqueta final del programa.	Música final del programa.

ESCENA	INT/EXT	TIEMPO	PLANO	CÁMARA	SONIDO
3A	INT.	00:00 - 00:05	N/A	Extracto de video:	Audio de Video
3B	INT.	00:05 - 00:12	BUSTO	Daniel habla a cámara.	Hoy, en Vlogaritmo, hablaremos sobre una fascinante aproximación al número PI ¿cómo? lanzando agujas.
3C	N/A	00:12 - 00:20	N/A	Intro de video.	Música de intro de video.
3D	INT.	00:20 - 00:40	MEDIO	Daniel habla a cámara.	¿Alguna vez has escuchado que la matemática siempre es exacta? Muchas veces se tiene la idea de que la matemática es difícil, fea y precisa. Esto no es cierto, ya que la matemática puede ser fácil, bonita y no necesariamente exacta. Por eso, hoy vamos a aprender sobre una Aproximación.
3E	INT.	00:40 - 00:55	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Una aproximación, en la matemática, usualmente se realiza cuando una forma exacta o un valor numérico exacto es desconocido o es muy difícil de obtener. Sin embargo, existe un método capaz de representar a la forma real.
3F	INT.	00:55 - 01:05	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Uno de los números más fascinantes, es el número Pi. Sabemos que a este lo podemos encontrar al dividir el perímetro de una circunferencia sobre su diámetro.
3G	INT.	01:05 - 01:15	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Un problema clásico de la probabilidad geométrica es llamado la aguja de Buffon. El cual consiste en ir aproximando el número pi a partir de eventos sucesivos.
3H	INT.	01:15 - 01:30	MEDIO	Daniel habla a cámara. Fotos de los materiales. **En la acotación del paréntesis se pone a B/N.**	El experimento es sencillo… Para esto se necesita una hoja , una regla, un lápiz y muchas agujas **(aunque se puede hacer solo con una… pero es muy lento)** . Si no tienes agujas, puedes usar palillos o fósforos. Lo importante es divertirse.
3I	INT.	01:30 - 01:50	GENERAL	La mano de Daniel dibuja varias lineas.	En la hoja vamos a realizar líneas paralelas separadas por una distancia igual a la de la aguja. Luego, vamos a dejar caer las agujas en la hoja que hemos creado de la manera más aleatoria posible; Después, vamos a contar el número de aguas que cortan a una línea de la hoja.

3J	N/A	01:50 - 02:15	TABLET	Aparece la ecuación y el ingreso de datos.	Ahora, vamos a colocar los datos obtenidos en la siguiente ecuación: /pi = (2*Número de agujas)/(número de agujas que cortaron en una línea) Al hacer esta operación, podemos darnos cuenta que se aproxima al número pi… Si realizamos más veces, nos daremos cuenta que el valor aproximado que conseguimos de pi, va a cambiar, pero siempre se aproximará a 3.1415…
3K	INT.	02:15 - 02:40	MEDIO	Daniel habla a cámara.	Pero, ¿por qué sucede esto? ¿cómo es posible que al lanzar agujas se pueda encontrar el número pi? Esto se debe a que hemos lanzado las agujas de forma aleatoria, y las agujas al caer en la hoja formarán un ángulo con respecto a las líneas… Y si ese ángulo lo trabajamos en radianes, encontramos al número pi. Es un poco más fácil si lo visualizamos…
3L	N/A	02:40 - 02:50	TABLET	Aparece la operación matemática.	Cuando una aguja cae en la hoja, puede formar un ángulo entre 0 y 360 grados, esto en radianes es de 0 a 2pi radianes. Es ahí donde encontramos al número pi.
3M	INT.	02:50 - 03:10	MEDIO	Daniel habla a cámara. Foto de la fórmula.	Obviamente después de eso, se requieren unos cálculos de probabilidad, donde al hacerlos, encontramos la relación de: pi/2(aprox(=))(número de agujas)/(número de agujas que cortaron en una línea).
3N	INT.	03:10 - 03:20	MEDIO	Daniel habla a cámara.	En la descripción del video, te dejo un artículo, donde se detallan todos los pasos matemáticos hasta encontrar la relación.
3O	INT.	03:20 - 03:45	MEDIO	Daniel habla a cámara. Sugerencia: poner la foto de Luigi Buffo y reemplazarla por la de George Louis. **Blanco y negro.**	Te preguntarás sobre el nombre del experimento ¿quién es Buffón? pues no es el gran arquero de futbol italiano GianLuigi Buffon. Sino el naturalista Georges Louis Leclerc - Conde de Buffon quien inventó el método. Un dato curioso es que un matemático llamado Lazarine, realizó este experimento lanzando 3000 agujas (**Si, 3000 agujas)**, y consiguió una aproximación del número pi de 6 dígitos.
3P	INT.	03:45 - 03:50	BUSTO	Daniel habla a cámara.	Hay otras relaciones fascinantes en la matemática, por ejemplo, el número de oro y varias pinturas de Salvador Dalí, ¿cómo es eso posible? Pues bueno, ese será tema para otro video.
3R	N/A	03:50 - 03:53	N/A	Claqueta final del programa.	Música final del programa.