

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ

Colegio de Ciencias e Ingenierías

**Tablas para la caracterización de rótula plástica de
columnas huecas de hormigón reforzado.**

Proyecto de investigación

Diego Marcelo Chanchay A.

Ingeniería Civil

Trabajo de titulación presentado como requisito

para la obtención del título de

Ingeniero Civil

Quito, 13 de mayo de 2019

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ
COLEGIO DE CIENCIAS DE INGENIERIAS

**HOJA DE CALIFICACIÓN
DE TRABAJO DE TITULACIÓN**

**Tablas para la caracterización de rótula plástica de columnas huecas de
hormigón reforzado**

Diego Marcelo Chanchay Anaguano

Calificación:

Nombre del Profesor, Título académico

Juan Carlos Pantoja Moyano, MS. en
Ingeniería Civil

Firma del profesor

Quito, 13 de mayo de 2019

Derechos de Autor

Por medio del presente documento certifico que he leído todas las Políticas y Manuales de la Universidad San Francisco de Quito USFQ, incluyendo la Política de Propiedad Intelectual USFQ, y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo quedan sujetos a lo dispuesto en esas Políticas.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma del estudiante: _____

Nombres y apellidos: Diego Marcelo Chanchay Anaguano

Código: 00125065

Cédula de Identidad: 1723486526

Lugar y fecha: Quito, 13 de mayo de 2019

Agradecimientos

Quiero agradecer a mis padres y a mi hermano, por el apoyo incondicional durante toda mi etapa académica, quienes nunca me dieron la espalda y siempre me impulsaron a seguir adelante. A toda mi familia, que son el soporte para cumplir mis sueños y nunca rendirme. A mis amigos más cercanos con quienes compartí nuevas experiencias y me dejaron muchas enseñanzas.

RESUMEN

Las columnas huecas de hormigón reforzado utilizadas en puentes otorgan beneficios estructurales como reducción de la fuerza sísmica, la reducción del peso y consecuentemente la reducción de las fuerzas de cimentación. Sin embargo, dentro del diseño de estas estructuras, es necesario realizar un análisis no lineal debido a que son elementos primarios encargados de resistir el daño y colapso de la estructura bajo cargas gravitacionales y laterales. Por tal motivo, el presente trabajo contempla un estudio que prevé resumir al diseñador las características esenciales de los estados límites de las columnas huecas con una línea de refuerzo en la cara exterior, mediante la propuesta de ábacos de caracterización de rótula plástica. Esta propuesta se construye bajo un trabajo de modelación paramétrica mediante el programa XTRACT, que permite analizar la capacidad y comportamiento no lineal de una sección mediante un análisis momento-curvatura para la identificación de los estados límites en cada nivel de desempeño. Consecuentemente los ábacos de diseño se encuentran simplificados para columnas con f'_c de 35 MPa, 40 MPa y un radio de carga axial de 0.1 y 0.2. Además, de una cuantía longitudinal del 1%, 1.5%, 2 % y una cuantía transversal de 1%, 1.5%, 2%, 2.5% y 3%. Por otro lado, según las características geométricas, para este tipo de columnas se utiliza relaciones espesor-diámetro exterior (t/D), de 0.1, 0.12 y 0.14. Estos ábacos se diseñan en función a los requerimientos que propone el FEMA 356, y los resultados distinguen columnas controladas por flexión y controladas por compresión. Además, se realiza un trabajo de ejemplificación de uso de los ábacos donde se encuentra que los resultados de caracterización de rótula plástica mediante el uso de esta herramienta son exactos con respecto a un proceso de modelación.

Palabras clave: Columna Hueca, Niveles de servicio, ábacos de diseño y modelación paramétrica.

ABSTRACT.

Hollow reinforced concrete columns used in bridges, provide structural benefits such as weight reduction, seismic strength reduction and the foundation forces reduction. However, within the design of these structures, it is necessary to perform a non-linear analysis because columns are primary elements responsible for resisting the damage and collapse of the structure under gravitational and lateral loads. For this reason, the present work contemplates a study that helps to summarize the designer the essential characteristics of the state's limits of the hollow columns with a single layer of reinforcement in the exterior face, by means of the proposal of design abacuses that are normalized according to the levels of structural performance of immediate occupation, vital security and prevention of collapse. This proposal is based on a parametric modeling performed on the XTRACT program, which distinguishes columns for F'_c of 35 Map and 40 Map with an axial load ratio of 0.1 and 0.2. In addition to a longitudinal amount of 1%, 1.5%, 2% and a transverse amount by spirals of 1%, 1.5%, 2%, 2.5% and 3%. On the other hand, according to the geometrical characteristics, for this type of columns, external thickness-diameter (t / D) ratios of 0.1, 0.12 and 0.14 are used. These tables are designed by FEMA 356 requirements and results distinguish columns controlled by flexion and controlled by compression. In addition, a work of exemplification of use of the abacus is carried out where it is found that the results of characterization of plastic hinge by using this tool are accurate with respect to a modeling process.

Key words: Hollow columns, service levels, design tables and parametric analysis

Contenidos

1.	Introducción	17
1.1.	Justificación	17
1.2.	Objetivos	19
1.3.	Metodología	19
2.	Parámetros que gobiernan el comportamiento de las columnas de hormigón	20
2.1.	Aspectos geométricos	20
2.2.	Ductilidad en columnas huecas de hormigón reforzado.	22
2.3.	Comportamiento a flexión y compresión de las columnas huecas	23
2.4.	Configuraciones de acero transversal en las columnas huecas de hormigón.....	26
3.	Métodos de modelación y capacidades de los componentes estructurales	37
3.1.	Características generales del proceso de modelación	37
3.2.	Definición del modelo constitutivo de hormigón confinado y no confinado	40
3.3.	Definición del modelo constitutivo del acero	43
3.4.	Calibración del proceso de modelación	45
3.5.	Procedimiento de la modelación de la columna unidad #3.....	47
3.5.1.	Definición de los parámetros mecánicos de los componentes estructurales..	47
3.5.2.	Definición de las propiedades geométricas, distribución de acero longitudinal y transversal.	48
3.5.3.	Definición de las características mecánicas del hormigón no confinado.....	50
3.5.4.	Definición de las características mecánicas para el hormigón confinado.....	51

3.5.1. Modelo constitutivo del acero	52
3.5.2. Resultados del modelo computacional para una sección hueca.....	53
3.5.3. Definición de la carga axial para el análisis momento curvatura de la sección unidad #3.	55
3.5.4. Procesamiento y Codificación de los resultados para la columna unidad #3.	56
3.6. Definición del rango de las variables T/D, Radio de Carga axial, Cuantía Longitudinal y Cuantía Transversal.....	58
3.7. Ejemplo de modelación y aplicación de diseño para el procesamiento de resultados.	59
3.7.1. Conceptualización de las características geométricas	60
3.7.2. Propiedades del acero transversal y longitudinal	60
3.7.3. Diseño de las propiedades mecánicas de la columna hueca.....	61
4. Niveles de Servicio y correlación con los modelos paramétricos de columnas huecas circulares con una línea de refuerzo transversal y longitudinal en la cara exterior de la columna	63
4.1. Nivel de Ocupación Inmediata.....	64
4.2. Nivel de seguridad de vida.....	65
4.3. Nivel de prevención de colapso.	65
5. Resultados	66
5.1. Metodología de la obtención de los resultados en base al análisis del diagrama momento curvatura para cada sección.	67
5.1.1. Análisis momento curvatura.....	67

5.2.	Ábacos de caracterización de rótula plástica	71
	72
5.3.	Ábacos de modelación en función a los parámetros de niveles de desempeño .	85
5.4.	Ejemplo de uso de los ábacos simplificados de caracterización de rótula plástica.	91
6.	Conclusiones y recomendaciones	98
6.1.	Conclusiones	98
6.2.	Recomendaciones	99
7.	Referencias	101
8.	Anexo A. Combinaciones para la modelación paramétrica de columnas huecas de hormigón.....	103
9.	Anexo B.....	109

Lista de Tablas

Tabla 1. Características de variación experimental en el estudio de Zahn, Park y Priestley 1990.....	28
Tabla 2. Disposiciones de geometría para los especímenes de prueba HF1 Y HF2 (Hoshikuma & Priestley, 2000)	32
Tabla 3. Distribución de acero para los especímenes de prueba (Hoshikuma & Priestley, 2000)	32
Tabla 4. Características mecánicas de acero para los especímenes de prueba (Hoshikuma & Priestley, 2000)	32
Tabla 5. Especificaciones para los rangos de deformación unitaria ϵ_{su} (CALTRANS, 2018)	44
Tabla 6. Especificaciones de los rangos de deformación unitaria ϵ_{su} (CALTRANS, 2018)	44
Tabla 7. Características experimentales de la Columna UNIDAD 3, Zahn, Park & Priestley, 1990.....	46
Tabla 8. Características mecánicas para el modelo de hormigón no confinado la Columna “Unidad 3”	47
Tabla 9. Características mecánicas para el modelo de hormigón confinado la Columna “Unidad 3”	48
Tabla 10. Características mecánicas para el modelo de endurecimiento por deformación del acero para la Columna “Unidad 3”	48
Tabla 11. Propiedades geométricas para la configuración de la columna 1-D4-0.01-30...60	
Tabla 12. Propiedades para la configuración de acero transversal en la columna 1-D4-0.01-30.....	60

Tabla 13. Propiedades para la configuración de longitudinal en la columna 1-D4-0.01-30.	61
Tabla 14. Propiedades del hormigón Inconfinado para la columna 1-D4-0.01-30.....	61
Tabla 15. Propiedades para el hormigón confinado en la columna 1-D4-0.01-30.....	62
Tabla 16. Propiedades para la configuración mecánica del acero longitudinal y transversal en la columna 1-D4-0.01-30.	63
Tabla 17. Definición de los límites CP, LS IO para el análisis del desempeño de las columnas huecas de hormigón con refuerzo en la cara exterior	66
Tabla 18. Referencia de colores para la señalización del momento y curvatura correspondiente a un nivel de desempeño determinado.	70
Tabla 19. Registro de los valores correspondientes al momento y la curvatura experimentada en la capacidad de la sección 1-D4-0.01-30.....	70
Tabla 20. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; 0.1 P/ $f'c$ Ag; t/D=0.1	73
Tabla 21. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; 0.2 P/ $f'c$ Ag; t/D=0.1	74
Tabla 22. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; 0.1 P/ $f'c$ Ag ; t/D=0.1	75
Tabla 23. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; 0.2 P/ $f'c$ Ag ; t/D=0.1	76
Tabla 24. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa; 0.1 P/ $f'c$ Ag ; t/D=0.12	77
Tabla 25. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; 0.2 P/ $f'c$ Ag ; t/D=0.12	78

Tabla 26. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.1 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.12$	79
Tabla 27. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa; $0.2 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.12$	80
Tabla 28. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.1 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.14$	81
Tabla 29. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.2 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.14$	82
Tabla 30. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.1 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.14$	83
Tabla 31. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.2 P/f'c$ Ag ; $t/D=0.14$	84
Tabla 32. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.1	85
Tabla 33. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.2	85
Tabla 34. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.1	86
Tabla 35. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.2	86
Tabla 36. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.1	87
Tabla 37. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.2	87
Tabla 38. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.1	88

Tabla 39. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.2	88
Tabla 40. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.1	89
Tabla 41. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.2	89
Tabla 42. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.14 y radio	90
Tabla 43. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.2	90
Tabla 44. Características de la columna de ejemplificación para uso de los ábacos de caracterización de rótula plástica	92
Tabla 45. Ábacos para $f'c$ 30 y 40 MPa para el caso de ejemplo.	94
Tabla 46. Ábacos decodificados para $f'c$ 30 y 40 MPa para el caso de ejemplo	95
Tabla 47. Ábaco de interpolación para la caracterización de rótula plástica para $f'c$ 35 MPa	95
Tabla 48. Comparación entre el proceso de modelación y el proceso de caracterización por ábacos.....	97
Tabla 49. Combinaciones de modelación para $f'c$ 30000 KPa con t/D 0.1	103
Tabla 50. Combinaciones de modelación para $F'c$ 3000 KPa con t/D 0.12	104
Tabla 51. Combinaciones de modelación para $f'c$ de 30000 KPa con t/D 0.14.....	105
Tabla 52. Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 Kpa y t/D 0.1.....	106
Tabla 53. Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 kPa y t/D 0.12	107
Tabla 54. Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 kPa y T/D 0.14.....	108

Lista de Figuras

Figura 1. Descripción Geométrica de una sección circular hueca	21
Figura 2. Definición de μ en un comportamiento elasto-plástico perfecto (Park, 1988)	23
Figura 3. Correlación del comportamiento de secciones controladas por flexión y compresión con respecto a la posición del eje neutro tras la falla.	24
Figura 4. Mecanismo de confinamiento para una columna sujeta a compresión biaxial (Hoshikuma & Priestley, 2000)	26
Figura 5. Distribución de esfuerzos debido a cargas axiales de compresión en columnas circulares huecas (Zahn, Park, & Priestley, 1990).....	27
Figura 6. Ciclo histérico para el lote #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990).....	30
Figura 7. Ciclo histérico para el lote #2 (Zahn, Park, & Priestley, 1990).....	30
Figura 8. Sección transversal para los grupos experimentales HF1 Y HF2	33
Figura 9 Efecto de acero de refuerzo longitudinal y transversal en las dos caras de la columna hueca (Hoshikuma & Priestley, 2000)	34
Figura 10. Configuración de columna hueca circular mediante acero de refuerzo conectado por enlaces cruzados.	35
Figura 11. Equipo de pruebas experimentales que proporcionan efectos de carga axial y carga lateral (Yeh, Mo, & Yang, 2001)	35
Figura 12. Niveles de carga lateral para la columna PS2-C1 (Yeh, Mo, & Yang, 2001) ..	36
Figura 13. Carga vs desplazamiento para PS1-C (Yeh, Mo, & Yang, 2001)	38
Figura 14. Modelo Esfuerzo-Deformación del concreto confinado y no confinado (Zahn, Park & Priestley, 1990).....	39
Figura 15. Definición del hormigón confinado y no confinado para una sección con estribos	40
Figura 16. Modelo de endurecimiento por deformación del acero	43

Figura 17. Columna unidad #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990)	45
Figura 18. Diagrama momento curvatura desarrollado para la columna unidad #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990).....	46
Figura 19. Diagrama momento curvatura experimental columna unidad 3.....	47
Figura 20. Definición de la geometría de la sección y de la cuantía de acero transversal .	49
Figura 21. Definición del diámetro exterior (De) y de la cuantía de acero longitudinal ...	49
Figura 22. Definición de las propiedades mecánicas del hormigón no confinado.....	50
Figura 23. Definición de las características mecánicas del hormigón confinado	52
Figura 24. Definición de las características mecánicas del acero transversal y longitudinal	53
Figura 25. Modelo computacional preliminar sin discretización de secciones huecas.....	53
Figura 26. Discretización de la sección hueca mediante la eliminación del círculo creado en función del diámetro interior.....	54
Figura 27. Resultado del modelo computacional de la columna de análisis unidad #3.....	55
Figura 28. Definición de la carga axial para el análisis Momento-curvatura en el caso de columna unidad #3.....	56
Figura 29. sección unidad #3, resultados visuales del programa XTRACT.	57
Figura 30. Comparativa entre el Modelo Experimental vs Teórico, columna Unit#3.....	57
Figura 31. Resultado del análisis de capacidad de la sección.	67
Figura 32. Diagrama momento-curvatura para la columna 1-D4-0.01-30	68
Figura 33. Análisis de las fibras representativas para la definición del punto de referencia de los estados límite	68
Figura 34. Visualización del Momento y Curvatura para el punto de análisis $\epsilon_c = 0.003$, correspondiente al nivel de desempeño IO.	69

Figura 35. Relación de caracterización de rótula plástica en base a los niveles de servicio IO, LS, CP (FEMA 356, 2000)	71
Figura 36. Relaciones generalizadas de fuerza vs deformación para elementos de concreto (FEMA 356, 2000).....	72
Figura 37. Caracterización de rótula plástica para 1-B4-0.01-30	91
Figura 38. Diagrama de interacción para capacidad de una columna circular de 1.5m de diámetro para f'_c 35 MPa	93
Figura 40. Diagrama momento curvatura y bilinealización propuesta por XTRACT.....	96
Figura 41. Bilinealización propuesta por los ábacos de caracterización de rótula plástica vs modelación en XTRACT.	96
Figura 42. Programa de diseño y cálculo utilizado para la columna de análisis en la sección 5.3.....	109

1. Introducción

1.1. Justificación

El uso de columnas huecas de hormigón reforzado no se encuentra delimitado por normas de diseño específicas que garanticen un comportamiento óptimo frente a solicitaciones estructurales. No obstante, la investigación en este campo constituye un proceso que ofrece nuevos resultados para identificar conocimientos específicos que permitan comprender el comportamiento de este tipo de estructuras.

Especialmente, los estudios direccionados para conocer el comportamiento de las columnas huecas de hormigón armado comprenden una gama de aplicación en puentes altos. Esto se debe a que, en áreas propensas a terremotos, la estructura hueca reduce la masa y la contribución del peso propio al modo de vibración inercial durante un sismo (Gaikwad & Kannan, 2017).

Relacionado a la dinámica estructural y por ende a los diseños sismorresistentes, es importante, limitar y optimizar la masa de las estructuras. De esta manera se disminuye las fuerzas laterales equivalentes que se producen cuando ocurre un sismo. Esta reducción en la masa se consigue con el uso de columnas huecas de hormigón reforzado, donde se obtiene eficiencia entre las relaciones de resistencia-masa y rigidez-masa (Kim et al., 2013).

Con respecto a los costos que induce la selección de una sección hueca, existe un ahorro significativo en los costos directos debido a la reducción en la cantidad de hormigón durante construcción de secciones huecas. Por otro lado, estas estructuras permiten reducir las dimensiones de las cimentaciones. Debido a la utilización de estructuras más livianas con respecto a columnas de sección completa, las cimentaciones llegan a ser diseñadas para soportar menos carga gravitacional (Gaikwad & Kannan, 2017).

En términos constructivos, la reducción volumétrica que presenta una sección hueca permite reducir la temperatura que se produce por la reacción química del cemento con el agua, en la

producción del hormigón. Esto es fundamental para mitigar los efectos de aparición de fisuras en la estructura y por ende evitar daños estructurales gracias a una reacción Química más controlada (Lee et al., 2015).

Las columnas huecas son estructuras principales que tienen una aplicación significativa en la construcción de puentes. El grado de importancia es tal, que realizar un análisis lineal estático y dinámico no basta en el diseño de estos elementos. Por lo tanto, una práctica recomendada es estudiar el comportamiento no lineal de los elementos estructurales críticos, aplicando modelos no lineales como puede ser los métodos Push-over.

Por lo tanto, en base a un análisis computacional con la ayuda del programa XTRACT, se estudiarán las columnas huecas circulares con una línea de refuerzo transversal y longitudinal en la cara exterior. En base al estado del arte de estas estructuras, métodos de diseño y una correlación de variables con los estados de servicio o desempeño estructural, se procede a realizar ábacos para la caracterización de la rótula plástica de este tipo de columnas. Mediante este resultado se espera que los diseñadores tengan una alternativa de agilizar el proceso de análisis no lineal.

Sin embargo, el comportamiento de estas estructuras es complejo con respecto a las columnas de sección llena. Esto se debe a que se identifican problemas como la compresión prematura en la cara interna, niveles de carga axial limitados, diferentes formas de configuración de acero transversal y capacidad de ductilidad limitada. Estas variables se estudian a lo largo de este trabajo, para encontrar la mejor configuración estructural para este tipo de columnas.

1.2. Objetivos

- Identificar las variables que afectan el comportamiento a flexión de columnas huecas de hormigón reforzado.
- Realizar los modelos numéricos computacionales paramétricos de columnas huecas, considerando el comportamiento no lineal a flexión de las secciones y sus materiales.
- Generar ábacos simplificados para caracterización de rótulas plásticas a flexión.
- Definir los estados límites de IO, LS CP para columnas huecas de hormigón.

1.3. Metodología

- Recopilación del estado del arte de columnas huecas de hormigón en base a publicaciones científicas.
- Generación de un programa de diseño de columnas huecas de hormigón
- Implementación y aprendizaje del programa XTRACT como herramienta para la modelación de columnas huecas de hormigón.
- Proceso validación del programa XTRACT mediante el experimento unidad N° 3, propuesto por (Zahn, Park, & Priestley, 1990). Posteriormente, modelación de columnas huecas de hormigón en base a los parámetros identificados en el Anexo A que corresponden a 180 combinaciones.
- Generación de ábacos que caractericen la rótula plástica e identifiquen los niveles de servicio IO, LS Y CP, mediante el análisis de los resultados de la modelación paramétrica.
- Verificación del uso de los ábacos de caracterización de rótula plástica. Mediante un ejemplo práctico.

2. **Parámetros que gobiernan el comportamiento de las columnas de hormigón**

2.1. **Aspectos geométricos**

La geometría de una sección estructural es un aspecto determinante para garantizar un buen comportamiento dinámico y estático. Del estudio general de columnas de hormigón reforzado, la discretización preliminar consiste en diferenciar dos aspectos fundamentales que son: columnas cortas o columnas largas y esbeltas (Mc Cormac & Brown, 2011). Consecuentemente definir entre estos dos segmentos diferenciados, permite acceder a información valiosa de los modos de falla y de igual manera del modo de deformación frente a solicitaciones de carga. La resistencia de las columnas cortas está gobernada por la geometría de la sección y la resistencia de los materiales, por otro lado, la resistencia de las columnas largas se ve reducida por deflexiones laterales (Nilson, Darwin, & Dolan, 2010). Una columna corta experimenta una menor deformación por flexión frente a una columna larga y esbelta, donde la flexión llega a generar estados límites de resistencia en la sección. Cuando se habla de diseño de columnas para puentes, generalmente se considera una columna de altura considerable, que pueden superar los 100 metros de altura.

Además, dentro de las aplicaciones más comunes de columnas huecas de hormigón reforzado, existen dos tipos de secciones: Circular y rectangular. Esta simplificación en las secciones corresponde simplemente a dinamizar y optimizar los procesos constructivos que conllevan las estructuras huecas, con respecto a las limitaciones del encofrado, colado, vibrado y curado del hormigón.

Consecuentemente, para proyectos de ingeniería de puentes en terrenos montañosos, es más práctico enfocarse en estructuras de sección rectangular hueca, debido a las facilidades de instalación para este tipo de terrenos. Por otro lado, las estructuras de sección circular pueden implementarse de manera cómoda en terrenos planos. Básicamente esto realiza la tarea del

ingeniero en determinar que sección utilizar de acuerdo con los parámetros topográficos y en base a estudios de factibilidad.

Por otro lado, en función de establecer una sección idónea que responda a términos técnicos, las columnas de sección circular hueca permiten una distribución más homogénea de los esfuerzos frente a una columna rectangular. Esto se debe a la eliminación de las esquinas que caracterizan a la sección rectangular y que generan concentraciones de esfuerzos lo cual es perjudicial para el desempeño estructural.

Una sección hueca circular en términos geométricos se conforma por un diámetro exterior y un diámetro interior, donde la razón $\frac{D_i}{D}$ puede ser variable y constituye un parámetro de identificación geométrica. Consecuentemente, muchos investigadores también utilizan la relación $\frac{t}{D}$, donde t es el espesor de la columna y D es el diámetro exterior de la sección hueca.

Esta configuración de la sección estructural infiere que la carga que soporta la columna se distribuye sobre el área bruta (A_g) que corresponde únicamente al área no vacía de la columna.

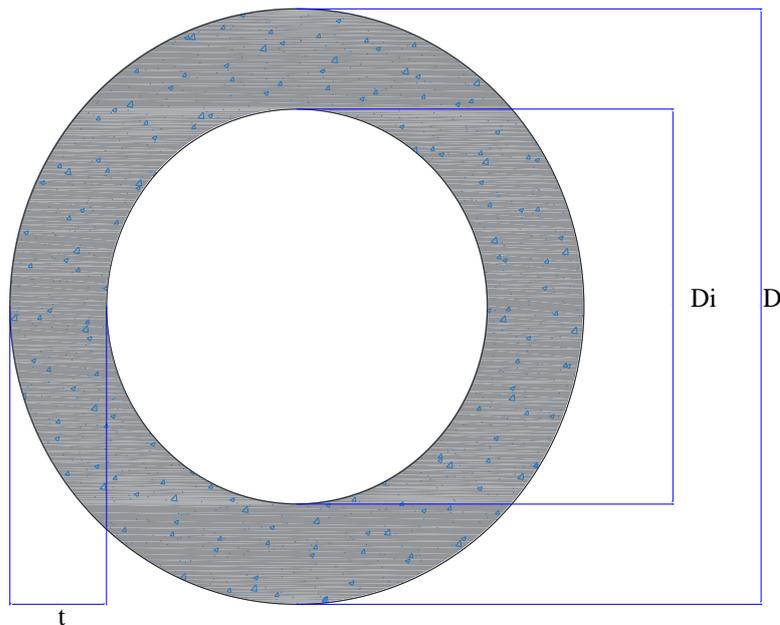


Figura 1. Descripción Geométrica de una sección circular hueca

Cuando se trata de diseños directos en columnas huecas de hormigón reforzado con acero transversal y longitudinal en la cara exterior de la columna, una relación $\frac{D_i}{D}$ hasta 0.7 puede ser un valor referencial acertado para tener comportamientos con ciertos rangos de ductilidad (Zahn, Park, & Priestley, 1990). Sin embargo, una aproximación más exacta, en base a estudios de análisis computacional proporcionan que una relación $t/D = 0.1$ es un valor específico de diseño cuando se requiere obtener columnas con una sola línea de refuerzo transversal. Esto se debe a facilidades en el armado de la columna y constructibilidad. Además, utilizar dos líneas de acero transversal con esta relación t/D de columnas, no incrementará significativamente el confinamiento y puede ser perjudicial debido a que el acero localizado en la cara interior puede generar esfuerzos que trituren el recubrimiento localizado en esa zona (Liang & Sritharan, 2018).

2.2. Ductilidad en columnas huecas de hormigón reforzado.

La ductilidad es una condición que tienen las estructuras debido a las propiedades mecánicas de los materiales, para deformarse más allá del rango elástico disipando energía y sin pérdida de resistencia. Por lo tanto, las columnas se diseñan para desarrollar comportamientos dúctiles frente a eventos extremos, donde las solicitaciones de resistencia y capacidad de deformación se llevan al máximo nivel. El diseño óptimo de columnas dúctiles permite desarrollar niveles de desempeño que logren seguridad vital a los usuarios de estas estructuras.

Bajo este preámbulo, las columnas de hormigón reforzado de sección hueca, dentro de su rango de ductilidad, disipan energía de manera directa debido a la formación de rótulas plásticas cuando se someten a altas solicitaciones de carga lateral y gravitacional.

En 1980 Mander, Priestley y Park en su publicación con respecto al comportamiento de columnas de hormigón armado huecas, analizaron los factores de ductilidad de desplazamiento

$\mu = \frac{\Delta_{Max}}{\Delta_Y}$, donde se define como la relación entre la máxima deformación de una estructura

frente a la deformación cuando ocurre la fluencia que está determinado por el límite entre el rango elástico y plástico.

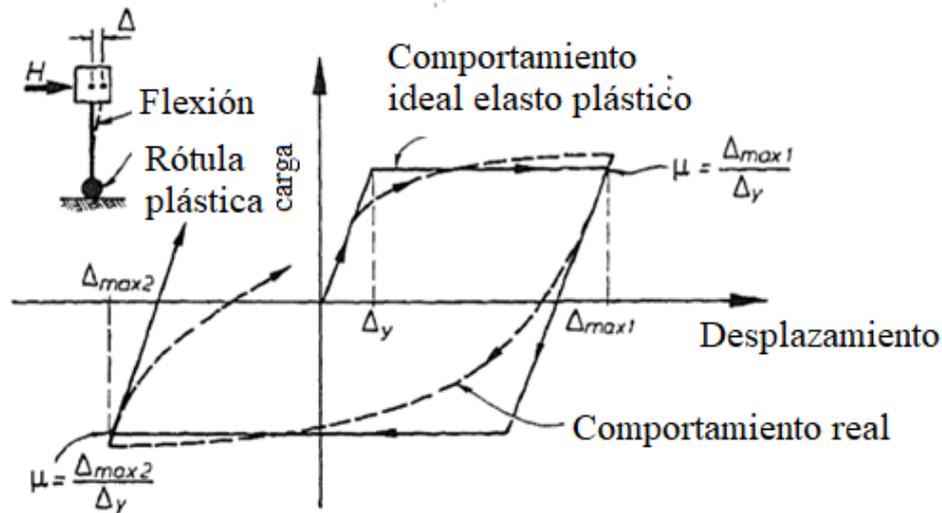


Figura 2. Definición de μ en un comportamiento elasto-plástico perfecto (Park, 1988)

Típicamente este factor se encuentra entre un rango de 3 a 6 para estructuras con comportamientos dúctiles de desplazamiento. Una columna hueca de hormigón reforzado se diseña para estar dentro de este rango, puesto a que, si llegasen a fallar de manera frágil, el colapso de la estructura sería inevitable.

Además, en cuestiones de diseño el límite de ductilidad a desplazamiento, debe considerarse en la cara interna para una deformación unitaria del hormigón bajo compresión de $\epsilon_c = 0.0035$ (Hoshikuma & Priestley, 2000).

2.3. Comportamiento a flexión y compresión de las columnas huecas

Para fines prácticos se considera que las columnas no se encuentran cargadas axialmente de manera perfecta. Durante este proceso siempre existen fenómenos que induzcan cierta flexión por lo cual el diseño debe considerar combinaciones entre carga axial P_u y momentos de flexión M_u (Park & Paulay, 1988, p. 72).

Es importante conocer el comportamiento a flexión de una columna hueca de hormigón. Esto se debe a que los modos de falla dúctiles ocurren cuando la columna es controlada por flexión. Se considera que, para conocer el comportamiento a flexión de columnas huecas de hormigón armado, se puede utilizar un análisis de momento-curvatura monotónico convencional, que es común en la ingeniería de diseño sismo resistente. (Hoshikuma & Priestley, 2000). Esto nos permite evaluar la capacidad a momento de la sección y definir los estados límite que provocan el colapso de la estructura.

Donde, para cuestiones de diseño, se debe considerar 0.005 como el valor de deformación del hormigón debido a la compresión longitudinal del concreto en la cara interna de la columna hueca, este valor conservativo induce a proporcionar niveles de seguridad. Consecuentemente, se determinó que la posición del eje neutro durante la falla estructural de la columna permite conocer si el elemento estructural mantuvo una falla controlada por flexión o controlada por compresión (Hoshikuma & Priestley, 2000).

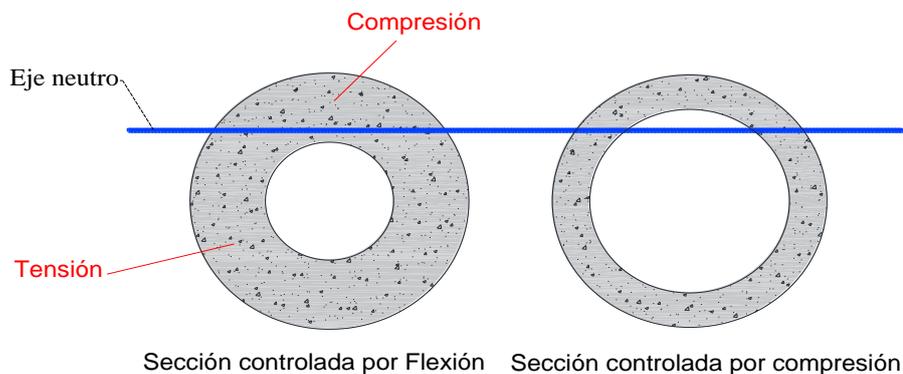


Figura 3. Correlación del comportamiento de secciones controladas por flexión y compresión con respecto a la posición del eje neutro tras la falla.

Cuando una estructura es controlada por compresión, el modo de falla es frágil esto no está permitido para consideraciones sismorresistentes.

La Figura N°3, representa gráficamente la definición de este fenómeno, donde el eje neutro durante la falla de una columna circular hueca al encontrarse dentro de la pared de la sección define un comportamiento controlado por flexión. Por otro lado, cuando el eje neutro durante la falla pasa a través del vacío de la columna, es una sección controlada por compresión.

Bajo esta premisa, una columna controlada por flexión no experimenta daños en la cara interior y por ende su comportamiento detalla buen desempeño con capacidades de disipación de energía. Además, las secciones circulares huecas controladas por flexión, muestran un comportamiento de falla muy similar a una sección circular sólida (Kim, y otros, 2015). Cabe recalcar que mientras el eje neutro se acerque más a la cara interna de la columna, el comportamiento será más dúctil.

Entonces, los principales factores que controlan el comportamiento a flexión durante fallas dúctiles, para columnas de sección circular con refuerzo en las caras exteriores son, el radio de carga axial $\frac{P}{f'c Ag}$, la relación t/D y la cuantía de acero longitudinal, todo esto ligado en función a la resistencia del hormigón a los 28 días $f'c$ y el esfuerzo de fluencia del acero fy (Zahn, Park, & Priestley, 1990). Por otro lado, el acero transversal o de confinamiento, también es una variable importante en todo tipo de columnas, para poder obtener resultados dúctiles, sin embargo, existe cierto grado de complejidad en el análisis de este cuando la sección solo tiene una rama de acero transversal que se encuentra cercana a la cara exterior.

Para definir rangos de ductilidad en el comportamiento a flexión de columnas huecas, una deformación de 0.005 corresponde a un estado límite de deformación en la cara interna de la columna. Además, para términos de diseño se recomienda utilizar un límite de deformación en la cara interna de la columna de 0.0035, este valor conservativo se obtiene tras un análisis experimental donde se observa que la cara interna de las columnas huecas generalmente sufre deformación por compresión prematura (Hoshikuma & Priestley, 2000).

2.4. Configuraciones de acero transversal en las columnas huecas de hormigón

En el año de 1987, Whittaker et al, establece que una columna hueca de hormigón de sección circular en función del acero de refuerzo puede ser comparable con una columna sólida, siempre y cuando el refuerzo transversal sea acoplado y mantenga una distribución apropiada.

Bajo este aspecto varias investigaciones se realizan durante la última década en función de conocer como es el comportamiento de las secciones huecas con respecto a la configuración del refuerzo transversal y longitudinal. El enfoque principal es que la sección hueca por su geometría define una distribución del refuerzo que puede ser cercana a la cara exterior o localizado en ambas caras. Por lo tanto, esta condición es tema de estudio y análisis debido a que define comportamientos estructurales diferentes.

“El refuerzo transversal en las columnas provee resistencia al corte, confina la estructura y evita el pandeo temprano del acero de refuerzo longitudinal” (Zahn et al. 1990). Las columnas huecas se sujetan a una condición de compresión biaxial, que se genera por la compresión longitudinal y por la presión que provoca el acero transversal, esto se puede apreciar en la Figura N°4.

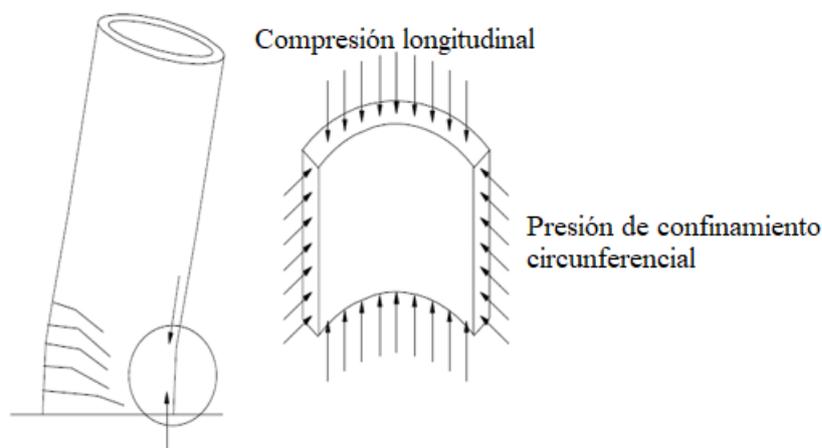
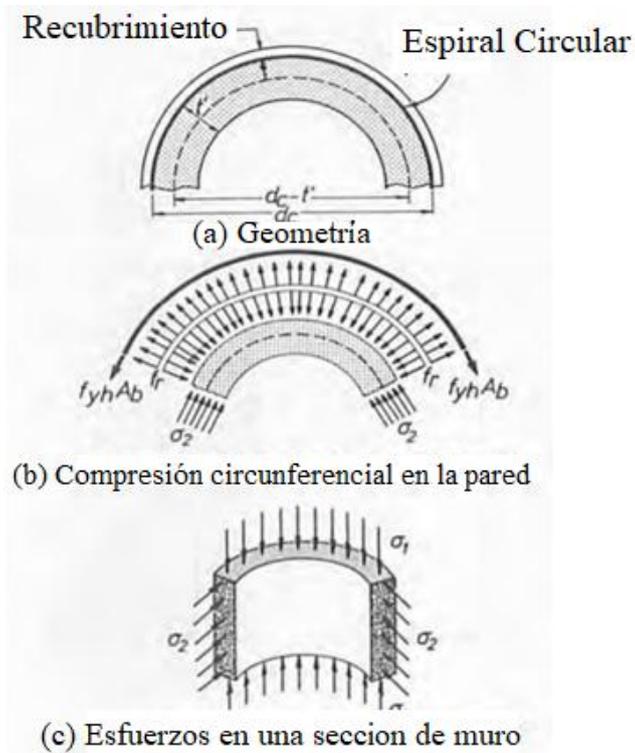


Figura 4. Mecanismo de confinamiento para una columna sujeta a compresión biaxial (Hoshikuma & Priestley, 2000)

La Figura N°5, explica detalladamente el comportamiento biaxial que experimentan las columnas huecas. El refuerzo transversal ejerce una fuerza de confinamiento de manera radial en dirección al vacío de la columna (b). Internamente se genera un esfuerzo axial radial en dirección de la circunferencia que conforma la pared de la sección este comportamiento provoca el confinamiento. Además, las columnas soportan esfuerzos de compresión en dirección longitudinal, que sumado al efecto del confinamiento genera el estado de compresión biaxial que se aprecia en el inciso (c) de la Figura N°5. Cuando se utiliza acero transversal únicamente en la cara exterior de la columna, el efecto de confinamiento es máximo en las fibras de hormigón cercanas a la cara exterior y disminuye su efecto en las fibras cercanas a la cara interna. Por lo tanto, esto influye en la resistencia del hormigón a soportar compresión en la cara interior por lo cual la falla por aplastamiento en esta cara es un estado límite para el comportamiento a flexión de una columna hueca.



v

Figura 5. Distribución de esfuerzos debido a cargas axiales de compresión en columnas circulares huecas (Zahn, Park, & Priestley, 1990)

El primer caso de estudio contempla ubicar el acero de refuerzo longitudinal y transversal con una configuración cercana a la cara exterior de la columna. Al estudiar los efectos de esta configuración de manera teórica y experimental, las variables de estudio fueron el radio hueco y el radio de carga axial. Bajo estas configuraciones, el acero de refuerzo transversal que sirve de confinamiento de la pieza trabaja cuando se empieza a restringir deformaciones transversales que son producto de los esfuerzos de compresión longitudinal. Esto sucede cuando el recubrimiento empieza a triturarse. Sin embargo, bajo estas configuraciones, el acero transversal aporta mayor capacidad de ductilidad, cuando se tenga control en el nivel de radio de carga axial establecido y que las cuantías longitudinales fluyan antes de que el hormigón en la cara interior se triture.

Para el caso de estudio que ejecuta (Zahn, Park, & Priestley, 1990), se contempla evaluar 6 tipos de columnas huecas circulares bajo carga axial constante y carga cíclica transversal que cause flexión. Consecuentemente se considera dos variables para este experimento, (a) el radio hueco y (b) el radio de carga axial $\frac{P}{f'c \times Ag}$

Tabla 1. Características de variación experimental en el estudio de Zahn, Park y Priestley 1990

Bajas solicitaciones de carga axial						Altas solicitaciones de carga axial					
Lote	$\frac{Di}{D}$	Espesor (mm)	ρl (%)	ρtr (%)	$\frac{P}{F'c \times Ag}$	Lote	$\frac{Di}{Do}$	Espesor (mm)	ρl (%)	ρtr (%)	$\frac{P}{F'c \times Ag}$
1	0.53	90	2.56	1.13	0.08	2	0.53	90	2.56	1.36	0.40
3	0.63	75	2.56	1.13	0.1	4	0.63	75	2.56	1.36	0.22
5	0.73	55	2.56	1.13	0.12	6	0.73	55	2.56	1.36	0.12

* ρl corresponde a la cuantía longitudinal con referencia a una sección sólida de diámetro exterior D

* ρtr corresponde a la cuantía transversal con referencia a una sección sólida de diámetro exterior D

En la Tabla N°1, se aprecia un resumen de las características experimentales de la investigación de Zahn, Park y Priestley en 1990. Cada lote representa una columna que varía en función de la geometría y relaciones de carga axial.

Bajo estas condiciones la cuantía de acero longitudinal con respecto a cálculos en función al diámetro exterior fue constante con un valor de 2.56 %. Sin embargo, con respecto al acero transversal se utilizó una cuantía variable que estaba en función del radio de carga axial, pues se espera que mientras la carga axial es mayor, se debe aumentar la calidad del hormigón, entonces al aumentar la cuantía transversal se incrementa el confinamiento. Para bajas solicitaciones se utiliza un valor de 1.13 y para altas solicitaciones 1.36. Estos porcentajes son cuantías con respecto al área bruta, es decir sin la sección vacía.

El comportamiento óptimo y de mejores resultados, fueron los lotes #1, #3 y #5. Con respecto a los lotes de prueba se correlacionó el comportamiento en función de una visualización de la posición del eje neutro después de la falla donde se discretizó los casos con fallas controladas por flexión y compresión.

Esto quiere decir que, para el caso más favorable, el lote #1, su eje neutro se encontró parcialmente dentro de la sección bruta; mientras que en el lote #4, se encontraba muy cerca a la cara interior. Por otro lado, bajo las configuraciones descritas en la tabla #1, los lotes # 2, #4 y #6 presentaron un comportamiento frágil, puesto que su capacidad de rotación se vio muy limitada y el fallo del hormigón en las caras interiores superó fácilmente un grado de deformación de 0.008.

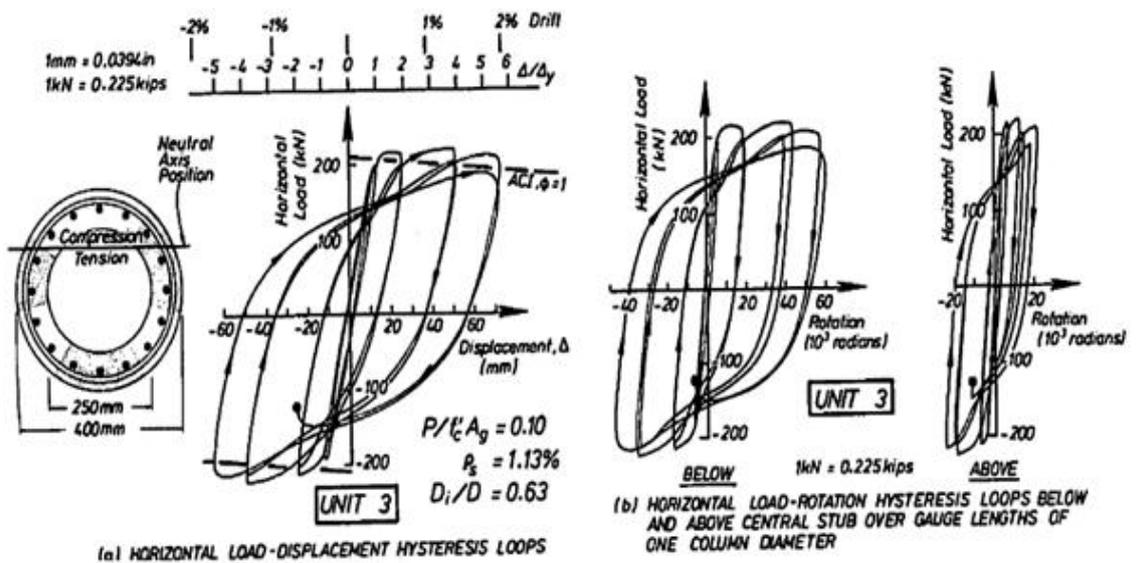


Figura 6. Ciclo histerético para el lote #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990)

La Figura N° 6 representa el comportamiento histerético de la columna Unidad 3. Se aprecia que el comportamiento es dúctil, debido a la buena segmentación de las curvas que indican los ciclos de carga y descarga de la columna y de igual manera la capacidad de disipación de energía.

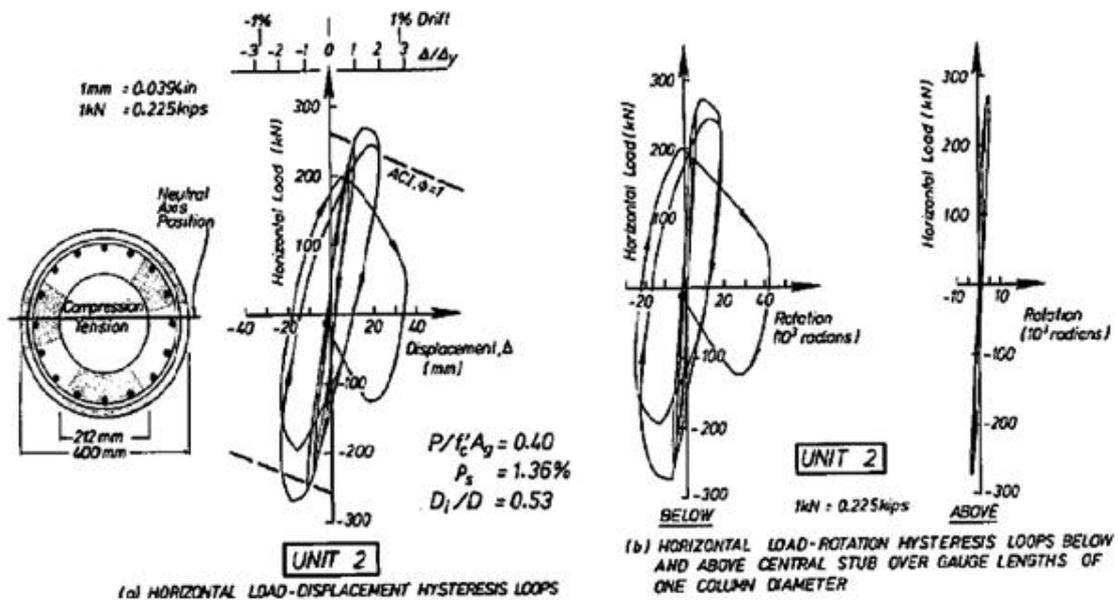


Figura 7. Ciclo histerético para el lote #2 (Zahn, Park, & Priestley, 1990)

La Figura N° 7, define el comportamiento histerético de la columna 2. Por la naturaleza de los diagramas de histéresis tanto de desplazamiento como rotación, que se registraron como

resultados de los experimentos se observa que para este caso el comportamiento no es dúctil ya que las curvas no son homogéneas y tampoco se aprecia una disipación de energía como en la columna de la Figura N°7. Evidentemente con esto se concluye que mientras más cercano se encuentre el eje neutro a la cara interior de la sección, el comportamiento de la columna se espera que sea dúctil. Consecuentemente, tal y como se demostró en el proceso experimental, “esto se puede obtener con baja carga axial, un porcentaje moderado de refuerzo longitudinal y un espesor de pared razonable” (Zahn, Park, & Priestley, 1990).

Consecuentemente, estructuras con una configuración de acero transversal ubicada cerca de la pared exterior, exhiben comportamientos dúctiles cuando los esfuerzos de compresión que se producen en la cara interior son bajos. Entonces, este fenómeno define que se debe controlar el nivel de carga axial para evitar que durante la falla el eje neutro se ubique dentro del área hueca de la columna.

(Hoshikuma & Priestley, 2000) realizan un experimento con una configuración de refuerzo longitudinal agrupado y espirales de acero posicionado en la capa exterior de las columnas huecas de hormigón. Para dicho experimento utilizan modelos experimentales Quasi-Estáticos al igual que Zahn, Park y Priestley. Bajo este parámetro ellos someten dos especímenes de prueba denominados HF1 Y HF2, bajo carga axial constante y carga lateral cíclica.

En la Tabla N° 2, se aprecia un resumen de las características de estudio que se investigan experimental y teóricamente.

Tabla 2. Disposiciones de geometría para los especímenes de prueba HF1 Y HF2 (Hoshikuma & Priestley, 2000)

Especificación	HF1	HF2
Longitud de la columna (mm)	6528	6528
Diámetro Exterior (mm)	1524	1524
Diámetro Interior (mm)	1245	1245
Relación Hueca	0.82	0.82

Tabla 3. Distribución de acero para los especímenes de prueba (Hoshikuma & Priestley, 2000)

Especificación	HF1	HF2
Refuerzo longitudinal	2 # 4	2#6
$\rho_{longitudinal}$ (%)	1.45	3.18
Diámetro del Refuerzo (mm)	6.35	6.35
Recubrimiento (mm)	19	16

Tabla 4. Características mecánicas de acero para los especímenes de prueba (Hoshikuma & Priestley, 2000)

Tipo de Acero	Fy (MPa)	Fu (MPa)	Es (GPa)
Longitudinal #4	427	700	185
Longitudinal #6	444	738	192
Espirales	625	820	175

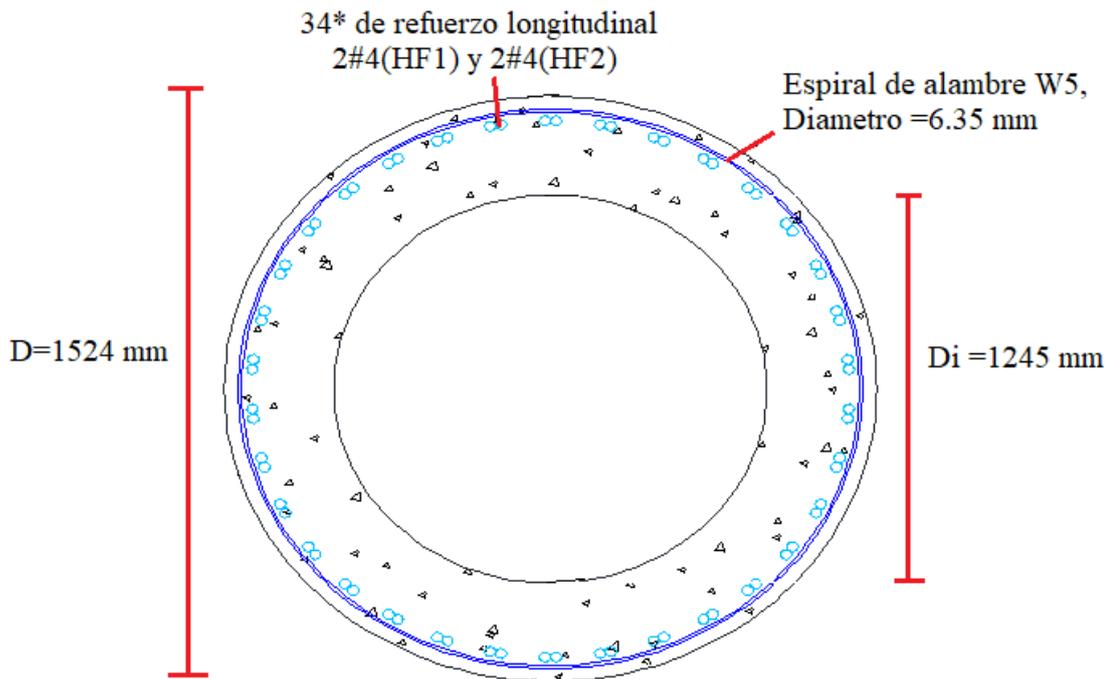


Figura 8. Sección transversal para los grupos experimentales HF1 Y HF2

Ellos definen el estado de falla en las columnas huecas de hormigón armado cuando la deformación en el concreto en la cara interior alcanza 0.005 y además concluyen que el eje neutro durante la falla se encuentra dentro de la sección vacía para condiciones altas de radio hueco y refuerzo longitudinal.

También se realizan estudios con acero longitudinal y transversal en las caras exteriores e interiores de la sección sólida de una columna hueca. Sin embargo, bajo esta configuración, como se aprecia en la Figura N° 9, el refuerzo interior empuja y desplaza el recubrimiento además de incrementar el esfuerzo de compresión en la cara interna de la columna. Este comportamiento es perjudicial antes que beneficioso ya que acelera el aplastamiento del hormigón en la cara interna (Hoshikuma & Priestley, 2000).

Consecuentemente, estas columnas tienen ventaja de facilidad de construcción, la configuración del acero tanto trasversal como longitudinal generan un armado sencillo que permite una reducción de costos.

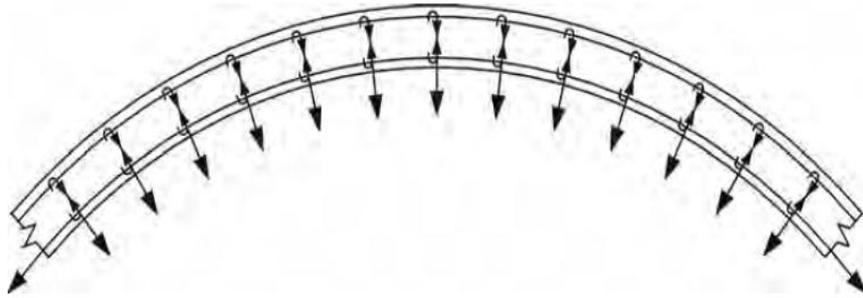


Figura 9 Efecto de acero de refuerzo longitudinal y transversal en las dos caras de la columna hueca (Hoshikuma & Priestley, 2000)

Por otro lado (Yeh, Mo, & Yang, 2001), estudian el efecto de columnas circulares huecas con refuerzo longitudinal y transversal en las dos caras exterior e interior, pero con la utilización de enlaces cruzados que amarren los refuerzos transversales y longitudinales de tal manera que se considera la hipótesis de que el confinamiento sea más efectivo, debido al encamisado de más áreas de hormigón confinado. El estudio que se realiza para el análisis del comportamiento a flexión de este tipo de columnas es debido a la implementación de nueva tecnología para los nuevos proyectos de trenes de alta velocidad en Taiwán, donde se seleccionó en el año 2002 que la sección y configuración transversal sea la misma de la Figura N°10.

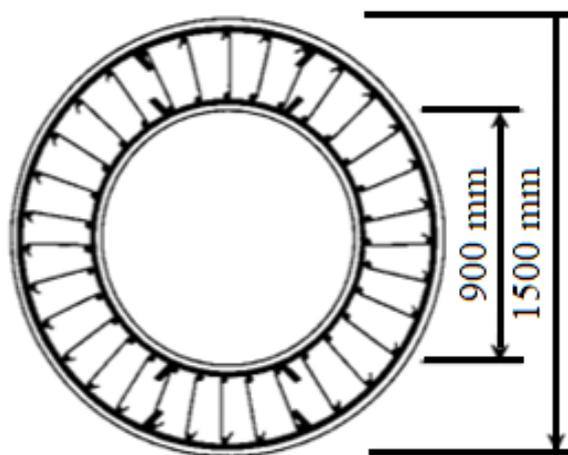


Figura 10. Configuración de columna hueca circular mediante acero de refuerzo conectado por enlaces cruzados.

Bajo estas características se realiza un análisis experimental mediante un sistema de testeo Quasi-estático, el cual es común para el análisis de este tipo de columnas. Por lo tanto, se aplicó carga axial constante y una carga lateral cíclica en la parte superior de la columna, para visualizar la disipación de energía y los modos de falla frente a un sistema de fatiga. En la Figura N° 11 se observa el equipo experimental que se utiliza para recrear este fenómeno.

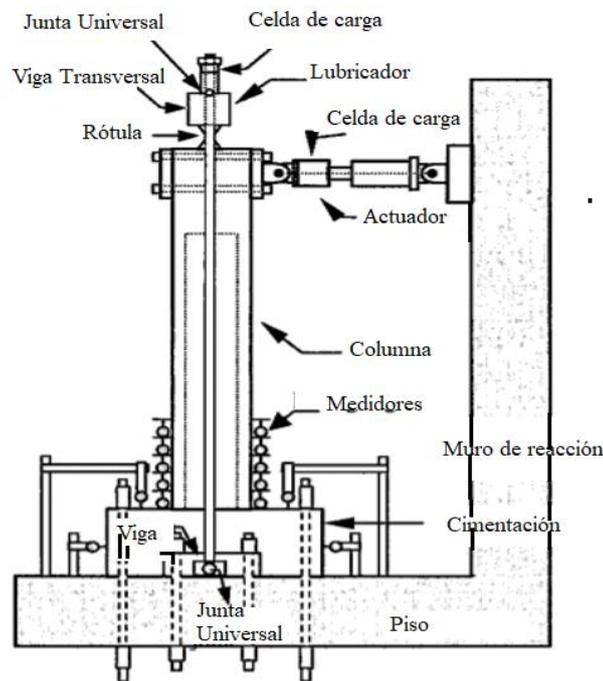


Figura 11. Equipo de pruebas experimentales que proporcionan efectos de carga axial y carga lateral (Yeh, Mo, & Yang, 2001)

Los investigadores colocan a prueba tres columnas típicas de sección circular hueca que se utilizaron en diversos proyectos en Taiwán. Sin embargo, la que dio mejores resultados fue el lote PS1-C. Esta columna tiene la configuración transversal de Figura N° 10 y fue sometida a una carga axial constante de 361 tnf, con un radio de carga axial de 0.101. La carga lateral fue aplicada a través de una célula de carga apoyada sobre un muro de reacción. Donde los niveles de carga lateral se traducen en el comportamiento definido por la Figura N° 12

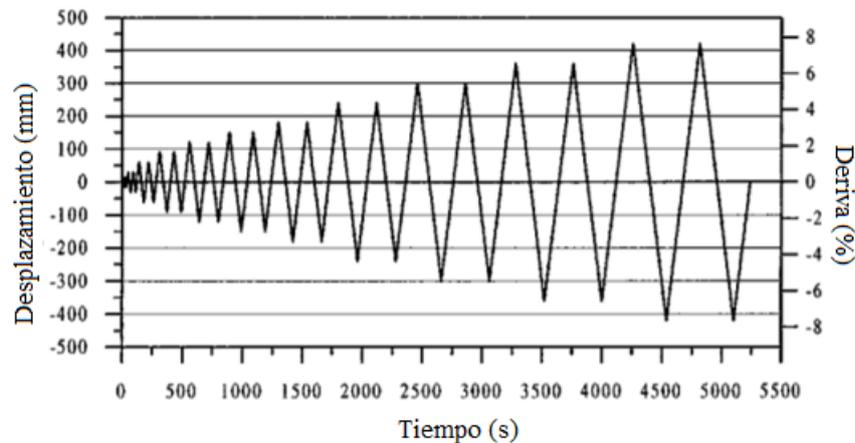


Figura 12. Niveles de carga lateral para la columna PS2-C1 (Yeh, Mo, & Yang, 2001)

Los resultados que arroja esta configuración experimental, en primer lugar, se analizaron en función de los modos de falla para esta columna. Diseñada mediante la norma ACI 1995, con una suficiente cuantía de acero transversal genera un radio de ductilidad a desplazamiento de 9.9, donde el comportamiento a flexión domina el estado último de la columna. De manera experimental se observa que la columna disipa energía tanto como pudo hasta que fallo el acero de refuerzo longitudinal en la base de la columna, por un fenómeno de fatiga que ocasiono pandeo en las varillas. Este tipo de falla puede reducirse disminuyendo el espaciamiento entre refuerzo transversal (Yeh, Mo, & Yang, 2001).

Bajo el análisis del comportamiento experimental del lote PS1-C, se encuentra correlaciones entre los modelos analíticos propuestos por los investigadores frente a un análisis de los resultados experimentales. (Yeh, Mo, & Yang, 2001), encontraron que, para columnas huecas controladas por flexión, con amplios niveles de ductilidad que generen una buena disipación de energía en el comportamiento de su rotula plástica, los modelos propuestos son muy cercanos a la realidad.

Ahora, bajo las condiciones propuestas como doble configuración de acero transversal y longitudinal mediante el uso de estribos cruzados, se considera que se producen valores

eficientes y efectivos en los comportamientos de desempeño cuando existen rangos $\frac{t}{D}$ entre 0.125-0.2 (Liang & Sritharan, 2018). Ahora, si bien este tipo de configuración de columnas provee óptimos resultados en cuanto al desempeño estructural, la complejidad del armado y las consideraciones constructivas que resulta el utilizar enlaces transversales, encarece la construcción. Esto también se debe a las dificultades en encontrado y colado del hormigón, donde se necesita mayor laboriosidad para poder cuidar la calidad del hormigón y no generar daños estructurales por temas constructivos.

Entonces, la alternativa mas sencilla y practica es el uso de columnas huecas con acero trasversal en la cara exterior. Por lo tanto, a continuación, se procederá a realizar el proceso de caracterización de rótula plástica para este tipo de columnas en función a las consideraciones teóricas que se analizan durante este capítulo.

3. Métodos de modelación y capacidades de los componentes estructurales

3.1. Características generales del proceso de modelación

Para el proceso de modelación de columnas huecas de hormigón, se utiliza el programa XTRACT, desarrollado por la empresa TRC, el cual permite realizar un análisis no lineal de la capacidad a flexión en función de su capacidad de rotación de rótula plástica, mediante un análisis de momento- curvatura. Este programa permite modelar una sección y posteriormente analizar su capacidad de soportar carga, en base a un enmallado de fibras donde cada una tiene un diagrama esfuerzo- deformación. Esta ventaja, permite evaluar bajo un estado de carga, las deformaciones de cada fibra y poder relacionar con respecto al nivel de curvatura de toda la sección. Esto es importante ya que los estados límite para el análisis en base a los niveles de servicio que se explica más adelante, están en función de un grado de deformación unitaria del hormigón y del acero longitudinal.

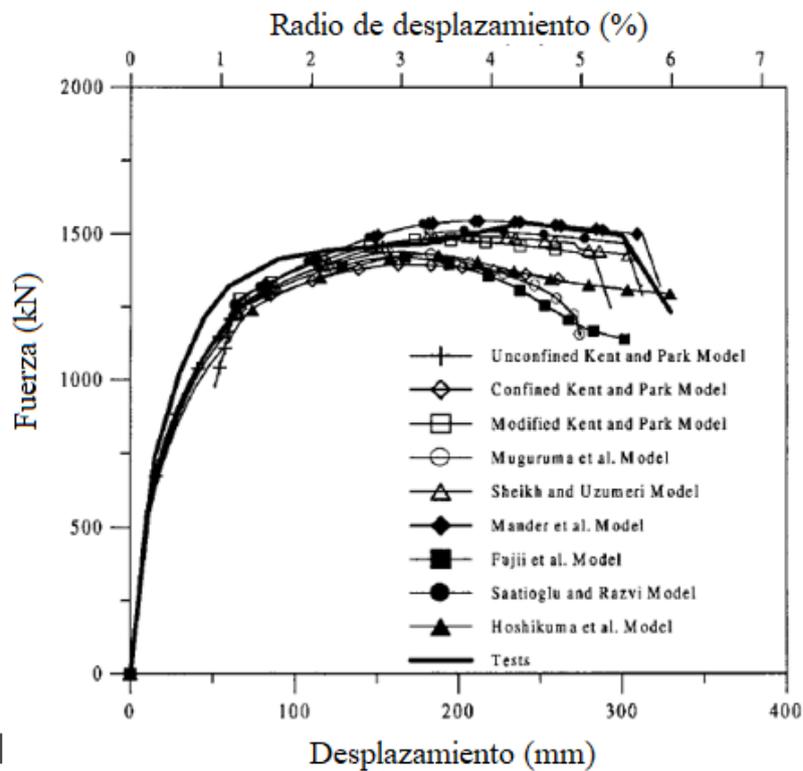


Figura 13. Carga vs desplazamiento para PS1-C (Yeh, Mo, & Yang, 2001)

En base a estudios realizados por Yeh, Mo, & Yang en el año 2001 de columnas de sección circular hueca con acero de refuerzo longitudinal en ambas caras de la columna, conectados por enlaces; se realiza diversas correlaciones entre diferentes modelos constitutivos de hormigón que explican la teoría de hormigón confinado, en función del comportamiento de cada modelo teórico frente a resultados experimentales. Como se aprecia en la Figura N° 13, el modelo de Mander es el que se ajusta de mejor manera al comportamiento experimental de una columna hueca. De esta manera el análisis de este tipo de columnas se simplifica y por ende proporcionar resultados cercanos a los experimentales.

El análisis esfuerzo deformación que propone este modelo, está directamente relacionado con la influencia del acero de refuerzo transversal. Dependiendo de la configuración del acero

que puede ser mediante espirales y estribos transversales, se pueden obtener dos curvas de esfuerzo deformación posibles que son para hormigón confinado y hormigón no confinado.

Por lo tanto, para la ejecución de las modelaciones se utilizara el modelo simplificado de Mander para hormigón confinado, en función del diseño y validación de la modelación.

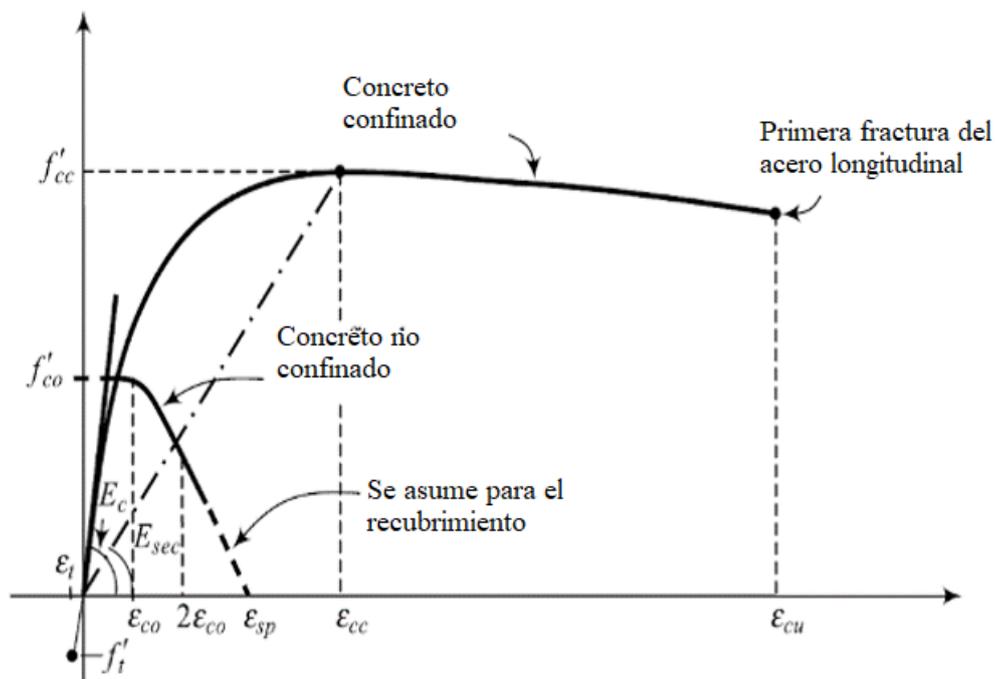


Figura 14. Modelo Esfuerzo-Deformación del concreto confinado y no confinado (Zahn, Park & Priestley, 1990).

Las características que provee el hormigón confinado es aumentar la capacidad de resistencia de la sección frente esfuerzos de flexión y compresión de tal manera que se permita una capacidad de deformación mayor. Esto responde a la relación de Poisson, donde el hormigón a ser deformado mediante carga axial tiende a expandirse en dirección radial. Sin embargo, el refuerzo transversal evita dicha expansión aumentando en sí las características mecánicas del hormigón. Consecuentemente, la ductilidad y la resistencia son factores fundamentales en este tipo de elementos estructurales. Como se establece anteriormente el

acero de refuerzo transversal provee de confinamiento a la sección y si se logra buenas condiciones de confinamiento, se puede obtener incrementos en la resistencia y ductilidad de la pieza estructural.

Para esta configuración, al considerar que el confinamiento decrece mientras nos alejamos del refuerzo trasversal en la cara exterior, es importante recalcar que si mantenemos la relación cercana a $t/d=0.1$, obtenemos resultados satisfactorios con un análisis de secciones circulares solidas equivalentes, donde se mantengan las mismas dimensiones exteriores, área y cuantías excluyendo la parte vacía de la sección hueca.

3.2. Definición del modelo constitutivo de hormigón confinado y no confinado

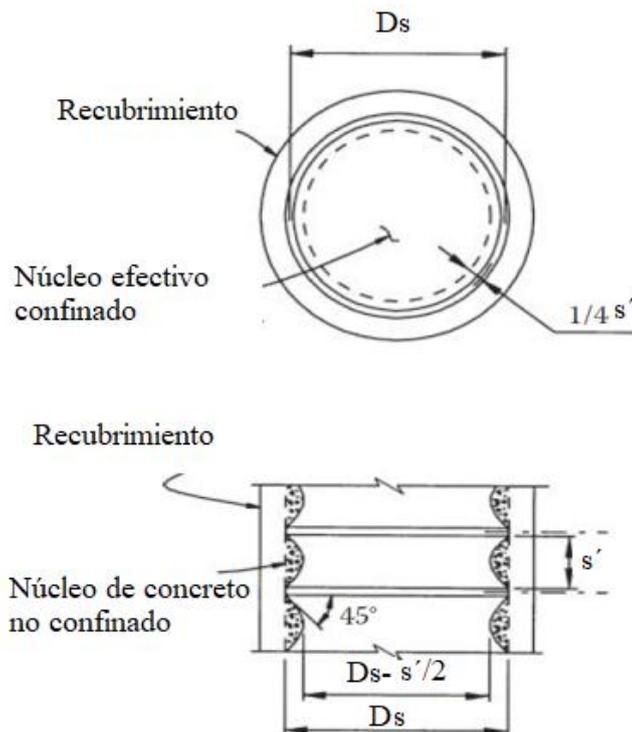


Figura 15. Definición del hormigón confinado y no confinado para una sección con estribos

Como se aprecia en la Figura N°15, el recubrimiento es hormigón no confinado y eventualmente durante el proceso de carga cíclicas, es ineficiente para tener un rango de deformación dúctil. Por otro lado, el núcleo confinado, que se encuentra dentro del estribo o

espiral, puede continuar soportando altos esfuerzos y deformaciones. Esto responde al principio que especifica que la capacidad a flexión de una columna es dependiente de la contribución del concreto para poder redistribuir los esfuerzos a compresión aumentando su capacidad de resistencia (Mander, Priestley, & Park, 1988).

El proceso de diseño del Modelo de hormigón confinado de Mander implica calcular los picos de resistencia y deformación unitaria tanto para hormigón no confinado y hormigón confinado, tal y como se aprecia en la Figura N° 14.

La resistencia máxima confinada f'_{cc} , se calcula de la siguiente manera:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(2.254 \times \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_{1'}}{f'_{co}}} - \frac{2f'_{1'}}{f'_{co}} - 1.254 \right) \quad (3 - 1)$$

$$f' = K_e \frac{1}{2} \rho_s f_y h \quad (3 - 2)$$

Donde:

f'_{co} , corresponde a la resistencia a la compresión del hormigón no confinado., donde $f'_{co} = 0.85 f'_c$ (Zahn, Park, & Priestley, 1990).

f' = Corresponde al confinamiento lateral efectivo

f_{yh} = resistencia a la fluencia del acero transversal

K_e = Corresponde a una constante ≤ 1 . A pesar de que, para diseño de columnas circulares, generalmente $K_e = 0.9$, para columnas huecas de hormigón reforzado con una línea de refuerzo transversal, se define $K_e = 0.6$ (Hoshikuma & Priestley, 2000).

El esfuerzo de confinamiento lateral f' , es menor en columnas huecas que en secciones circulares sólidas. Esto se debe evidentemente al vacío de la sección hueca y debido a los altos

esfuerzos de compresión que soporta la cara interna de la sección. Por lo tanto, al usar un factor $K_e = 0.6$, se está considerando esta reducción en el confinamiento lateral en un estado de carga biaxial.

Por otro lado, con respecto a las deformaciones del hormigón para cada etapa específica de la curva Esfuerzo deformación, se obtienen las siguientes expresiones que se utilizarán para el diseño de columnas huecas con refuerzo longitudinal y transversal en la cara exterior.:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + R \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (3 - 3)$$

Donde:

ε_{cc} = deformación unitaria del hormigón en el pico cuando se llega a la resistencia máxima del hormigón confinado f'_{cc}

ε_{co} = deformación unitaria del hormigón en el pico cuando se llega la resistencia máxima del hormigón no confinado f'_{co} . Típicamente 0.002.

R = Constante que varía en función del comportamiento del hormigón, ya sea se encuentre en compresión biaxial o triaxial. Para el caso de compresión Biaxial, Pecknold y Darwin en 1977, establecen en función de sus estudios de hormigón en compresión biaxial que un valor de $R = 3$ es seguro usar para cuestiones de diseño.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{0.6 \rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} \quad (3 - 4)$$

Donde:

ε_{cu} , es la deformación unitaria máxima del hormigón al llegar al estado de falla.

ε_{su} = La deformación unitaria máxima que puede soportar el acero de un espiral o un estribo transversal.

3.3. Definición del modelo constitutivo del acero

La modelación del acero de refuerzo que se considera en los criterios de diseño sismo resistente debe ser capaz de poder distinguir las etapas lineales y no lineales del material. Estas se consideran, la etapa elástica del material, el punto de fluencia del acero, y el rango de endurecimiento por deformación (AASHTO, 2017). Estos requerimientos se constituyen esenciales para realizar una conceptualización del acero de refuerzo y analizar las etapas críticas que afectan el desempeño del confinamiento del hormigón.

El endurecimiento por deformación del acero responde a una condición macroscópica de este material por sufrir deformaciones plásticas. El efecto principal es generar una mayor densidad de dislocaciones del material que alrededor genere una resistencia mecánica debido a la forma que toma la ruptura del material (Serrano, 2013).

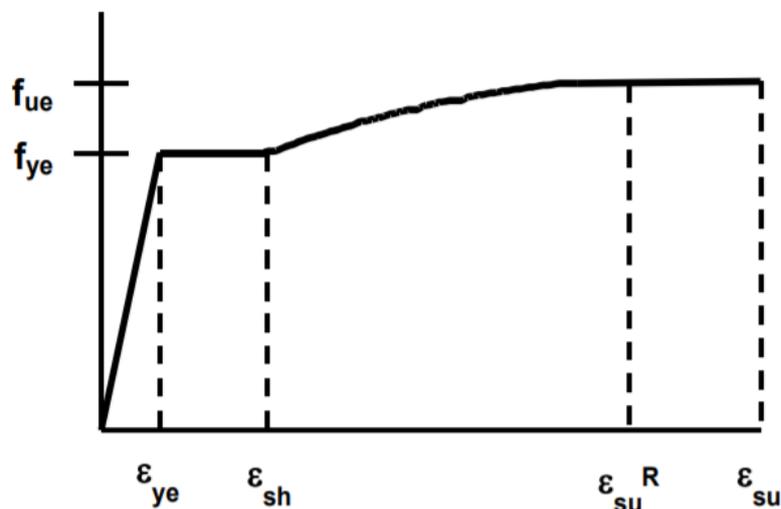


Figura 16. Modelo de endurecimiento por deformación del acero

En la figura #10, se puede apreciar la curva esfuerzo vs deformación del acero que se utiliza en el diseño de columnas de hormigón reforzado en puentes (CALTRANS, 2018). Se puede distinguir cuatro puntos importantes con respecto a las deformaciones que son:

ϵ_{ye} = Deformación unitaria correspondiente en la cual el acero empieza a fluir.

ϵ_{sh} = Deformación unitaria en la cual el acero entra al punto de endurecimiento por deformación.

ϵ_{suR} = Deformación unitaria última reducida en un 30% de ϵ_{su}

ϵ_{su} = Deformación unitaria última del acero cuando el esfuerzo de empieza a disminuir al aumentar la tensión y acercarse a la fractura.

El valor de ϵ_{su} y ϵ_{sh} varía en función del diámetro de la varilla que se utilice para el diseño, donde el acero que se utiliza se encuentra tabulado para una resistencia F_y de 420 MPa (CALTRANS, 2018).

Tabla 5. Especificaciones para los rangos de deformación unitaria ϵ_{su} (CALTRANS, 2018)

ϵ_{su}	Especificación
0.120	Varillas #10 o menores
0.09	Varillas # 11 o mayores

Tabla 6. Especificaciones de los rangos de deformación unitaria ϵ_{sh} (CALTRANS, 2018)

ϵ_{sh}	Especificación A_s [in ²]
0.0125	$0.85 < A_s \leq 1.15$
0.0115	$1.15 < A_s \leq 1.80$
0.0075	$1.80 < A_s \leq 3.00$
0.005	$A_s > 3.00$ in ²

3.4. Calibración del proceso de modelación

Para la calibración y fiabilidad de los modelos desarrollados en XTRACT, se procede a replicar el experimento realizado por Zahn, Park & Priestley en 1990 con respecto a su estudio de resistencia a la flexión y ductilidad para columnas huecas circulares, publicado en el ACI Structural Journal 1990. Se utiliza la unidad 3 de estudio, correspondiente a una columna hueca circular cuyas dimensiones y características técnicas se resumen en la Tabla N°7 y Figura N°13

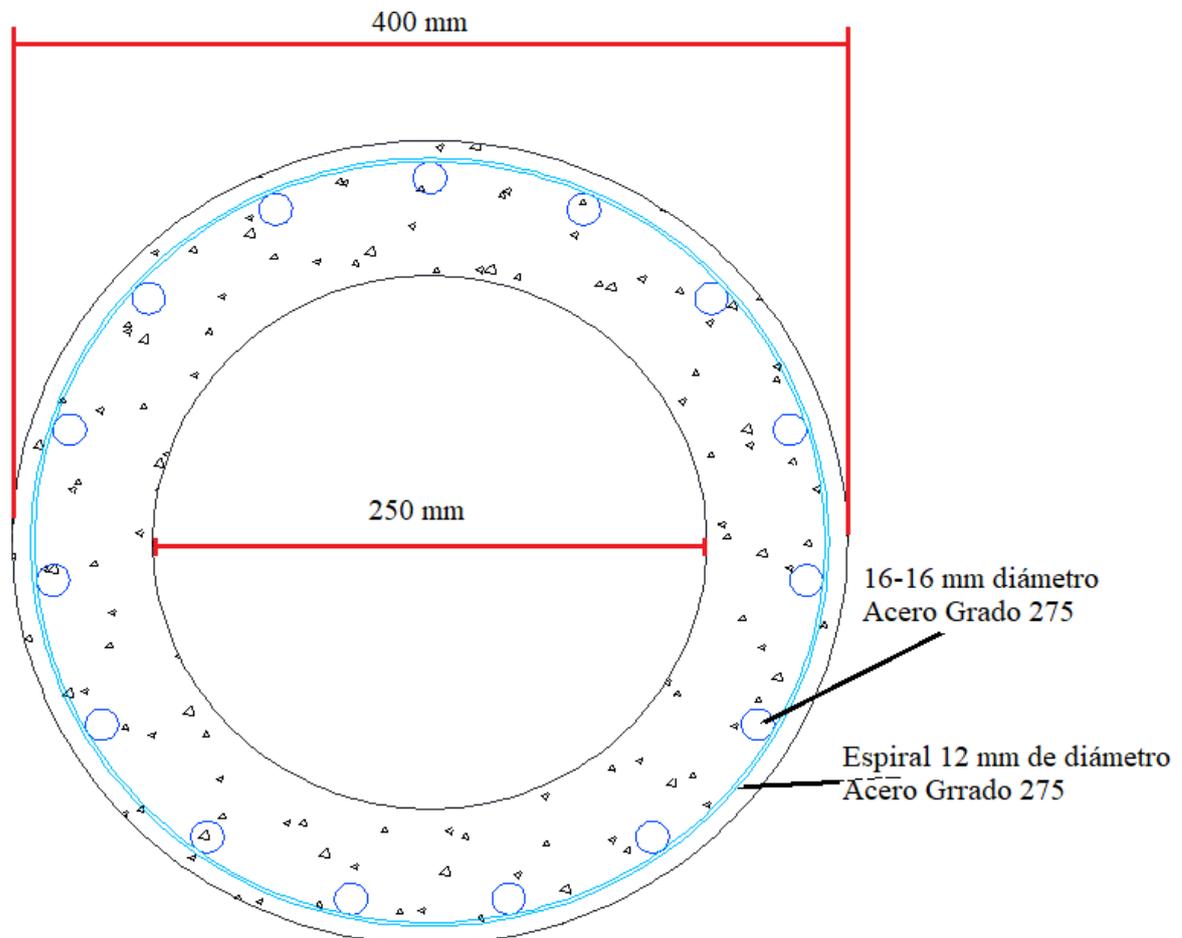


Figura 17. Columna unidad #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990)

Tabla 7. Características experimentales de la Columna UNIDAD 3, Zahn, Park & Priestley, 1990.

Descripción	Magnitud	Unidades
f'c 28 días	29.6	MPa
Diámetro Exterior	400	mm
Diámetro Interior	250	mm
Radio de carga axial	0.1	----
Carga axial	224.96	kN
ρ Longitudinal hueca	4.2	%
ρ Transversal hueca	2.18	%
S	7.5	mm
Acero longitudinal	16 Ø16	mm
Diámetro del Espiral	12	mm

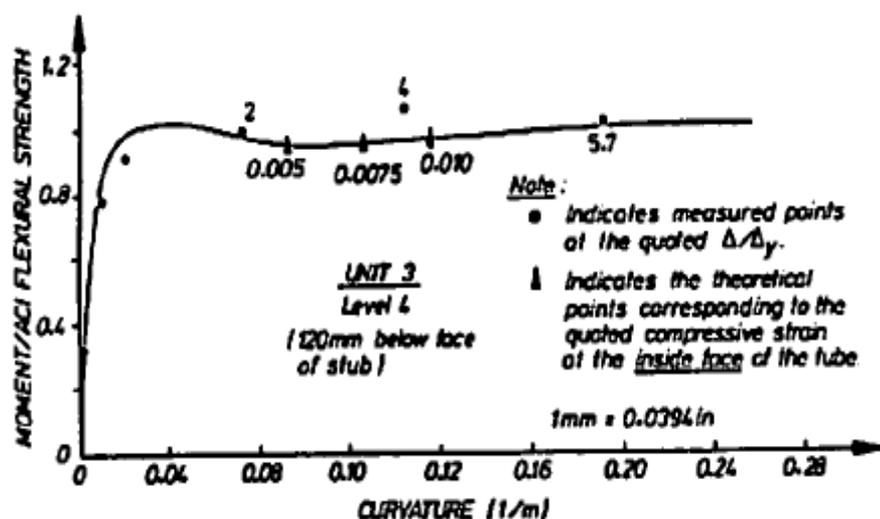


Figura 18. Diagrama momento curvatura desarrollado para la columna unidad #3 (Zahn, Park, & Priestley, 1990)

La Figura N°18 representa el resultado experimental para la columna unidad N°3, establecida en la publicación del Journal Structural en 1990. Por lo tanto, a continuación, en la Figura N°19 se observa la codificación del resultado de (Zahn, Park, & Priestley, 1990), para comparar con los resultados del proceso de modelación mediante el programa XTRACT.

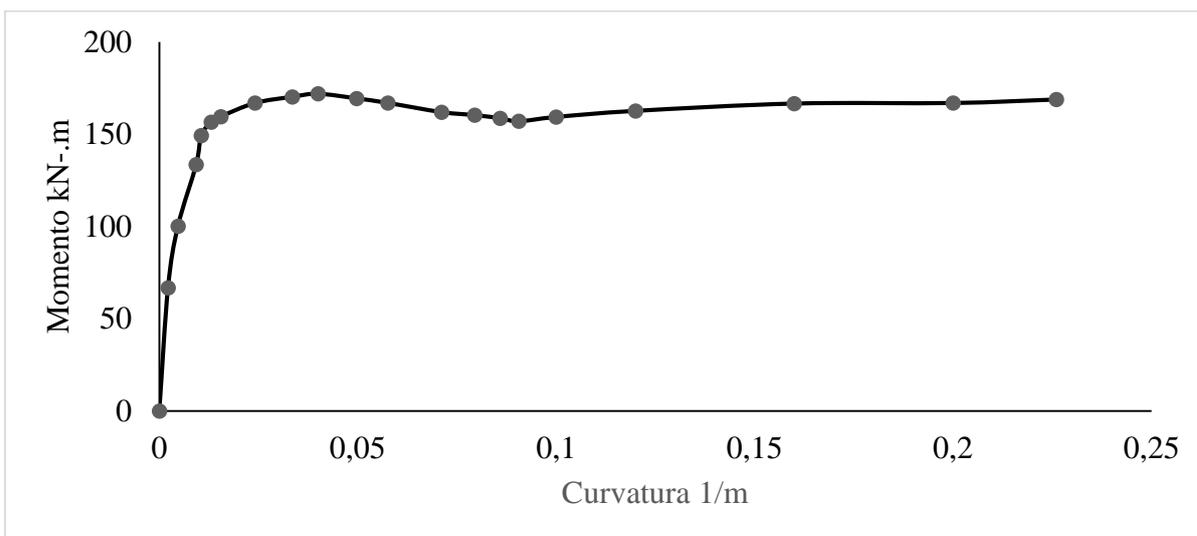


Figura 19. Diagrama momento curvatura experimental columna unidad 3

3.5. Procedimiento de la modelación de la columna unidad #3

3.5.1. Definición de los parámetros mecánicos de los componentes estructurales

La modelación en XTRACT empieza por la implementación de un nuevo proyecto en el cual se debe definir características como la geometría de la columna, cuantía de acero longitudinal y cuantía de acero transversal. Con respecto a los materiales se definen las características mecánicas del hormigón confinado, hormigón no confinado y del acero de refuerzo.

Tabla 8. Características mecánicas para el modelo de hormigón no confinado la Columna "Unidad 3"

Descripción	Magnitud	Unidades
f'_{co}	25160	kPa
Resistencia a la Tensión	0	kPa
ϵ_y	0.014	-----
$\frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{co}}$	1.60	-----
ϵ_{sp}	0.005	-----

Tabla 9. Características mecánicas para el modelo de hormigón confinado la Columna “Unidad 3”

Descripción	Magnitud	Unidades
f'_{cc}	35520	kPa
$\frac{f'_{cc}}{f'_c}$	1.2	-----
$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}}$	1.6	-----
ε_{cc}	0.0032	-----
ε_{cu}	0.025	-----
E Concreto	2.58 E +7	kPa

Tabla 10. Características mecánicas para el modelo de endurecimiento por deformación del acero para la Columna “Unidad 3”

Descripción	Magnitud	Unidades
f_y	306	MPa
f_{su}/f_y	1.54	---
ε_{su}	0.24	
ε_{sH}	0.0225	-----
E	6000	MPa

3.5.2. Definición de las propiedades geométricas, distribución de acero longitudinal y transversal.

En base a la figura #20 y tabla #21, se procede a definir la geometría y las características tanto del acero longitudinal como acero transversal. El programa presenta de manera intuitiva cada configuración específica para poder visualizar la distribución del acero al igual que los resultados específicos como Área bruta y Núcleo confinado.

Section Design Template

Cross Section:

Section Information:

Circular Column

Spiral Reinforcing

Core Details:

Transverse Reinforcing Bar Size: 10 mm

Spacing of Transverse Steel: 75E-3 m

Design Log:

Cancel Template Cancel < Back Next > kN-m

Figura 20. Definición de la geometría de la sección y de la cuantía de acero transversal

Section Design Template

Geometry:

Outside Diameter: 0.4 m

Cover Thickness: 0.018 m

Number of Longitudinal Bars: 16

Longitudinal Bar Size: 16 mm

Gross Section Area: .1257 m²

Confined Core Area: .1041 m²

Longitudinal Steel Area: 3.217E-3 m²

Longitudinal Reinforcing Steel Ratio: 2.560 %

Design Log:

Section Type: Circular Column

Type of Reinforcing: Spiral Reinforcing

Transverse Reinforcing Bar Size: 10 mm

Spacing of Transverse Steel: 75E-3 m

Cancel < Back Next > kN-m

Figura 21. Definición del diámetro exterior (De) y de la cuantía de acero longitudinal

3.5.3. Definición de las características mecánicas del hormigón no confinado

La Tabla N°8 resume las características que se asumen en el modelo para el material de hormigón no confinado. Cabe recalcar que se asume que el hormigón es incapaz de soportar tensiones. En este punto, la deformación unitaria tiene un valor de $\varepsilon_{co} = 0.002$, en el punto de máxima resistencia no confinada f'_{co} . Además para modelos simplificados generalmente la deformación unitaria de fluencia en el hormigón no confinado es $0.7\varepsilon_{co}$ (Pillai & Menon, 2005)

Por lo tanto:

$$\varepsilon_{yco} = 0.7(0.002) \quad (3 - 5)$$

$$\varepsilon_{yco} = 0.0014$$

ε_{yco} = Deformación unitaria de fluencia del hormigón no confinado.

El punto correspondiente a “crushing strain”, que es cuando empieza a triturarse por compresión el hormigón, se define como $2\varepsilon_o$. De esto se obtiene un valor de 0.004. Por otro lado, para el punto correspondiente a “spalling strain”, que es cuando el hormigón empieza a desprenderse, se recomienda un valor de 0.005 para hormigón no confinado (Zahn, Park, & Priestley, 1990).

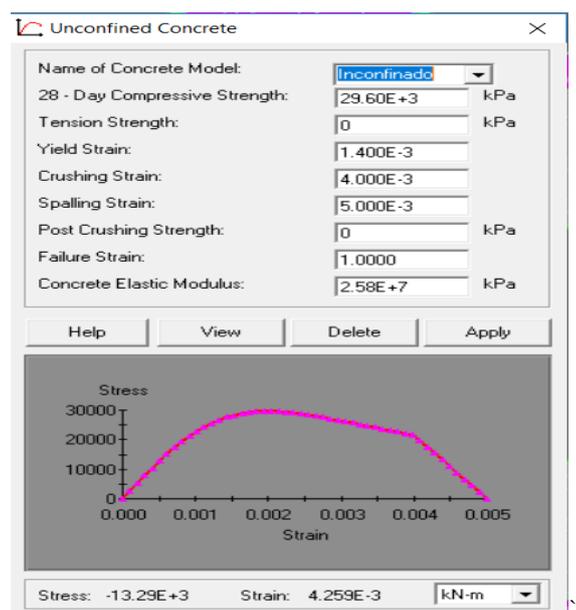


Figura 22. Definición de las propiedades mecánicas del hormigón no confinado

3.5.4. Definición de las características mecánicas para el hormigón confinado

Para el caso del concreto confinado la resistencia máxima pico f'_{cc} se calcula en función de la expresión derivada en la ecuación (3-6). Sin embargo, para la modelación de la columna unidad N°3, se procede a utilizar la expresión definida en la Tabla N°9.

Por lo tanto:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1.2 \quad (3 - 6)$$

$$f'_{cc} = 1.2 \times f'_{co}$$

$$f'_{cc} = 1.2 \times (29600) \text{ kPa}$$

$$f'_{cc} = 35520 \text{ kPa}$$

Con respecto al cálculo de la deformación de fluencia, se calcula como $0.7\varepsilon_{cc}$ entonces mediante el uso de la expresión definida en la Tabla N°9 se obtiene los siguientes resultados:

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{co}} = 1.6 \quad (3 - 7)$$

$$\varepsilon_{cc} = 1.6 \times \varepsilon_{co}$$

$$\varepsilon_{cc} = 1.6 \times 0.002 = 0.0032$$

$$\varepsilon_{ycc} = 0.7 \times 0.0032 = 0.00224$$

Donde:

ε_{ycc} = Deformación unitaria de fluencia para hormigón confinado

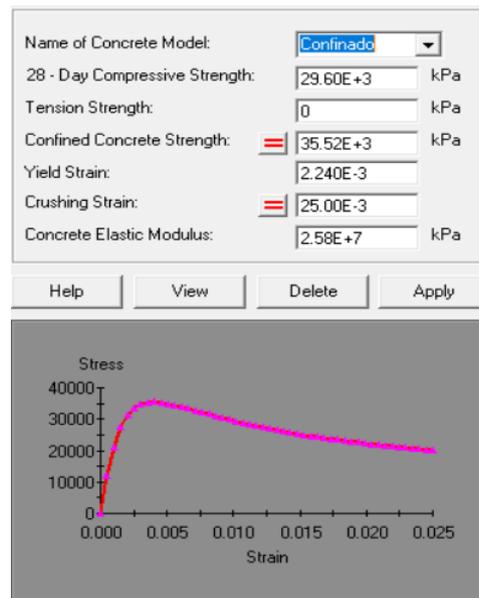


Figura 23. Definición de las características mecánicas del hormigón confinado

3.5.1. Modelo constitutivo del acero

La definición de los parámetros específicos para el modelo de endurecimiento por deformación se realiza en función a los datos establecidos en la Tabla N°10. Para este caso no aplican las Tablas N°5 y N°6 definidas por el CALTRANS, debido a que el acero utilizado para la réplica de este experimento fue de grado 275.

Por lo tanto:

$$f_{su} = 1.57 \times f_y \quad (3 - 8)$$

$$f_{su} = 1.57 \times 306 \text{ MPa}$$

$$f_{su} = 471.24 \text{ MPa}$$

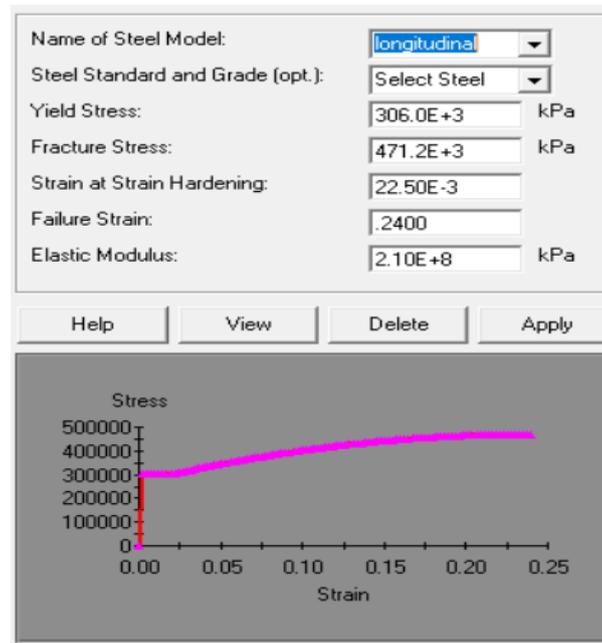


Figura 24. Definición de las características mecánicas del acero transversal y longitudinal

3.5.2. Resultados del modelo computacional para una sección hueca

Hasta el momento las características geométricas se encuentran en función de una conceptualización de una columna circular sólida, sin embargo, para modelar la sección hueca es necesario discretizar la sección creada actualmente.

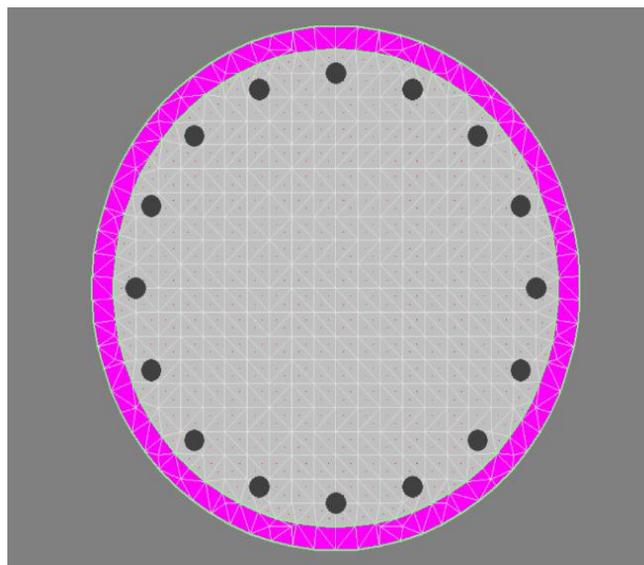


Figura 25. Modelo computacional preliminar sin discretización de secciones huecas

Con el modelo de columna sólida, mediante la herramienta Draw / Import Shapes, se importó un círculo con las dimensiones de la sección interna que se quiera retirar del modelo. Este proceso se aprecia en la Figura N° 26, donde se importó un círculo con el eje en el centro de la sección y con un diámetro $D_i = 0.25\text{m}$

El siguiente paso es discretizar el material del que se va a componer la sección que acabamos de generar. En este caso, aquí debe ser un vacío total, por lo tanto, se procede a eliminar parte de la sección seleccionada.

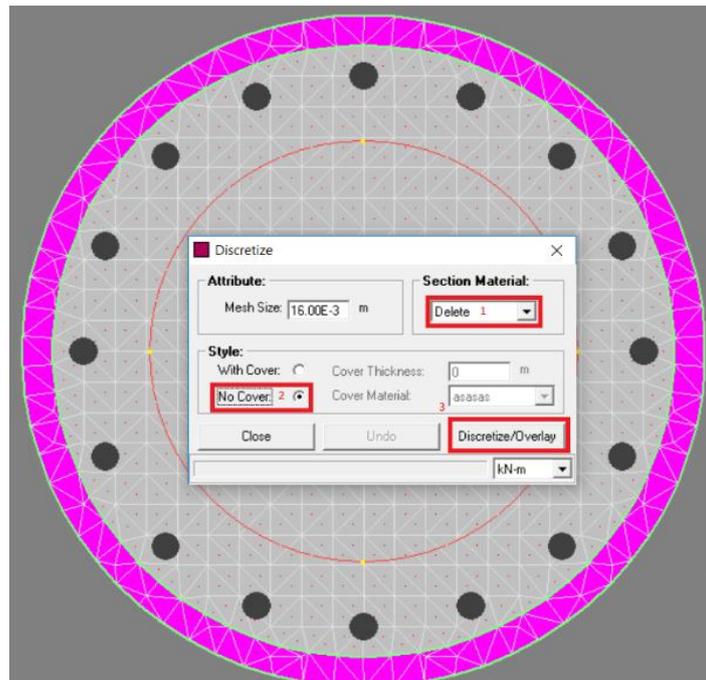


Figura 26. Discretización de la sección hueca mediante la eliminación del círculo creado en función del diámetro interior.

La geometría de este experimento se establece en la tabla #4 y se esquematiza en la imagen 13. La zona de color rosa refleja la sección del recubrimiento que viene a ser hormigón no confinado. Por otro lado, la sección confinada se encuentra de color gris donde toda la zona que va desde el acero transversal hacia la cara interior de la columna responde a un modelo de hormigón confinado. Como se estableció anteriormente, el diseño se realiza en función del

modelo de Mander para secciones circulares. Las varillas de acero por su parte tienen las configuraciones mecánicas del modelo de endurecimiento por deformación. Además, se puede observar un mallado en la sección circular hueca, en este caso corresponde a un valor de $18E-3$. Esto significa que mi distribución de mallas será más exacta y precisa al momento de analizar el comportamiento a flexión de la columna, esto se debe a que cada pedazo se analiza independientemente de los otros por lo tanto mientras más pequeño sea, el resultado será mejor.

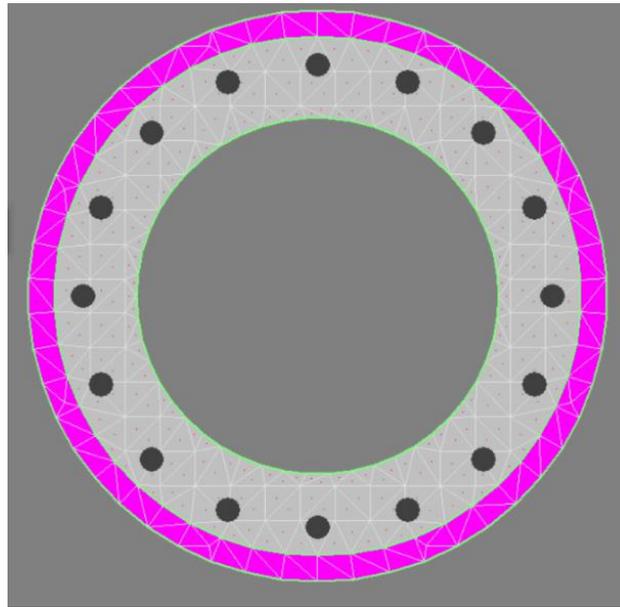


Figura 27. Resultado del modelo computacional de la columna de análisis unidad #3

3.5.3. Definición de la carga axial para el análisis momento curvatura de la sección unidad #3.

El radio de carga axial que se utiliza para la unidad #3 es de 0.1. Por lo tanto, para conocer la carga axial que se debe aplicar al modelo numérico en XTRACT, se procede con lo siguiente:

$$\frac{P}{f'c \times Ag} = 0.1 \quad (3-9)$$

$$f'c = 29600 \text{ Kpa}$$

$$Ag = \left[\pi \times \left(\frac{De}{2} \right)^2 \right] - \left[\pi \times \left(\frac{Di}{2} \right)^2 \right] = 0.77 \text{ m}^2 \quad (3-10)$$

$$\therefore P = 0.1 \times 29600 \text{ kPa} \times 0.77 \text{ m}^2 = 226 \text{ kN}$$

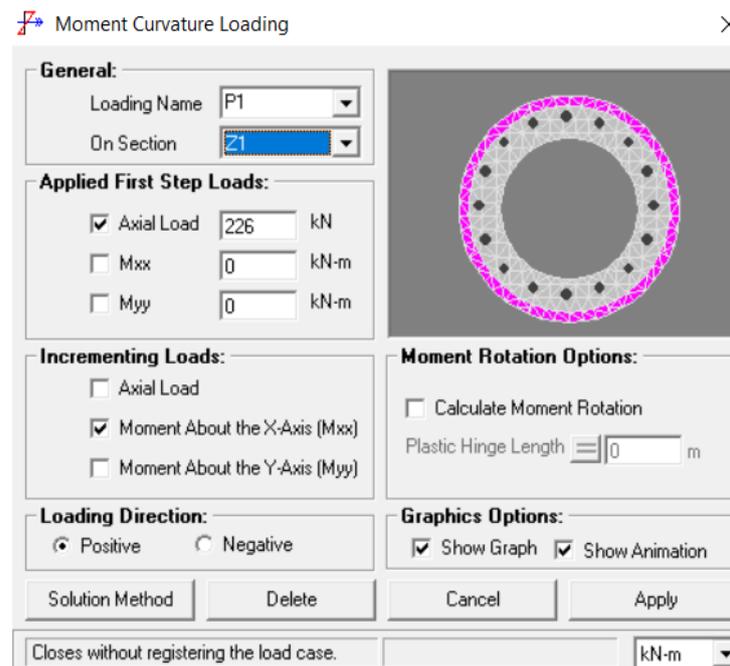


Figura 28. Definición de la carga axial para el análisis Momento-curvatura en el caso de columna unidad #3.

En la selección e ingreso de la carga axial, se selecciona una pestaña donde se incrementa el momento alrededor del eje x. Esto es para poder analizar el comportamiento a flexión de la columna y poder evaluar su estado no lineal de acuerdo con los estados límites de falla previamente discutidos.

3.5.4. Procesamiento y Codificación de los resultados para la columna unidad #3.

Una vez se definieron las propiedades mecánicas de los materiales, al igual que la geometría de la sección, el programa permite realizar un análisis Momento-Curvatura, para poder identificar el comportamiento no lineal de la columna de estudio.

En la Figura N° 29 representa un análisis de sección donde el recubrimiento se encuentra de color blanco e indica un estado de desprendimiento del material. La sección de color azul corresponde la zona de compresión de la columna.

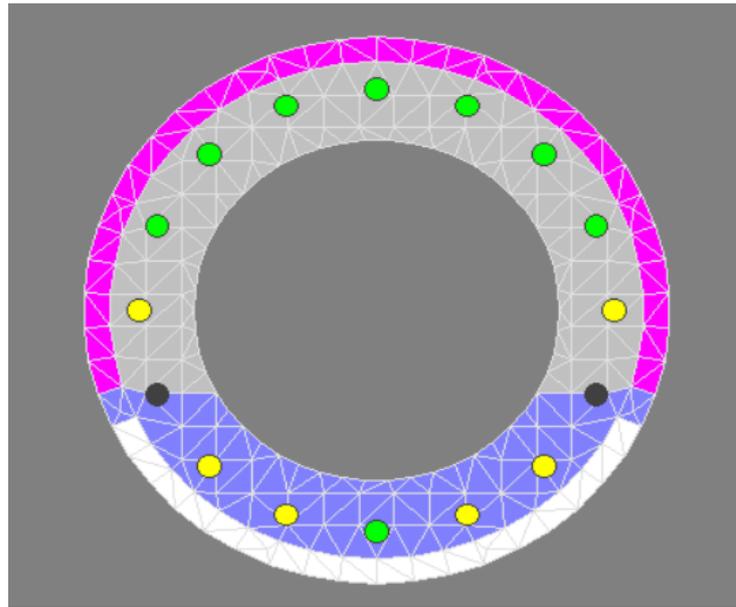


Figura 29. sección unidad #3, resultados visuales del programa XTRACT.

Consecuentemente, se aprecia que la sección se encuentra controlada por compresión, puesto que su eje neutro durante la falla se encuentra sobre el hueco de la sección. Los resultados de esta modelación deben ser comparados en función con los resultados experimentales del estudio de (Zahn, Park, & Priestley, 1990) , con respecto a su columna unidad #3.

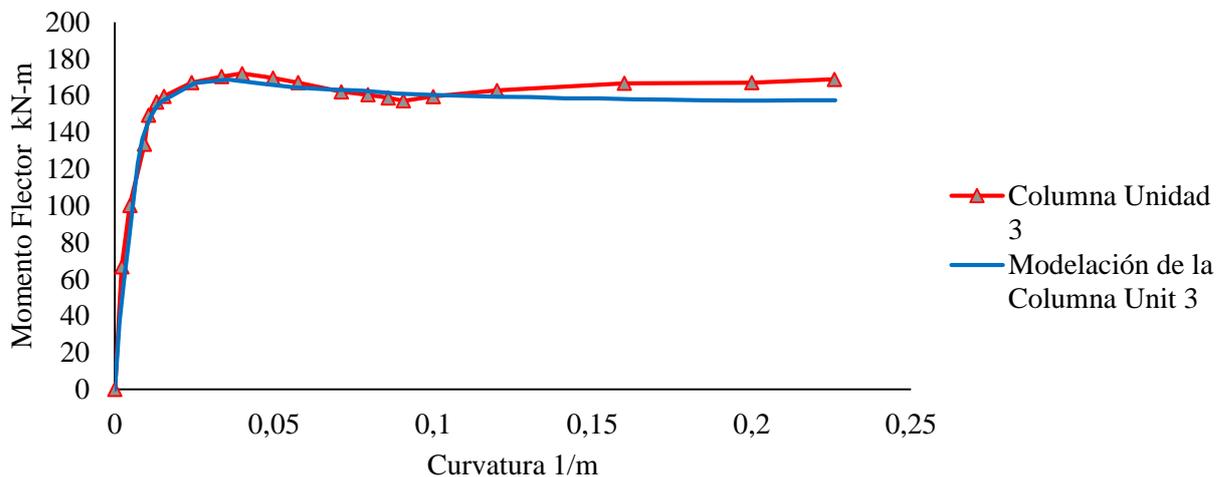


Figura 30. Comparativa entre el Modelo Experimental vs Teórico, columna Unit#3

La Figura N°30, refleja el resultado de la validación experimental vs Modelación. Evidentemente los resultados son muy cercanos en cuanto a capacidad de rotación sin embargo existe una discrepancia entre la capacidad a momento de la sección. En el estado experimental,

el momento en la máxima curvatura es de 169 kN-m, por otro lado, en este mismo punto, la curvatura en el modelo computacional llega a tener un valor de 158 KN-m. Estas discrepancias pueden ser resultado del procesamiento de datos de la decodificación del momento curvatura detallado experimentalmente. Sin embargo, la aproximación del diagrama momento curvatura, es buena y detalla el comportamiento aproximado experimental de la modelación paramétrica de columnas huecas circulares con refuerzo longitudinal y transversal en la cara exterior

3.6. Definición del rango de las variables T/D, Radio de Carga axial, Cuantía Longitudinal y Cuantía Transversal.

Para la modelación de columnas huecas con refuerzo transversal y longitudinal en la cara externa de la columna, se tomará en cuenta los siguientes parámetros de variabilidad para el presente estudio preliminar.

1. **f'c de diseño.** correspondiente a las resistencias de 30 MPa y 40 MPa. Estos valores típicos, son relacionados a resistencias comunes para el diseño de columnas en puentes.
2. **t/D.** esta relación define las características geométricas de la columna circular hueca. Como se discutió en el capítulo 2, la variación geométrica puede definir estados límites, capacidades de carga y delimitar los rangos de trabajabilidad en cuestión de la implementación del acero de refuerzo. Se analizará valores recomendados para este tipo de columnas, 0.1, 0.12 y 0.14 (Liang & Sritharan, 2018).
3. **Radio de carga axial.** Como se discutió anteriormente, el radio de carga axial permite controlar los esfuerzos a compresión inducidos en el hormigón, por lo tanto, esta variable es capaz de definir la capacidad de ductilidad de una sección. Se analizará esta relación en 0.1 y 0.2.

- 4. Cuantía longitudinal.** Permite la capacidad de rotación en función al grado de la cuantía y el nivel de confinamiento. Se analizará para 1%, 1.5% y 2%. Se toman estos valores por ser típicos en diseño de columnas y con el criterio de
- 5. Cuantía Transversal.** Permite incrementar la capacidad del hormigón a resistir esfuerzos de compresión, ya que incrementa el confinamiento. Se analizará para 1%,1.5%,2%,2.5% y 3%.

En la sección primera de los anexos, se presentan las combinaciones y normalización de las variables que gobiernan el diseño de columnas huecas circulares con acero transversal y longitudinal en la cara exterior de la columna. Se creó un código referencial para cada columna,

3.7. Ejemplo de modelación y aplicación de diseño para el procesamiento de resultados.

A continuación, se presenta un ejemplo de modelación en función de la combinación descrita por el código 1-D4-0.01-30. La nomenclatura de este código se describe de la siguiente manera:

	a	b	c	d	e
	1	D	4	0.01	30
a.	Representa el radio de carga axial. 1 para 0.1 y 2 para 0.2				
b.	Representa la relación t/D. B=0.1, C=0.12 y D=0.14				
c.	Representa la cuantía transversal. 1=1%, 2=1.5%, 3=2%, 4=2.5% y 5=3%.				
d.	Representa la cuantía longitudinal. 0.01,0.015 y 0.02				
e.	Representa el f'c de diseño. Puede ser 30 o 40 MPa				

La selección de esta columna es totalmente aleatoria, y solo responde al propósito de poder demostrar la metodología de diseño que se utiliza y realizar la modelación mediante el programa XTRACT. Bajo estas circunstancias, se sigue las recomendaciones y desarrollo del proceso de diseño que se especifican en las secciones 3.2 y 3.3.

3.7.1. Conceptualización de las características geométricas

Tabla 11. *Propiedades geométricas para la configuración de la columna 1-D4-0.01-30.*

Características Geométricas		Unidad
Diámetro E	1.000	m
Diámetro I	0.720	m
T	0.140	m
T/d	0.140	m
Recubrimiento	0.020	m
Área exterior	0.785	m ²
Área interior	0.407	m ²
Área Gross	0.378	m ²
Recubrimiento	0.020	m

$$\frac{T}{D} = \frac{\text{Espesor}}{D_e} = \frac{1 \text{ m}}{0.140 \text{ m}} = 0.140 \quad (3 - 11)$$

$$\text{Area Gross} = \text{Área Exterior} - \text{Area interior}$$

$$\text{Area Gross} = 0.785 - 0.407 = 0.378 \text{ m}^2$$

3.7.2. Propiedades del acero transversal y longitudinal

Tabla 12. *Propiedades para la configuración de acero transversal en la columna 1-D4-0.01-30.*

Acero transversal		
DC	0.960	m
S	0.058	m
Diámetro Espiral	0.014	m
Área espiral	15.400E-04	m ²
ρ transversal	0.0250	--

$$D_c = D_e - 2 \times (\text{recubrimiento}) \quad (3 - 12)$$

$$D_c = 1 - 2 \times (0.02) = 0.96 \text{ m}$$

En base al diámetro establecido de espiral, y la separación S. Se procede a realizar una verificación de la cuantía transversal de la siguiente manera:

$$\rho_s = \frac{\pi \times \left(\frac{D_{\text{espiral}}}{2}\right)^2 \times \pi \times DC}{\frac{\pi \times (DC^2 - D_{\text{interior}}^2) \times S}{4}} \quad (3 - 13)$$

$$\rho_s = \frac{\pi \times \left(\frac{0.01}{2}\right)^2 \times \pi \times 0.96}{\frac{\pi \times (0.96^2 - 0.72^2) \times 0.058}{4}}$$

$$\rho_s = 0.025$$

Tabla 13. Propiedades para la configuración de longitudinal en la columna I-D4-0.01-30.

Acero longitudinal		Unidades
Ps longitudinal	0.0100	-----
Número varillas	25.0000	u
As estimada	0.0030	m2
Diámetro	0.0140	m
Area total	0.0030	m2
Area de la varilla	0.0002	m2
Ps Longitudinal	0.0101	nominal

En base al diámetro de varilla que se selecciona, y el número de varillas, se procede a calcular la cuantía longitudinal de la siguiente manera:

$$\rho_s \text{ longitudinal} = 1\%$$

$$Ps \text{ longitudinal} = \frac{\text{Area total de acero}}{\text{Area bruta}} = \frac{0.0038}{0.378}$$

$$Ps \text{ longitudinal} = 0.01 = 1\%$$

3.7.3. Diseño de las propiedades mecánicas de la columna hueca

Tabla 14. Propiedades del hormigón Inconfinado para la columna I-D4-0.01-30.

Hormigón Inconfinado		
f'co	25500.0000	kPa
Esfuerzo a la tensión	0.0000	kPa
Deformación de fluencia	0.0014	n/a

Deformación de aplastamiento	0.0040	n/a
Deformación de desprendimiento	0.0050	n/a
Deformación pos-desprendimiento	0.0000	kPa
Deformación de falla	1.0000	
Módulo de elasticidad del hormigón	23733836.6052	kPa

- Esfuerzo a la tensión: Como se discutió se asume que el hormigón es incapaz de resistir esfuerzos de tensión, 0.
- $\epsilon_y = 0.002 \times 0.7 = 0.0014$

Tabla 15. *Propiedades para el hormigón confinado en la columna 1-D4-0.01-30.*

Hormigón Confinado		
Área confinada	0.316	m ²
Ke	0.600	Recomendada
f _y	420000	kPa
f _l	3184.925	kPa
f'cc	42769.025	kPa
ε _{cc}	0.006	n/a
ε _{ycc}	0.0042	n/a
ε _{cu}	0.0219	n/a

Esfuerzo de confinamiento transversal

$$f' = K_e \frac{1}{2} \rho_s f_y h$$

$$f' = 0.6 \frac{1}{2} 0.025 42000 \text{ kPa}$$

$$f' = 3184.925 \text{ kPa}$$

Resistencia del hormigón confinado.

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(2.254 \times \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - \frac{2f'_l}{f'_{co}} - 1.254 \right)$$

$$f'_{cc} = 25500 \left(2.254 \times \sqrt{1 + \frac{7.94 \times 3184.925}{25500}} - \frac{2 \times 3184.925}{25500} - 1.254 \right)$$

$$f'_{cc} = 42769.025 \text{ kPa}$$

Deformación unitaria pico para el hormigón confinado

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + R \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (3 - 14)$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.002 \left[1 + 3 \left(\frac{42769.025 \text{ kPa}}{25500.0000 \text{ kPa}} - 1 \right) \right]$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{0.6 \times 0.025 \times 42000 \times 0.12}{42769.025 \text{ kPa}}$$

Propiedades para el acero de refuerzo transversal y longitudinal

Tabla 16. Propiedades para la configuración mecánica del acero longitudinal y transversal en la columna 1-D4-0.01-30.

Acero	Transversal	Longitudinal	Unidades
f_y	420000	420000	kPa
f_{su}	550000	550000	kPa
ε_{sh}	0.015	0.015	n/a
ε_{su}	0.09	0.09	n/a

- Las deformaciones unitarias para el modelo del acero se mantendrán constantes y se basan en función a las tablas # 5 y #6.

4. Niveles de Servicio y correlación con los modelos paramétricos de columnas huecas circulares con una línea de refuerzo transversal y longitudinal en la cara exterior de la columna

Los niveles de desempeño estructural para elementos verticales indican el comportamiento global que tienen las estructuras en función de su desempeño frente a eventos extremos como

son los producidos por un sismo. Esta característica es perfecta para evaluar y rehabilitar estructuras que cumplieron su vida útil y sufrieron daños estructurales por cuestiones de servicio. Los niveles de desempeño indican el grado de daño estructural y proveen de información para rehabilitación estructural. Esto es importante para precautelar la seguridad de los ocupantes de una estructura. Consecuentemente, es posible distinguir tres grupos cuyas características son independientes y se encuentran en función de términos estructurales como la resistencia, ductilidad, desempeño estructural y deformación unitaria en los materiales o curvatura. Existen tres niveles de servicio que pueden ser: Ocupación inmediata (IO), seguridad vital (LS) y prevención del colapso (CP). Indican correlaciones entre la no linealidad de los materiales donde se puede apreciar la interacción de cambios en la rigidez estructural y la capacidad de deformación en función a una paulatina creación de rotula plástica dúctil (FEMA 356, 2005)

4.1. Nivel de Ocupación Inmediata.

La estructura mantiene la rigidez y resistencia original. Existen fisuras en elementos estructurales, pero no se evidencia cambio alguno en la capacidad y desempeño normal estructural (FEMA 356, 2000). Los niveles de fluencia son muy pequeños y localizados en mínimos puntos, por lo tanto, la estructura se encuentra en niveles aceptables de trabajo en el rango elástico. Las deformaciones generales en el hormigón se encuentran por debajo de 0.003 y corresponde a un nivel lejano del aplastamiento dúctil (FEMA 356, 2005). Existen rasgos de fluencia en el acero longitudinal de manera controlada. Además, de existir algún tipo de reparación en la estructura, estas son rápidas donde se evidencia que el daño es muy poco y generalmente comprende desprendimiento de capas como recubrimiento. Consecuentemente, el riesgo de algún evento que involucre inestabilidad estructural es nulo.

4.2. Nivel de seguridad de vida

“La probabilidad de que exista algún tipo de pérdida humana es casi nula” (Pazmiño, 2010). Sin embargo, existe la iniciación del comportamiento inelástico de la columna, donde la sección a pasado su punto de fluencia y se le puede asociar una deformación unitaria en el Hormigón no confinado de 0.004 para secciones controladas por compresión y de 0.005 para secciones controladas por flexión. Los efectos visibles de la pieza estructural comienzan con la aparición de fisuras longitudinales mínimas en la cara interior de la columna y en la cara exterior donde se ubica el recubrimiento, se espera desprendimiento considerable de la capa no confinada. Además, varios niveles de acero longitudinal se esperan que estén en el rango plástico, sin embargo, dependiendo del tipo de sección, sea está controlada por flexión o compresión el comportamiento del acero varía en función a la cercanía de formación de la rótula plástica.

4.3. Nivel de prevención de colapso.

En este nivel de desempeño, las columnas sufren deformaciones que responden a un nivel de ductilidad determinado por el diseño. Existe un alto grado de fisuras en la capa de hormigón confinado provocado por el aplastamiento y desprendimiento que se originan a través de las fisuras longitudinales en la cara interior de la columna. Bajo un comportamiento dúctil, se espera que la sección sea controlada por flexión donde el acero de refuerzo fluya antes de que se aplaste el hormigón y se pueda originar una rotula plástica con un comportamiento dúctil. Inicialmente, un valor de 0.008 fue propuesto en base a condiciones teóricas como un estado límite de deformación unitaria del hormigón a compresión en la cara interna de la columna (Zahn, Park, & Priestley, 1990). Sin embargo, actualmente en base a condiciones y verificación experimental, un valor de 0.005 se define como el estado límite de compresión en la cara interna de la columna hueca (Hoshikuma & Priestley, 2000). Sin embargo, en las columnas controladas

por compresión puede suceder que el hormigón en cualquier punto de la zona confinada llegue a su deformación máxima ε_{cu} . Por lo tanto, bajo estas condiciones el hormigón se aplasta y la columna falla. Sin embargo, como recomendación se define un límite ductilidad para condiciones de diseño a la deformación unitaria de 0.0035 en la cara interna de la columna. Esto permite controlar el grado de deformación unitaria en el hormigón y diseñar estructuras dúctiles. En el caso de que la falla sea controlada por flexión, el acero longitudinal falla al llegar a una deformación unitaria $\varepsilon_{su} = 0.012$.

Tabla 17. Definición de los límites CP, LS IO para el análisis del desempeño de las columnas huecas de hormigón con refuerzo en la cara exterior

Tipo	Niveles de servicio		
	CP	LS	IO
Estructuras controladas por compresión	$\varepsilon_c \text{ cara interna} = 0.005$ o $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$	$\varepsilon_{Cov}=0.004$ -Deformación en el recubrimiento	$\varepsilon_c < 0.003$
Estructuras controladas por flexión	$\varepsilon_s = \varepsilon_{suR}$ Falla del acero longitudinal	$\varepsilon_{Cov}=0.005$ -Deformación en el recubrimiento	$\varepsilon_c < 0.003$

5. Resultados

En base a las combinaciones resumidas en la sección 3.6.1, se realiza la modelación numérica y se ejecuta un análisis en base a los niveles de servicio que se definen en el capítulo 4 y están descritos en la Tabla N°17. Se procede a caracterizar columnas controladas por flexión y columnas controladas por compresión, esto para diferenciar los estados límites LS.

Los ábacos se presentan en función de una normalización de la curvatura, $\frac{\phi_{xi=IO,LS,CP}}{\phi_{fy}}$ donde ϕ_{xi} corresponde a la curvatura donde se presentan las deformaciones definidas para cada nivel de desempeño y ϕ_{fy} es la curvatura relacionada al punto de fluencia de la sección.

A continuación, se presentan la metodología para la obtención de los ábacos resumidos que caracterizan un método simplificado para modelación no lineal para rótulas plásticas a flexión de columnas huecas de hormigón reforzado con acero transversal y longitudinal en la cara externa de la columna.

5.1. Metodología de la obtención de los resultados en base al análisis del diagrama momento curvatura para cada sección.

Para representar la columna 1-D4-0.01-30 mediante la rótula plástica equivalente, se muestra el proceso para la obtención de resultados en base al análisis de momento-curvatura que nos facilita el XTRACT.

5.1.1. Análisis momento curvatura

Una vez definido el material, la sección y la carga axial de la columna se realiza una corrida de análisis donde se obtiene el siguiente resultado.

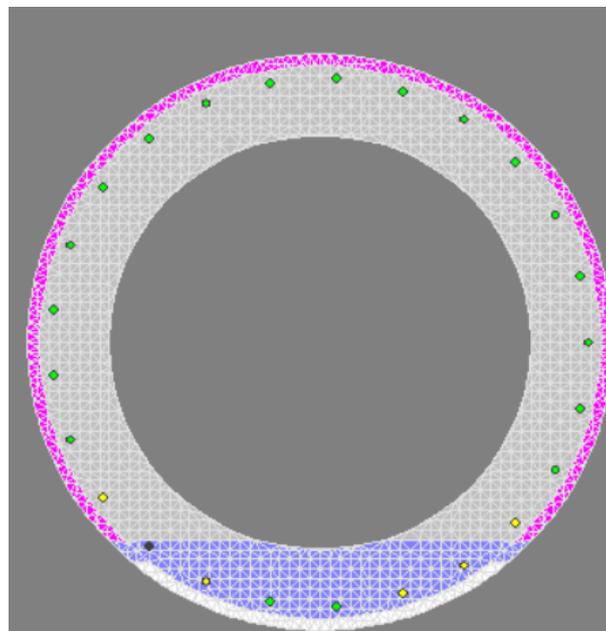


Figura 31. Resultado del análisis de capacidad de la sección.

En la Figura N° 31, se puede apreciar el resultado de la modelación de la columna 1-D4-0.01-30. La sección coloreada en azul corresponde al hormigón confinado en compresión y la

sección coloreada en gris corresponde al hormigón confinado en tensión. Esta columna es controlada por flexión ya que el eje neutro se encuentra dentro de la pared de la columna. El estado límite es la ruptura del acero longitudinal, por lo tanto, el tipo de falla es dúctil.

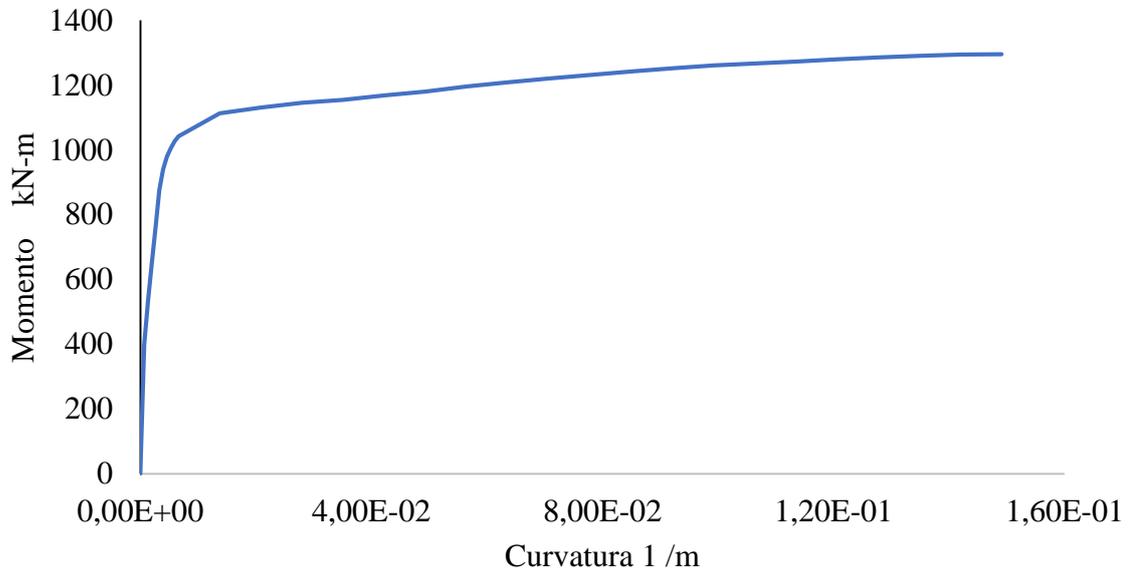


Figura 32. Diagrama momento-curvatura para la columna 1-D4-0.01-30

Una vez realizado el proceso de cálculo computacional, se procede a extraer los datos correspondientes al diagrama momento curvatura para identificar los niveles de desempeño. A continuación, se aprecia el proceso representativo para la extracción de información.

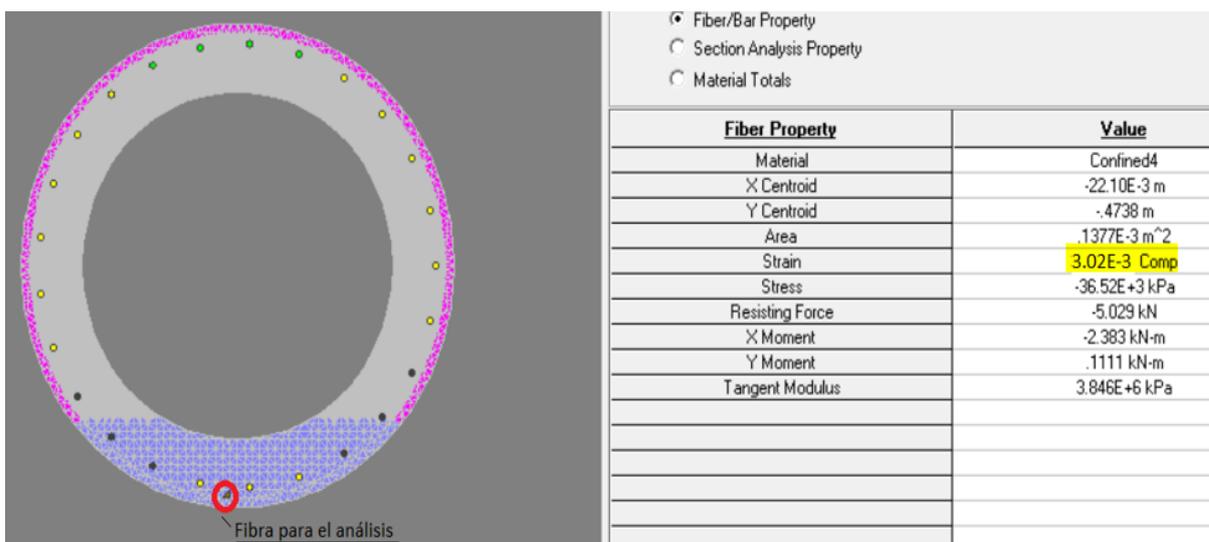


Figura 33. Análisis de las fibras representativas para la definición del punto de referencia de los estados límite

En la Figura N°32 se aprecia la versatilidad del programa que permite analizar el comportamiento de cada fibra para determinar la deformación a la cual se sujeta el nivel de desempeño de análisis. En este caso se busca encontrar el punto en el cual la deformación unitaria en el hormigón confinado llega a $\varepsilon_c = 0.003$ y corresponde al nivel de ocupación inmediata (IO).

Select Data to View	
<input type="radio"/> Fiber/Bar Property <input checked="" type="radio"/> Section Analysis Property <input type="radio"/> Material Totals	
Section Property	Value
X Centroid	-5009E-6 m
Y Centroid	.5234E-6 m
Axial Force	-1132 kN
Moment xx	1131 kN-m
Moment yy	-3.260 kN-m
Principal Moment	1131 kN-m
Axial Strain	6.664E-3 Ten
Curvature xx	20.87E-3 1/m
Curvature yy	-.1242E-26 1/m
Principal Curvature	20.87E-3 1/m
Eccentricity x	-2.880E-3 m
Eccentricity y	-.9990 m
Centroid to NA	.3194 m

Figura 34. Visualización del Momento y Curvatura para el punto de análisis $\varepsilon_c = 0.003$, correspondiente al nivel de desempeño IO.

Una vez definida la deformación unitaria crítica se procede a registrar el momento y la curvatura que experimenta la sección en cada punto de análisis. Posteriormente, esta información se registra en la Tabla N° 19, mediante la señalización de colores que se aprecia en la Tabla N.° 18.

Tabla 18. Referencia de colores para la señalización del momento y curvatura correspondiente a un nivel de desempeño determinado.

Descripción	Nivel de desempeño	Referencia
Fluencia de la sección	N/A	
$\varepsilon_c = 0.003$	IO	
ε_c recubrimiento = 0.005	LS	
$\varepsilon_s = \varepsilon_{su}$	CP	

Tabla 19. Registro de los valores correspondientes al momento y la curvatura experimentada en la capacidad de la sección I-D4-0.01-30

Mxx	Kxx	Mxx	Kxx
D4-0.01	D4-0.01	D4-0.01	D4-0.01
P4-0.01-1	P4-0.01-1	P4-0.01-1	P4-0.01-1
kN-m	1/m	kN-m	1/m
0	-2.42E-12	1168	4.22E-02
397.8	6.62E-04	1180	4.94E-02
534.7	1.32E-03	1196	5.65E-02
653	1.99E-03	1209	6.36E-02
766	2.65E-03	1220	7.07E-02
875.8	3.31E-03	1231	7.79E-02
940.6	3.97E-03	1242	8.50E-02
980	4.63E-03	1252	9.21E-02
1006	5.29E-03	1261	9.92E-02
1027	5.96E-03	1267	0.1064
1042	6.62E-03	1273	0.1135
1113	1.37E-02	1280	0.1206
1131	2.09E-02	1286	0.1277
1146	2.80E-02	1290	0.1349
1154	3.51E-02	1294	0.142

El proceso detallado anteriormente, se realiza para cada estado limite que describen los niveles de desempeño de las columnas huecas de hormigón reforzado. Esta señalización

permite referenciar los puntos de análisis para incluirlos en la constitución de los ábacos que modelan el comportamiento a flexión de este tipo de columnas. Consecuentemente, este proceso se realiza para todas las combinaciones presentadas en la sección 3.6.1.

5.2. Ábacos de caracterización de rótula plástica

Los siguientes ábacos corresponden a la recopilación y procesamiento de datos obtenidos a través de la modelación. Estos ábacos permiten conocer y caracterizar el comportamiento de la rótula plástica de columnas huecas de hormigón. El FEMA 356 establece que, para caracterización de la rótula plástica en procedimientos no lineales, se sigue una evaluación gráfica como las que se presenta en la Figura N° 35 y N° 36.

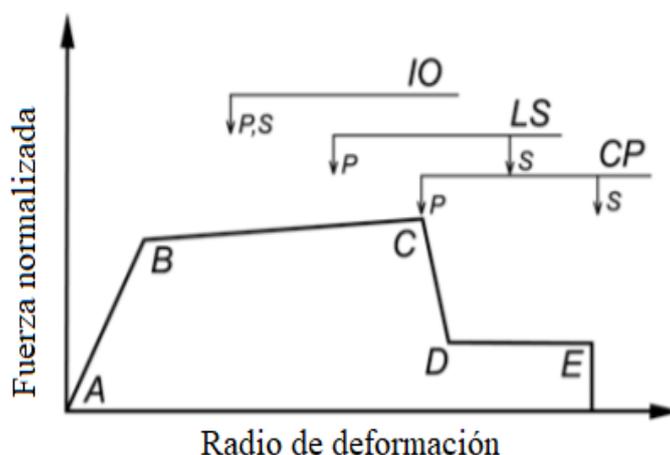


Figura 35. Relación de caracterización de rótula plástica en base a los niveles de servicio IO, LS, CP (FEMA 356, 2000)

En la Figura N°35 se observa la ubicación de los niveles de servicio IO, LS Y CP, sobre la curva que representa la caracterización de la rótula plástica de un elemento columna. En el caso de estudio, solo se toman en cuenta la ubicación de niveles de servicio para estructuras primarias, ya que se está analizando columnas.

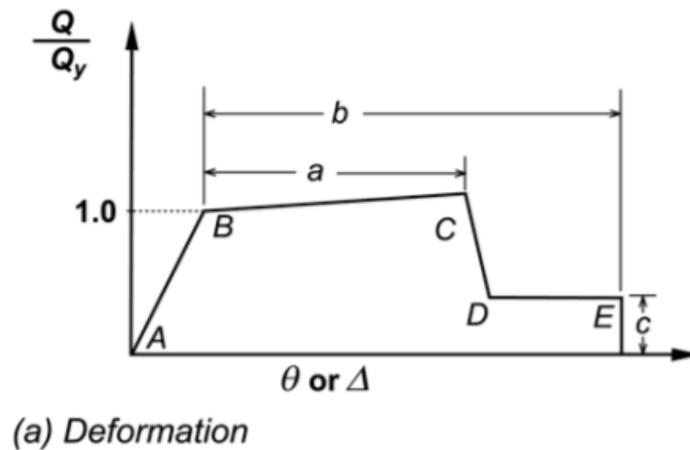


Figura 36. Relaciones generalizadas de fuerza vs deformación para elementos de concreto (FEMA 356, 2000)

El segmento \overline{AB} de la curva, corresponde al estado lineal de un elemento de concreto, donde el punto B es el rango de fluencia de la sección. Los estados dentro de los rangos (a) y (b), corresponden las deformaciones que ocurren después de la fluencia, por lo tanto, caracterizan el comportamiento plástico. El rango (c) se toma en cuenta en este análisis como un 10 % de la fuerza experimentada en el punto C. Por otro lado, la porción DE, corresponde a $2\varepsilon_{cu}$.

Se realiza una normalización para el control de valores en el eje Y y el eje X, de cada curva. Para el eje Y, las curvas estarán normalizadas como la relación entre el momento de fluencia de la sección hueca de hormigón y la capacidad a flexión máxima que puede experimentar una sección sólida con el diámetro exterior D, correspondiente a la columna hueca, $\frac{M_y}{M_{ACI-318}}$. Para los valores sobre el eje X, la normalización estará en función de la curvatura de fluencia de la sección hueca, $\frac{\phi}{\phi_y}$.

Tabla 20. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.1$

$f'c$ 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.1$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	A	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	B	0.414	1.000	0.420	1.000	0.418	1.000
	C	0.454	22.962	0.458	18.115	0.451	14.868
	D	0.041	22.962	0.042	18.115	0.042	14.868
	E	0.041	45.923	0.042	36.230	0.042	29.736
	E*	0.000	45.923	0.000	36.230	0.000	29.736
1.500	B	0.419	1.000	0.423	1.000	0.421	1.000
	C	0.468	29.355	0.475	22.920	0.469	18.949
	D	0.042	29.355	0.042	22.920	0.042	18.949
	E	0.042	58.710	0.042	45.841	0.042	37.898
	E*	0.000	58.710	0.000	45.841	0.000	37.898
2.000	B	0.425	1.000	0.429	1.000	0.425	1.000
	C	0.480	35.357	0.490	28.133	0.486	23.245
	D	0.042	35.357	0.043	28.133	0.043	23.245
	E	0.042	70.714	0.043	56.266	0.043	46.489
	E*	0.000	70.714	0.000	56.266	0.000	46.489
2.500	B	0.425	1.000	0.435	1.000	0.431	1.000
	C	0.483	34.816	0.501	32.402	0.499	27.042
	D	0.042	34.816	0.043	32.402	0.043	27.042
	E	0.042	69.631	0.043	64.804	0.043	54.085
	E*	0.000	69.631	0.000	64.804	0.000	54.085
3.000	x	0.425	1.000	0.437	1.000	0.437	1.000
	C	0.486	34.573	0.507	33.742	0.510	31.071
	D	0.043	34.573	0.044	33.742	0.044	31.071
	E	0.043	69.147	0.044	67.483	0.044	62.141
	E*	0.000	69.147	0.000	67.483	0.000	62.141

Tabla 21. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.1$

f'c 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; $t/D=0.1$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	A	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	B	0.447	1.000	0.445	1.000	0.434	1.000
	C	0.448	13.530	0.448	11.881	0.437	10.767
	D	0.045	13.530	0.045	11.881	0.043	10.767
	E	0.045	27.060	0.045	23.762	0.043	21.533
	E*	0.000	27.060	0.000	23.762	0.000	21.533
1.500	B	0.601	1.000	0.383	1.000	0.378	1.000
	C	0.459	17.673	0.465	15.750	0.453	14.056
	D	0.060	17.673	0.038	15.750	0.038	14.056
	E	0.060	35.347	0.038	31.500	0.038	28.113
	E*	0.000	35.347	0.000	31.500	0.000	28.113
2.000	B	0.452	1.000	0.451	1.000	0.440	1.000
	C	0.480	22.550	0.482	19.313	0.471	17.200
	D	0.045	22.550	0.045	19.313	0.044	17.200
	E	0.045	45.100	0.045	38.626	0.044	34.401
	E*	0.000	45.100	0.000	38.626	0.000	34.401
2.500	B	0.456	1.000	0.455	1.000	0.443	1.000
	C	0.493	26.779	0.496	22.749	0.485	20.320
	D	0.046	26.779	0.045	22.749	0.044	20.320
	E	0.046	53.559	0.045	45.499	0.044	40.641
	E*	0.000	53.559	0.000	45.499	0.000	40.641
3.000	B	0.461	1.000	0.460	1.000	0.448	1.000
	C	0.504	31.359	0.511	27.528	0.499	23.513
	D	0.046	31.359	0.046	27.528	0.045	23.513
	E	0.046	62.717	0.046	55.056	0.045	47.026
	E*	0.000	62.717	0.000	55.056	0.000	47.026

Tabla 22. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.1$

$f'c$ 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.1$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.412	1.000	0.412	1.000	0.416	1.000
	B	0.442	21.052	0.440	16.982	0.441	14.007
	C	0.041	21.052	0.041	16.982	0.042	14.007
	D	0.041	42.103	0.041	33.964	0.042	28.014
	E	0.000	42.103	0.000	33.964	0.000	28.014
1.500	A	0.414	1.000	0.413	1.000	0.417	1.000
	B	0.454	26.758	0.454	21.166	0.456	17.713
	C	0.041	26.758	0.041	21.166	0.042	17.713
	D	0.041	53.516	0.041	42.333	0.042	35.427
	E	0.000	53.516	0.000	42.333	0.000	35.427
2.000	A	0.419	1.000	0.416	1.000	0.420	1.000
	B	0.465	32.663	0.468	26.000	0.471	21.738
	C	0.042	32.663	0.042	26.000	0.042	21.738
	D	0.042	65.327	0.042	52.000	0.042	43.475
	E	0.000	65.327	0.000	52.000	0.000	43.475
2.500	A	0.420	1.000	0.421	1.000	0.423	1.000
	B	0.471	35.229	0.478	30.530	0.483	25.499
	C	0.042	35.229	0.042	30.530	0.042	25.499
	D	0.042	70.458	0.042	61.060	0.042	50.998
	E	0.000	70.458	0.000	61.060	0.000	50.998
3.000	A	0.421	1.000	0.425	1.000	0.464	1.000
	B	0.474	34.964	0.485	33.900	0.494	31.264
	C	0.042	34.964	0.043	33.900	0.046	31.264
	D	0.042	69.928	0.043	67.800	0.046	62.529
	E	0.000	69.928	0.000	67.800	0.000	62.529

Tabla 23. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.1$

$f'c$ 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; $t/D=0.1$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.451	1.000	0.444	1.000	0.446	1.000
	B	0.436	11.773	0.432	10.366	0.435	9.473
	C	0.045	11.773	0.044	10.366	0.045	9.473
	D	0.045	23.547	0.044	20.732	0.045	18.947
	E	0.000	23.547	0.000	20.732	0.000	18.947
1.500	A	0.449	1.000	0.444	1.000	0.446	1.000
	B	0.451	15.343	0.446	13.518	0.450	12.151
	C	0.045	15.343	0.044	13.518	0.045	12.151
	D	0.045	30.686	0.044	27.035	0.045	24.301
	E	0.000	30.686	0.000	27.035	0.000	24.301
2.000	A	0.451	1.000	0.445	1.000	0.448	1.000
	B	0.465	19.585	0.461	17.065	0.466	15.202
	C	0.045	19.585	0.044	17.065	0.045	15.202
	D	0.045	39.169	0.044	34.131	0.045	30.403
	E	0.000	39.169	0.000	34.131	0.000	30.403
2.500	A	0.452	1.000	0.447	1.000	0.450	1.000
	B	0.476	23.505	0.474	20.264	0.478	18.117
	C	0.045	23.505	0.045	20.264	0.045	18.117
	D	0.045	47.010	0.045	40.528	0.045	36.234
	E	0.000	47.010	0.000	40.528	0.000	36.234
3.000	A	0.456	1.000	0.450	1.000	0.453	1.000
	B	0.487	27.668	0.487	24.093	0.492	21.117
	C	0.046	27.668	0.045	24.093	0.045	21.117
	D	0.046	55.336	0.045	48.186	0.045	42.234
	E	0.000	55.336	0.000	48.186	0.000	42.234

Tabla 24. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.12$

$f'c$ 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.12$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.474	1.000	0.482	1.000	0.481	1.000
	B	0.522	22.255	0.528	17.336	0.542	23.890
	C	0.047	22.255	0.048	17.336	0.048	23.890
	D	0.047	44.510	0.048	34.671	0.048	47.780
	E	0.000	44.510	0.000	34.671	0.000	47.780
1.500	A	0.480	1.000	0.487	1.000	0.477	1.000
	B	0.540	29.450	0.550	23.005	0.537	19.781
	C	0.048	29.450	0.049	23.005	0.048	19.781
	D	0.048	58.900	0.049	46.009	0.048	39.562
	E	0.000	58.900	0.000	46.009	0.000	39.562
2.000	A	0.489	1.000	0.494	1.000	0.483	1.000
	B	0.552	35.059	0.569	28.571	0.555	24.289
	C	0.049	35.059	0.049	28.571	0.048	24.289
	D	0.049	70.118	0.049	57.143	0.048	48.578
	E	0.000	70.118	0.000	57.143	0.000	48.578
2.500	A	0.489	1.000	0.501	1.000	0.487	1.000
	B	0.555	34.859	0.578	32.361	0.567	27.430
	C	0.049	34.859	0.050	32.361	0.049	27.430
	D	0.049	69.718	0.050	64.722	0.049	54.860
	E	0.000	69.718	0.000	64.722	0.000	54.860
3.000	A	0.489	1.000	0.504	1.000	0.495	1.000
	B	0.559	34.695	0.585	33.548	0.578	31.087
	C	0.049	34.695	0.050	33.548	0.050	31.087
	D	0.049	69.390	0.050	67.095	0.050	62.175
	E	0.000	69.390	0.000	67.095	0.000	62.175

Tabla 25. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.12$

$f'c$ 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; $t/D=0.12$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.514	1.000	0.514	1.000	0.498	1.000
	B	0.517	13.326	0.520	11.691	0.519	17.294
	C	0.051	13.326	0.051	11.691	0.050	17.294
	D	0.051	26.651	0.051	23.382	0.050	34.588
	E	0.000	26.651	0.000	23.382	0.000	34.588
1.500	A	0.516	1.000	0.516	1.000	0.496	1.000
	B	0.538	17.988	0.543	15.927	0.521	14.240
	C	0.052	17.988	0.052	15.927	0.050	14.240
	D	0.052	35.977	0.052	31.855	0.050	28.480
	E	0.000	35.977	0.000	31.855	0.000	28.480
2.000	A	0.520	1.000	0.521	1.000	0.501	1.000
	B	0.558	22.589	0.563	20.016	0.541	17.554
	C	0.052	22.589	0.052	20.016	0.050	17.554
	D	0.052	45.177	0.052	40.031	0.050	35.108
	E	0.000	45.177	0.000	40.031	0.000	35.108
2.500	A	0.525	1.000	0.525	1.000	0.504	1.000
	B	0.570	26.667	0.577	23.244	0.555	20.074
	C	0.053	26.667	0.052	23.244	0.050	20.074
	D	0.053	53.333	0.052	46.489	0.050	40.148
	E	0.000	53.333	0.000	46.489	0.000	40.148
3.000	A	0.531	1.000	0.531	1.000	0.510	1.000
	B	0.583	31.457	0.592	26.945	0.571	23.728
	C	0.053	31.457	0.053	26.945	0.051	23.728
	D	0.053	62.915	0.053	53.890	0.051	47.457
	E	0.000	62.915	0.000	53.890	0.000	47.457

Tabla 26. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.12$

$f'c$ 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.12$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.473	1.000	0.474	1.000	0.471	1.000
	B	0.507	20.218	0.507	16.152	0.501	13.928
	C	0.047	20.218	0.047	16.152	0.047	13.928
	D	0.047	40.436	0.047	32.304	0.047	27.855
	E	0.000	40.436	0.000	32.304	0.000	27.855
1.500	A	0.475	1.000	0.476	1.000	0.472	1.000
	B	0.523	26.423	0.526	21.244	0.521	18.212
	C	0.048	26.423	0.048	21.244	0.047	18.212
	D	0.048	52.847	0.048	42.488	0.047	36.423
	E	0.000	52.847	0.000	42.488	0.000	36.423
2.000	A	0.481	1.000	0.480	1.000	0.476	1.000
	B	0.535	32.236	0.542	26.259	0.538	22.283
	C	0.048	32.236	0.048	26.259	0.048	22.283
	D	0.048	64.471	0.048	52.517	0.048	44.567
	E	0.000	64.471	0.000	52.517	0.000	44.567
2.500	A	0.484	1.000	0.484	1.000	0.479	1.000
	B	0.541	35.262	0.551	29.932	0.547	25.166
	C	0.048	35.262	0.048	29.932	0.048	25.166
	D	0.048	70.524	0.048	59.863	0.048	50.331
	E	0.000	70.524	0.000	59.863	0.000	50.331
3.000	A	0.484	1.000	0.490	1.000	0.485	1.000
	B	0.544	35.024	0.560	34.100	0.559	28.556
	C	0.048	35.024	0.049	34.100	0.048	28.556
	D	0.048	70.048	0.049	68.200	0.048	57.112
	E	0.000	70.048	0.000	68.200	0.000	57.112

Tabla 27. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.12$

$f'c$ 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; $t/D=0.12$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.517	1.000	0.511	1.000	0.508	1.000
	B	0.505	11.662	0.502	10.317	0.499	9.422
	C	0.052	11.662	0.051	10.317	0.051	9.422
	D	0.052	23.324	0.051	20.634	0.051	18.844
	E	0.000	23.324	0.000	20.634	0.000	18.844
1.500	A	0.516	1.000	0.510	1.000	0.508	1.000
	B	0.523	15.862	0.521	14.059	0.519	13.736
	C	0.052	15.862	0.051	14.059	0.051	13.736
	D	0.052	31.724	0.051	28.118	0.051	27.471
	E	0.000	31.724	0.000	28.118	0.000	27.471
2.000	A	0.518	1.000	0.512	1.000	0.510	1.000
	B	0.539	13.333	0.539	19.340	0.536	17.245
	C	0.052	13.333	0.051	19.340	0.051	17.245
	D	0.052	26.667	0.051	38.681	0.051	34.490
	E	0.000	26.667	0.000	38.681	0.000	34.490
2.500	A	0.520	1.000	0.515	1.000	0.512	1.000
	B	0.551	16.487	0.550	22.706	0.549	20.141
	C	0.052	16.487	0.051	22.706	0.051	20.141
	D	0.052	32.974	0.051	45.412	0.051	40.282
	E	0.000	32.974	0.000	45.412	0.000	40.282
3.000	A	0.524	1.000	0.518	1.000	0.516	1.000
	B	0.563	18.893	0.563	27.060	0.564	22.950
	C	0.052	18.893	0.052	27.060	0.052	22.950
	D	0.052	37.786	0.052	54.120	0.052	45.901
	E	0.000	37.786	0.000	54.120	0.000	45.901

Tabla 28. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.14$

$f'c$ 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.14$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.531	1.000	0.541	1.000	0.538	1.000
	B	0.585	21.024	0.594	17.097	0.585	14.430
	C	0.053	21.024	0.054	17.097	0.054	14.430
	D	0.053	42.048	0.054	34.194	0.054	28.860
	E	0.000	42.048	0.000	34.194	0.000	28.860
1.500	A	0.537	1.000	0.546	1.000	0.541	1.000
	B	0.606	27.446	0.618	22.473	0.610	18.954
	C	0.054	27.446	0.055	22.473	0.054	18.954
	D	0.054	54.893	0.055	44.945	0.054	37.907
	E	0.000	54.893	0.000	44.945	0.000	37.907
2.000	A	0.547	1.000	0.553	1.000	0.545	1.000
	B	0.621	34.143	0.637	27.618	0.635	24.697
	C	0.055	34.143	0.055	27.618	0.054	24.697
	D	0.055	68.287	0.055	55.236	0.054	49.393
	E	0.000	68.287	0.000	55.236	0.000	49.393
2.500	A	0.549	1.000	0.561	1.000	0.553	1.000
	B	0.624	34.674	0.650	32.119	0.646	26.567
	C	0.055	34.674	0.056	32.119	0.055	26.567
	D	0.055	69.349	0.056	64.238	0.055	53.133
	E	0.000	69.349	0.000	64.238	0.000	53.133
3.000	A	0.549	1.000	0.565	1.000	0.561	1.000
	B	0.629	34.512	0.657	33.451	0.658	30.211
	C	0.055	34.512	0.056	33.451	0.056	30.211
	D	0.055	69.023	0.056	66.901	0.056	60.423
	E	0.000	69.023	0.000	66.901	0.000	60.423

Tabla 29. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 30 MPa ; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.14$

$f'c$ 30 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; $t/D=0.14$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.575	1.000	0.575	1.000	0.558	1.000
	B	0.584	13.379	0.587	11.824	0.571	10.563
	C	0.058	13.379	0.057	11.824	0.056	10.563
	D	0.058	26.759	0.057	23.648	0.056	21.125
	E	0.000	26.759	0.000	23.648	0.000	21.125
1.500	A	0.578	1.000	0.579	1.000	0.563	1.000
	B	0.608	18.196	0.612	15.955	0.596	14.226
	C	0.058	18.196	0.058	15.955	0.056	14.226
	D	0.058	36.392	0.058	31.909	0.056	28.452
	E	0.000	36.392	0.000	31.909	0.000	28.452
2.000	A	0.583	1.000	0.584	1.000	0.567	1.000
	B	0.628	22.993	0.634	20.061	0.625	18.588
	C	0.058	22.993	0.058	20.061	0.057	18.588
	D	0.058	45.986	0.058	40.121	0.057	37.176
	E	0.000	45.986	0.000	40.121	0.000	37.176
2.500	A	0.589	1.000	0.588	1.000	0.572	1.000
	B	0.643	27.426	0.651	23.697	0.635	20.770
	C	0.059	27.426	0.059	23.697	0.057	20.770
	D	0.059	54.852	0.059	47.394	0.057	41.539
	E	0.000	54.852	0.000	47.394	0.000	41.539
3.000	A	0.594	1.000	0.594	1.000	0.577	1.000
	B	0.655	31.354	0.665	26.998	0.651	23.966
	C	0.059	31.354	0.059	26.998	0.058	23.966
	D	0.059	62.709	0.059	53.996	0.058	47.931
	E	0.000	62.709	0.000	53.996	0.000	47.931

Tabla 30. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.1 P/f'c Ag$; $t/D=0.14$

$f'c$ 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.1$; $t/D=0.14$							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.531	1.000	0.530	1.000	0.534	1.000
	B	0.560	16.960	0.570	15.843	0.570	13.508
	C	0.053	16.960	0.053	15.843	0.053	13.508
	D	0.053	33.919	0.053	31.687	0.053	27.016
	E	0.000	33.919	0.000	31.687	0.000	27.016
1.500	A	0.533	1.000	0.533	1.000	0.535	1.000
	B	0.586	24.698	0.590	20.606	0.592	17.535
	C	0.053	24.698	0.053	20.606	0.054	17.535
	D	0.053	49.395	0.053	41.211	0.054	35.070
	E	0.000	49.395	0.000	41.211	0.000	35.070
2.000	A	0.538	1.000	0.538	1.000	0.540	1.000
	B	0.601	30.629	0.608	25.585	0.611	21.536
	C	0.054	30.629	0.054	25.585	0.054	21.536
	D	0.054	61.259	0.054	51.170	0.054	43.071
	E	0.000	61.259	0.000	51.170	0.000	43.071
2.500	A	0.544	1.000	0.542	1.000	0.543	1.000
	B	0.607	34.932	0.620	29.795	0.625	25.142
	C	0.054	34.932	0.054	29.795	0.054	25.142
	D	0.054	69.864	0.054	59.591	0.054	50.284
	E	0.000	69.864	0.000	59.591	0.000	x50.284
3.000	A	0.752	1.000	0.549	1.000	0.549	1.000
	B	0.612	35.383	0.627	31.184	0.636	28.420
	C	0.075	35.383	0.055	31.184	0.055	28.420
	D	0.075	70.766	0.055	62.368	0.055	56.840
	E	0.000	70.766	0.000	62.368	0.000	56.840

Tabla 31. Caracterización de la rótula plástica para $f'c$ 40 MPa ; $0.2 P/f'c Ag$; $t/D=0.14$

f'c 40 MPa; $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$; t/D=0.14							
P transversal [%]	Punto	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1.5%		ρ longitudinal 2 %	
		M/M ACI	Ø/ØY	M/M ACI	Ø/ØY	M/M ACI	Ø/ØY
1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	A	0.570	1.000	0.571	1.000	0.573	1.000
	B	0.550	10.515	0.567	10.486	0.570	9.415
	C	0.057	10.515	0.057	10.486	0.057	9.415
	D	0.057	21.031	0.057	20.972	0.057	18.829
	E	0.000	21.031	0.000	20.972	0.000	18.829
1.500	A	0.577	1.000	0.571	1.000	0.573	1.000
	B	0.591	15.910	0.588	14.147	0.592	12.710
	C	0.058	15.910	0.057	14.147	0.057	12.710
	D	0.058	31.820	0.057	28.294	0.057	25.419
	E	0.000	31.820	0.000	28.294	0.000	25.419
2.000	A	0.580	1.000	0.574	1.000	0.576	1.000
	B	0.609	20.384	0.608	17.889	0.613	15.915
	C	0.058	20.384	0.057	17.889	0.058	15.915
	D	0.058	40.769	0.057	35.778	0.058	31.831
	E	0.000	40.769	0.000	35.778	0.000	31.831
2.500	A	0.582	1.000	0.578	1.000	0.579	1.000
	B	0.621	24.082	0.625	21.550	0.627	18.732
	C	0.058	24.082	0.058	21.550	0.058	18.732
	D	0.058	48.164	0.058	43.100	0.058	37.464
	E	0.000	48.164	0.000	43.100	0.000	37.464
3.000	A	0.587	1.000	0.581	1.000	0.583	1.000
	B	0.632	27.679	0.634	24.051	0.641	21.556
	C	0.059	27.679	0.058	24.051	0.058	21.556
	D	0.059	55.359	0.058	48.102	0.058	43.113
	E	0.000	55.359	0.000	48.102	0.000	43.113

5.3. Ábacos de modelación en función a los parámetros de niveles de desempeño

Tabla 32. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.1*

f'c =30000 kPa					
t/D =0.1					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	4.8	5.9	18.7
		1.5	4.0	4.9	13.2
		2	3.5	4.2	9.5
	1.50	1	5.7	7.1	21.0
		1.5	4.8	5.8	14.4
		2	3.3	4.1	10.3
	2.00	1	4.9	6.6	23.5
		1.5	4.2	5.5	14.8
		2	3.7	4.8	12.1
	2.50	1	4.9	8.2	26.5
		1.5	4.6	6.1	17.0
		2	2.8	4.0	12.8
	3.00	1	4.8	8.1	29.6
		1.5	4.7	8.1	17.6
		2	3.0	4.4	11.8

Tabla 33. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.2*

f'c =30000 kPa					
t/D =0.1					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	2.8	4.0	8.2
		1.5	2.6	3.6	6.7
		2	2.4	2.8	5.6
	1.50	1	2.4	4.0	8.8
		1.5	3.0	3.7	7.2
		2	2.7	3.4	6.5
	2.00	1	2.6	3.7	10.0
		1.5	2.4	3.3	8.6
		2	2.2	3.8	7.0
	2.50	1	2.8	4.1	10.4
		1.5	2.6	3.6	7.9
		2	2.4	3.3	7.1
	3.00	1	3.1	4.5	10.5
		1.5	2.8	6.0	9.3
		2	2.5	3.6	6.9

Tabla 34. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.1*

f'c =40000 kPa					
t/D =0.1					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	5.5	6.5	20.1
		1.5	4.7	5.4	13.9
		2	3.4	4.7	10.9
	1.50	1	5.4	6.6	21.7
		1.5	4.5	5.5	15.3
		2	4.0	4.8	12.1
	2.00	1	6.2	7.8	26.4
		1.5	4.0	5.2	16.2
		2	3.6	4.6	12.6
	2.50	1	4.9	8.3	35.2
		1.5	4.4	5.9	17.5
		2	3.9	5.1	13.5
	3.00	1	4.9	8.3	35.0
		1.5	4.8	8.0	19.3
		2	4.5	6.0	14.9

Tabla 35. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.1 y radio de carga axial 0.2*

f'c =40000 kPa					
t/D =0.1					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	3.1	3.6	7.7
		1.5	2.8	3.3	6.8
		2	2.2	3.5	5.9
	1.50	1	3.0	4.3	8.5
		1.5	2.7	3.9	7.5
		2	2.5	3.6	6.3
	2.00	1	3.4	4.3	9.7
		1.5	3.1	3.8	7.7
		2	2.8	3.5	6.9
	2.50	1	2.7	4.9	10.4
		1.5	2.4	3.4	8.1
		2	2.3	3.1	7.3
	3.00	1	2.9	4.2	10.7
		1.5	2.6	3.7	9.4
		2	2.4	3.4	8.3

Tabla 36. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.1

f'c =30000 kPa					
t/D =0.12					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	4.7	5.7	22.3
		1.5	3.9	4.7	14.2
		2	3.8	4.9	11.6
	1.50	1	4.4	5.8	28.1
		1.5	3.7	4.8	16.6
		2	3.4	4.3	12.5
	2.00	1	4.9	8.2	35.1
		1.5	4.2	5.6	19.1
		2	3.8	4.9	14.0
	2.50	1	4.9	8.2	34.9
		1.5	4.6	6.1	20.0
		2	4.1	5.4	14.5
	3.00	1	4.9	8.2	34.7
		1.5	4.7	7.9	33.5
		2	3.0	4.4	14.8

Tabla 37. Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.2

f'c =30000 kPa					
t/D =0.12					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	2.8	3.3	8.6
		1.5	2.5	3.5	7.1
		2	2.2	3.0	7.0
	1.50	1	2.4	3.2	9.8
		1.5	2.2	2.9	8.0
		2	2.1	2.7	6.6
	2.00	1	2.6	4.7	18.4
		1.5	2.4	3.3	8.9
		2	2.2	3.0	7.9
	2.50	1	2.8	4.1	12.9
		1.5	2.6	3.7	9.1
		2	2.3	3.3	8.9
	3.00	1	3.0	4.5	13.5
		1.5	2.7	4.0	11.7
		2	2.5	3.6	9.2

Tabla 38. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.1*

f'c =40000 kPa					
t/D =0.12					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	5.3	6.3	20.2
		1.5	4.5	5.2	16.2
		2	3.4	4.0	12.7
	1.50	1	5.3	6.6	22.3
		1.5	4.5	5.5	19.3
		2	4.1	4.9	14.0
	2.00	1	4.7	7.7	24.6
		1.5	4.0	5.3	21.4
		2	3.6	4.6	16.1
	2.50	1	4.9	8.3	35.3
		1.5	4.4	5.8	24.3
		2	3.9	5.1	16.9
	3.00	1	4.9	8.3	35.0
		1.5	4.8	6.4	27.6
		2	4.2	5.6	17.7

Tabla 39. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.12 y radio de carga axial 0.2*

f'c =40000 kPa					
t/D =0.12					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	2.8	3.3	8.6
		1.5	2.5	3.5	7.1
		2	2.2	3.0	7.0
	1.50	1	2.4	3.2	9.8
		1.5	2.2	2.9	8.0
		2	2.1	2.7	6.6
	2.00	1	2.6	4.7	18.4
		1.5	2.4	3.3	8.9
		2	2.2	3.0	7.9
	2.50	1	2.8	4.1	12.9
		1.5	2.6	3.7	9.1
		2	2.3	3.3	8.9
	3.00	1	3.0	4.5	13.5
		1.5	2.7	4.0	11.7
		2	2.5	3.6	9.2

Tabla 40. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.1*

$f'c = 30000 \text{ kPa}$					
$t/D = 0.14$					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	4.5	5.481	16.2
		1.5	3.9	4.7	17.1
		2	3.5	4.1	12.5
	1.50	1	5.5	6.8	26.2
		1.5	4.7	5.7	20.4
		2	4.1	5.0	14.6
	2.00	1	4.8	8.1	34.1
		1.5	5.4	6.7	21.1
		2	5.0	6.2	21.2
	2.50	1	6.5	9.8	34.7
		1.5	6.1	7.6	27.5
		2	5.3	6.5	17.8
	3.00	1	6.5	9.8	34.5
		1.5	6.3	7.9	30.2
		2	5.8	7.2	18.7

Tabla 41. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 30 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.2*

$f'c = 30000 \text{ kPa}$					
$t/D = 0.14$					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	2.7	3.9	10.4
		1.5	2.5	3.0	8.2
		2	2.3	2.8	x6.9
	1.50	1	3.2	4.1	11.5
		1.5	2.9	3.6	9.4
		2	2.7	3.3	7.8
	2.00	1	3.7	4.8	13.4
		1.5	3.3	4.3	10.8
		2	3.2	4.0	10.9
	2.50	1	4.1	5.4	15.8
		1.5	3.7	4.8	11.5
		2	3.3	4.3	10.1
	3.00	1	4.5	6.0	16.5
		1.5	4.0	5.3	12.9
		2	3.6	4.8	9.3

Tabla 42. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.1*

$f'c = 40000$ kPa					
$t/D = 0.14$					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.1	1.00	1	4.7	5.5	13.1
		1.5	4.4	5.1	15.1
		2	3.9	4.5	11.1
	1.50	1	6.2	7.4	24.7
		1.5	5.4	6.3	17.8
		2	4.7	5.5	16.7
	2.00	1	7.4	8.9	30.6
		1.5	6.4	7.6	20.8
		2	5.5	6.5	18.6
	2.50	1	8.2	11.6	34.9
		1.5	7.2	8.6	29.8
		2	6.3	7.4	21.6
	3.00	1	8.4	11.7	35.4
		1.5	7.4	8.9	25.2
		2	6.9	8.2	23.1

Tabla 43. *Ábaco simplificado del comportamiento a flexión para $f'c$ 40 MPa, t/D 0.14 y radio de carga axial 0.2*

$f'c = 40000$ kPa					
$t/D = 0.14$					
$\frac{P}{f'c Ag}$	ρ Transversal [%]	ρ Longitudinal [%]	IO	LS	CP
			$\frac{\phi_{IO}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{LS}}{\phi_{fy}}$	$\frac{\phi_{CP}}{\phi_{fy}}$
0.2	1.00	1	2.8	3.7	7.4
		1.5	2.8	3.3	8.7
		2	2.2	2.6	7.4
	1.50	1	3.0	3.7	12.3
		1.5	2.7	3.4	9.7
		2	2.5	3.1	8.2
	2.00	1	3.4	4.4	13.8
		1.5	3.1	3.9	11.3
		2	2.1	2.9	9.4
	2.50	1	2.7	3.8	16.2
		1.5	2.5	3.5	12.5
		2	2.3	3.1	10.1
	3.00	1	2.8	4.1	17.2
		1.5	2.6	3.7	12.7
		2	2.4	3.4	10.5

Nota: Las filas sombreadas corresponden aquellos casos en los cuales la columna es controlada por flexión. Esto quiere decir que experimentan una falla dúctil.

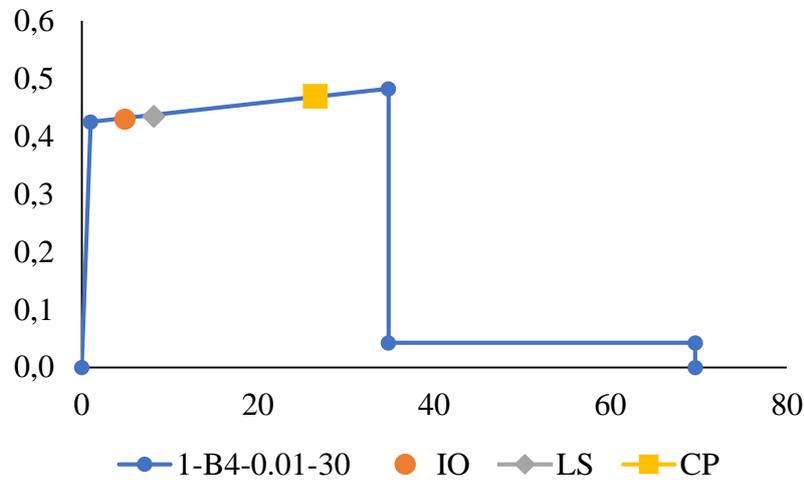


Figura 37. Caracterización de rótula plástica para 1-B4-0.01-30

La Figura N ° '37, representa una curva de caracterización de rótula plástica para 1-B4-0.01-30 (ver anexos), y se aprecia el análisis en función de los niveles de desempeño, IO, LS y CP, que se discretizan en función a las tablas de la sección 5.2 y 5.3

5.4. Ejemplo de uso de los ábacos simplificados de caracterización de rótula plástica.

Como se aprecia anteriormente, los ábacos fueron normalizados en función a la capacidad a flexión de una columna sólida con diámetro D (Exterior), que tenga las mismas características en materiales y cuantías de acero, con respecto a las columnas huecas $\frac{My_{Xtract}}{MACI-318}$. Además, la curvatura se encuentra normalizada en función a $\frac{\phi}{\phi_y}$. Por lo tanto, a continuación, se aprecia el proceso de decodificación y uso de estos ábacos.

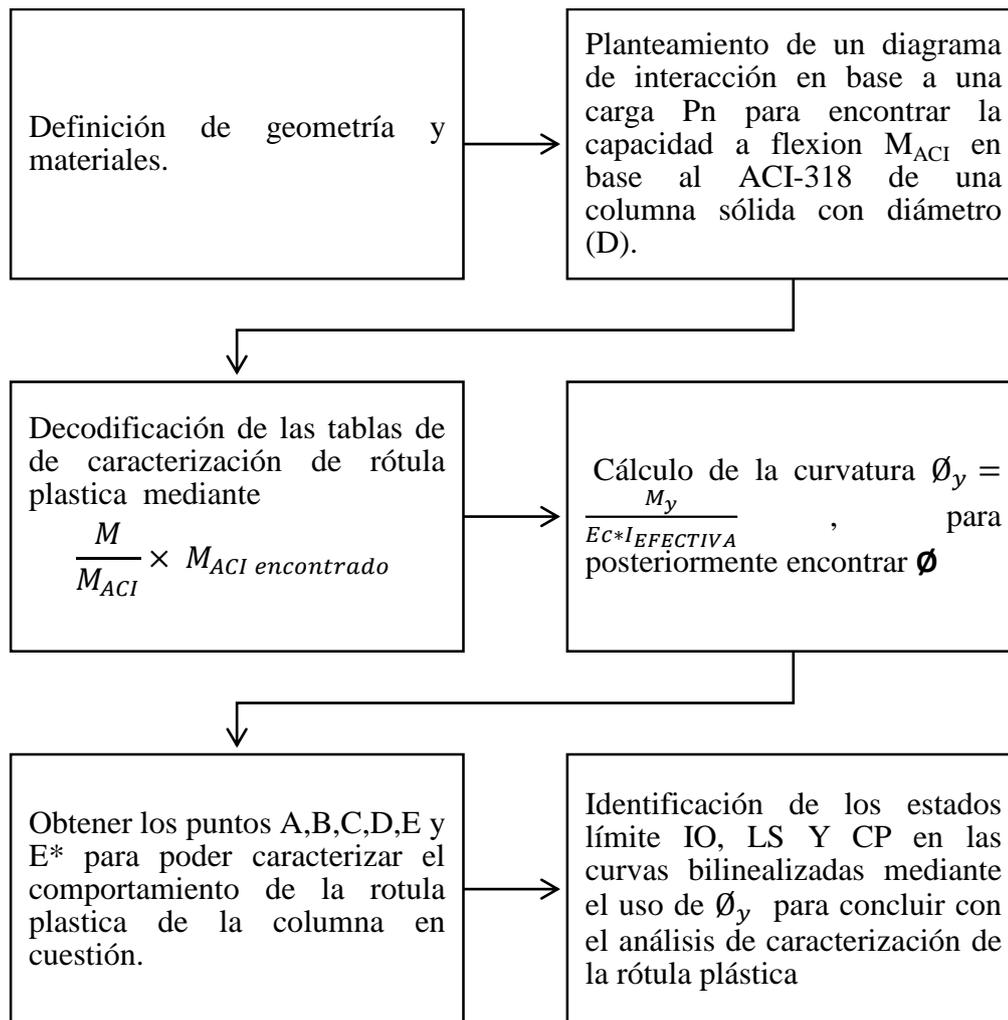


Tabla 44. Características de la columna de ejemplificación para uso de los ábacos de caracterización de rótula plástica

D (Diámetro exterior) [m]	1.50
Di (Diámetro interior)	1.14
t/D	0.12
f'c [MPa]	35
fy [MPa]	420
ρ Transversal [%]	1.5
ρ Longitudinal [%]	1
$\frac{P}{f'c Ag}$	0.1

Una vez obtenida la geometría, configuración de acero y materiales, se procede a realizar el cálculo de la capacidad a flexión de una columna circular sólida de Diámetro exterior (D) = 1.50 m, mediante el uso de un diagrama de interacción nominal donde $\phi = 1$. Por lo tanto, se calcula la carga P_n de la siguiente manera:

$$P_n = 0.1 \times f'_c \times A_g$$

$$P_n = 0.1 (35\text{MPa}) \left(\frac{1.5\text{m}}{2}\right)^2 * \pi$$

$$P_n = 6185.01 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow P_n = 620.73 \text{ tnf}$$

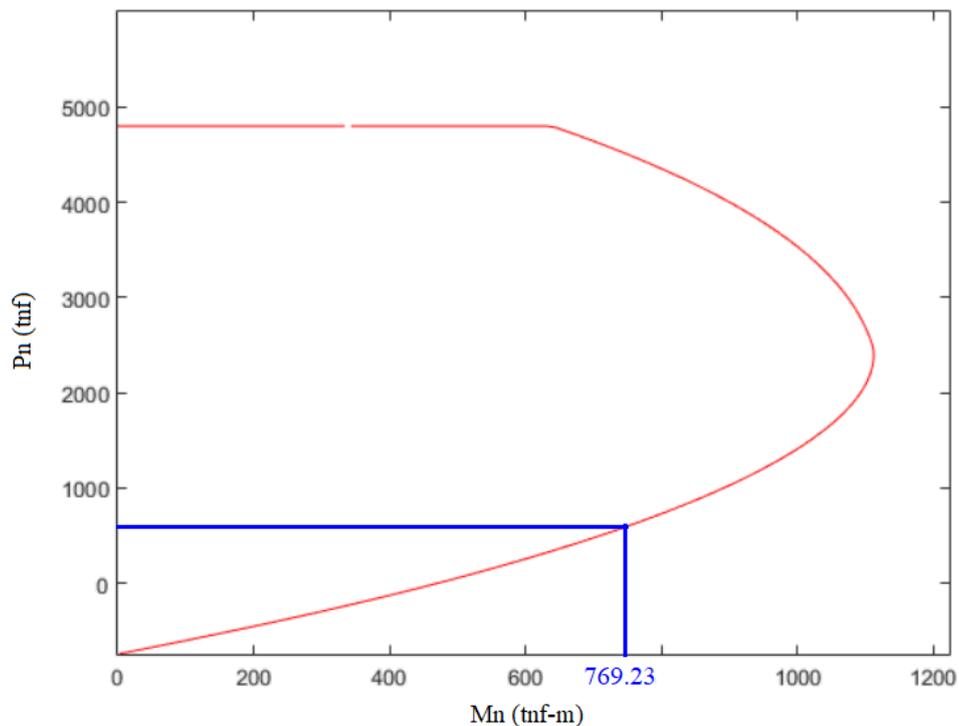


Figura 38. Diagrama de interacción para capacidad de una columna circular de 1.5m de diámetro para f'_c 35 MPa

Se obtiene de los diagramas de interacción, la capacidad a flexión $M_{ACI} = 769.23 \text{ tnf-m} \approx 7543.56 \text{ kN-m}$. El siguiente paso es dirigirse a los ábacos de caracterización de rótula plástica que satisfaga las condiciones de la tabla N°44, con un f'_c de 30 y 40 MPa. Para este caso en

específico, se utiliza la Tabla N°24 y la Tabla N°26, donde se busca la combinación deseada y se separa los resultados del ábaco como se observa en la Tabla N° 45.

Tabla 45. Ábacos para $f'c$ 30 y 40 MPa para el caso de ejemplo.

Punto	30 MPa		40 MPa	
	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1%	
	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$	M/M ACI	$\emptyset/\emptyset Y$
B	0.480	1	0.475	1
C	0.540	29.45	0.523	26.42
D	0.048	29.45	0.047	26.42
E	0.048	58.90	0.047	52.85
E*	0	58.90	0	52.85

Para encontrar los momentos en los puntos B, C, D y E que se evidencian en la Figura N°35 y que corresponden a la caracterización de la rótula plástica, se multiplica cada valor de la fila $\frac{M}{M_{ACI}}$, por el valor que se obtiene del análisis del diagrama de interacción que se evidencia en la figura N° 38. Esto se resume en la siguiente operación:

$$\frac{M}{M_{ACI}} \times 7543.56 \text{ kN} - \text{m}$$

Durante este proceso se procede a descodificar M_y que corresponde al punto B en la tabla N° 45. Este resultado es necesario para calcular \emptyset_y . Este proceso se evidencia a continuación para el punto B en la sección de $f'c$ 30 MPa

$$M_y = M_{ACI} * 0.480$$

$$M_y = 7543.56 \text{ kN} - \text{m} * 0.48$$

$$M_y = 3620.91 \text{ kN} - \text{m}$$

Con M_y se procede a calcular la curvatura en el punto de fluencia de la siguiente manera:

$$\emptyset_y = \frac{M_y}{EC * I_{EFECTIVA}}$$

$$\emptyset_y = \frac{3620.91}{2.58 \times 10^7 * 0.053} = 0.0026 \frac{1}{m}$$

Tabla 46. *Ábacos decodificados para $f'c$ 30 y 40 MPa para el caso de ejemplo*

Punto	30 MPa		40 MPa	
	ρ longitudinal 1%		ρ longitudinal 1%	
	M [kN-m]	\emptyset [1/m]	M [kN-m]	\emptyset [1/m]
B	3620.91	0.00	3583.19	0.00
C	4073.52	0.08	3945.28	0.07
D	362.09	0.08	354.55	0.07
E	362.09	0.16	354.55	0.14
E*	0.00	0.16	0.00	0.14

En la Tabla N°46 se observa los resultados de la decodificación de cada dato normalizado. A continuación, se realiza una interpolación lineal entre los resultados de $f'c$ 30 y 40 MPa. Esto permite encontrar los valores correspondientes para $f'c$ de 35 MPa que caractericen la rótula plástica de la columna de análisis. Los resultados se aprecian en la tabla N°47.

Tabla 47. *Ábaco de interpolación para la caracterización de rótula plástica para $f'c$ 35 MPa*

Punto	35 MPa	
	M [kN-m]	\emptyset [1/m]
A	0	0
B	3602.050	0.003
C	4009.402	0.074
D	358.319	0.074
E	358.319	0.149
E*	0	0.149

Para verificar el análisis, se procede a realizar el proceso de modelación y diseño de una columna hueca con las condiciones específicas en la tabla # 44. En Anexo B, se adjunta una captura del programa utilizado para el diseño de la columna de análisis.

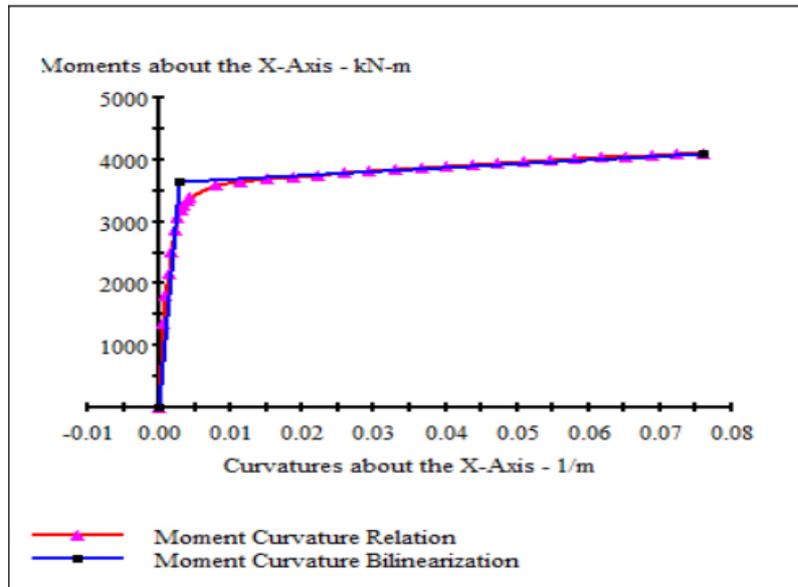


Figura 39. Diagrama momento curvatura y bilinealización propuesta por XTRACT.

Consecuentemente, en base a los resultados que se obtienen de la Tabla 47 se procede a realizar la bilinealización propuesta por la metodología de los ábacos y se compara con el diagrama momento curvatura que se obtiene del proceso de modelación.

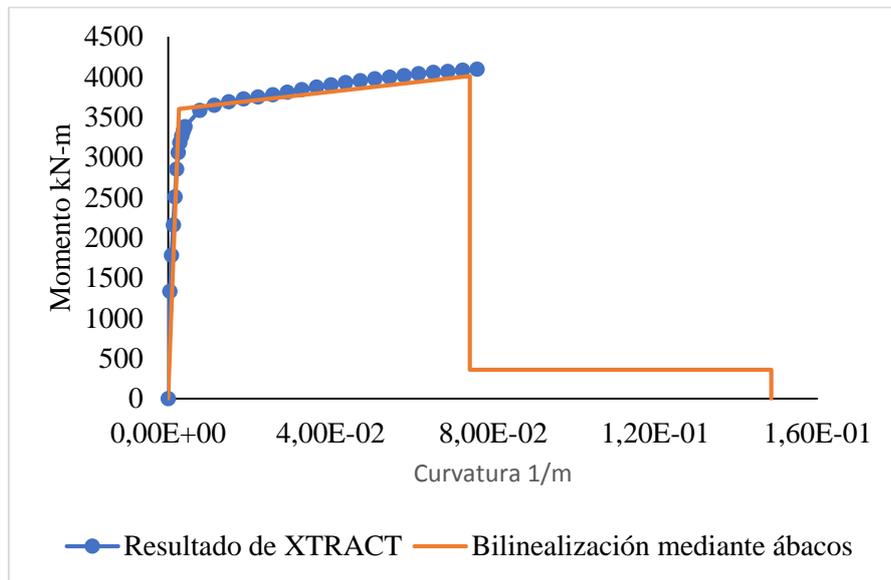


Figura 40. Bilinealización propuesta por los ábacos de caracterización de rótula plástica vs modelación en XTRACT.

El análisis de la Figura N°41 muestra el desfase que existe entre los resultados de modelación y los que se obtienen mediante los ábacos de caracterización de rótula plástica. Por lo tanto, Tabla N° 48 se analiza el porcentaje de error que existe en los puntos de momento de fluencia y momento último de la sección con sus respectivas curvaturas.

Tabla 48. Comparación entre el proceso de modelación y el proceso de caracterización por ábacos

Descripción	Modelación	Ábaco	Porcentaje de variación
My [kN-m]	3646	3602	1.01 %
Mu [kN-m]	4096	4009	1.02 %
\emptyset_y [1/m]	0.0026	0.0026	0%
\emptyset_u [1/m]	0.0760	0.0742	1.02 %

El porcentaje de variación para el momento de fluencia de la sección al igual que el momento último, no pasan del 1 %, en la comparación entre el proceso de modelación y el proceso de uso de ábacos de caracterización de torula plástica. Lo mismo ocurre con la curvatura última de la sección. Sin embargo, para la curvatura en el punto de fluencia, la variación es de 0 %. Evidentemente los resultados mediante el uso de ábacos tienen un alto grado de exactitud frente al proceso de modelación.

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1. Conclusiones

Las columnas huecas circulares con una línea de refuerzo en la cara exterior son estructuras cuyo comportamiento puede ser controlado por compresión o por flexión. Se dice que una columna es controlada por compresión, cuando el eje neutro durante la falla pasa la abertura de la columna. Por otro lado, la columna se encuentra controlada por flexión cuando el eje neutro durante la falla pasa a través de la pared de la sección. Si se requiere columnas que exhiban comportamientos dúctiles, estas deben ser controladas por flexión.

Bajo este preámbulo, un radio de carga axial $\frac{P}{f'c Ag} < 0.1$, es necesario para que la columna exhiba un comportamiento dúctil. Según los resultados de la modelación bajo condiciones de $\frac{P}{f'c Ag} = 0.2$, se puede decir que ninguna columna falla por tensión en el acero. Todas exhiben comportamientos frágiles, donde el hormigón confinado llega a su punto máximo de deformación $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ en cualquier fibra de la columna o en su caso la deformación en la cara interna de la sección corresponde a un valor de $\epsilon_c = 0.005$.

La influencia del acero transversal es aportar con resistencia al cortante y otorgar confinamiento a la columna. Para este tipo de columnas una cuantía de acero transversal entre el 2-3%, resume comportamientos dúctiles en las columnas, siempre y cuando la cuantía longitudinal no exceda el 1%. Esto en parte se debe a la prematura fisuración longitudinal que tiene las columnas huecas de hormigón reforzado en la cara interna.

Si se requiere aplicaciones con mayor ductilidad, la solución para este caso sería controlar el radio de carga axial, mantener una cuantía longitudinal baja y que la relación t/D entre un rango de 0.1, 0.12 y 0.14.

Con respecto a los niveles de desempeño se define que para secciones controladas por compresión el nivel de desempeño IO ocurre cuando $\varepsilon_c = 0.003$. El nivel de desempeño LS ocurre para $\varepsilon_{cover} = 0.005$ en secciones controladas por flexión y $\varepsilon_{cover} = 0.004$ en secciones controladas por compresión. El nivel de desempeño CP para secciones controladas por compresión, ocurre para $\varepsilon_c = 0.005$ en la cara interna de la columna o en su caso $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ en cualquier fibra de hormigón confinado. Por otro lado, para secciones controladas por flexión, el nivel de desempeño CP ocurre cuando $\varepsilon_s = \varepsilon_{suR}$ del acero longitudinal.

Finalmente, se obtiene los ábacos que resumen el comportamiento a flexión para columnas huecas circulares con una capa de refuerzo en la cara exterior. Estos ábacos se encuentran normalizados en función del momento de fluencia y su respectiva curvatura. Estos ábacos se aprecian en la sección 5.2 y 5.3. Evidentemente se puede observar la eficacia de la metodología propuesta mediante los ábacos de diseño ya que de acuerdo a la Figura N°41, los resultados guardan exactitud con un porcentaje de error del 1%, con respecto al proceso mediante modelación. Esto permite simplificar el proceso de análisis no lineal para columnas huecas de hormigón. Además el proceso mediante ábacos es conservador y se apega a términos de seguridad.

6.2. Recomendaciones

El programa XTACT, es una herramienta sumamente útil para poder realizar un análisis no lineal en función de diagramas momento curvatura que permitan evaluar en términos más concretos el comportamiento real de la capacidad de una sección. Sin embargo, en cuestiones de análisis de columnas huecas circulares con una línea de refuerzo en la cara exterior, es fundamental seguir con las condiciones de diseño descritas en la sección 3.7. Esto se debe a que XTACT utiliza la guía de diseño para columnas circulares donde no considera efectos de pérdida de eficiencia en el confinamiento y tampoco el comportamiento de compresión biaxial

que experimentan estas columnas. Esto se traduce en utilizar $K_e=0.6$ y $R = 3$, constantes correspondientes a las ecuaciones (3-2) y (3-3) respectivamente.

Se recomienda considerar para posibles diseños que la capacidad de ductilidad que tienen estas columnas es limitada. Sin embargo, en aplicaciones específicas como columnas para puentes de gran altura, son soluciones económicas considerando que, generalmente las demandas de ductilidad a desplazamiento son bajas. Esto se debe a que el desplazamiento relativo de una columna alta con respecto a una más pequeña genera menos momento en la base de la columna

Debido a que el programa XTRACT no considera la interacción a cortante, es recomendable utilizar un análisis más completo mediante un programa computacional que permita analizar esta variable y su influencia en el comportamiento a flexión de las columnas huecas de hormigón.

7. Referencias

- 356, F. (2000). *prestandard and commentary for the seismic rehabilitation*. washington: asce.
- CALTRANS. (2018). *seismic design criteria v2.6*. california.
- Hoshikuma, J., & Priestley, M. (2000). Flexural behavior of circular hollow columns with a single layer of reinforcement under seismic loading. *Final research report for Caltrans*.
- Kim, H. Y., Lee, J. H., Hwang, D., Kwahk, I., Kim, T., & Lee, S. (2015). Research for Hollow reinforced Concrete Bridge Piers in Korea. *International Scholarly and Scientific Research*, 959-966.
- Liang, X., & Sritharan, S. (2018). Effects of Confinement in circular Hollow Concrete Columns. *ASCE*, 1-13.
- Mander, J., Priestley, M., & Park, R. (1988). Theoretical Stress -Strain Model for Confined Concrete. *Journal Structural Engineering ASCE*, 1-23.
- Mnader, J., Priestley, M., & Park, R. (1983). Behaviour of ductile hollow reinforced concrete columns. *Bulletin of the New Zealand National Society For Earthquake Engineering*, 273-289.
- Nilson, H., Darwin, D., & Dolan, C. (2010). Short columns. In *Design of Concrete Structures* (pp. 280-281). New York: Mc Graw Hill.
- Park, R. (1988). Ductility Evaluation from laboratory and analysis testing. *Proceedings of Ninth World Conference of Earthquake Engineering* (pp. 605-616). Tokyo: University of Canterbury.
- Pazmiño, W. (2010). Niveles para los elementos estructurales. *FICM*, 17-20.
- Pillai, S., & Menon, D. (2005). *Reinforced Concrete Design*. India: McGraww-Hill.
- Prestley, M. (1990). *Flexural Strength*. Chicago: ACI Journal.

Yeh, Y. K., Mo, Y. L., & Yang, Y. C. (2001). Seismic Performance of Hollow Circular Bridge Piers. *ACI Structural Journal* , 862-871.

Zahn, F., Park, R., & Priestley, M. (1990). Flexural Strength and Ductility of Circular Hollow Reinforced Concrete Columns without Confinement on Inside Face. *ACI Structural Journal*, 156-166.

8. **Anexo A. Combinaciones para la modelación paramétrica de columnas huecas de hormigón.**

Tabla 49. *Combinaciones de modelación para $f'c$ 30000 kPa con t/D 0.1*
 $F'c$ (KPA) 30000

Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m ²)	P (kN)
1-B1-0.01-30	0.1	0.01	0.01	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B1-0.015-30	0.1	0.01	0.015	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B1-0.02-30	0.1	0.01	0.02	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B2-0.01-30-	0.1	0.015	0.01	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B2-0.015-30	0.1	0.015	0.15	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B2-0.02-30	0.1	0.015	0.2	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B3-0.01-30	0.1	0.02	0.01	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B3-0.015-30	0.1	0.02	0.15	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B3-0.02-30	0.1	0.02	0.2	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B4-0.01-30	0.1	0.025	0.01	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B4-0.015-30	0.1	0.025	0.15	0.1	1	0.8	0.28274334	0.00
1-B4-0.02-30	0.1	0.025	0.2	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B5-0.01-30	0.1	0.3	0.01	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B5-0.015-30	0.1	0.3	0.15	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
1-B5-0.02-30	0.1	0.3	0.2	0.1	1	0.8	0.28274334	848.23
2-B1-0.01-30	0.1	0.01	0.01	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B1-0.015-30	0.1	0.01	0.015	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B1-0.02-30	0.1	0.01	0.02	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B2-0.01-30	0.1	0.015	0.01	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B2-0.015-30	0.1	0.015	0.15	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B2-0.02-30	0.1	0.015	0.2	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B3-0.01-30	0.1	0.02	0.01	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B3-0.015-30	0.1	0.02	0.15	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B3-0.02-30	0.1	0.02	0.2	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B4-0.01-30	0.1	0.025	0.01	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B4-0.015-30	0.1	0.025	0.15	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B4-0.02-30	0.1	0.025	0.2	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B5-0.01-30	0.1	0.3	0.01	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B5-0.015-30	0.1	0.3	0.15	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46
2-B5-0.02-30	0.1	0.3	0.2	0.2	1	0.8	0.28274334	1696.46

Tabla 50. *Combinaciones de modelación para $f'c$ 3000 kPa con t/D 0.12*

F'c (KPA)								
30000								
Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m²)	P (kN)
1-C1-0.01-30	0.12	0.01	0.01	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C1-0.015-30	0.12	0.01	0.015	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C1-0.02-30	0.12	0.01	0.02	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C2-0.01-30	0.12	0.015	0.01	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C2-0.015-30	0.12	0.015	0.15	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C2-0.02-30	0.12	0.015	0.2	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C3-0.01-30	0.12	0.02	0.01	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C3-0.015-30	0.12	0.02	0.15	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C3-0.02-30	0.12	0.02	0.2	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C4-0.01-30	0.12	0.025	0.01	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C4-0.015-30	0.12	0.025	0.15	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C4-0.02-30	0.12	0.025	0.2	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C5-0.01-30	0.12	0.3	0.01	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C5-0.015-30	0.12	0.3	0.15	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
1-C5-0.02-30	0.12	0.3	0.2	0.1	1	0.76	0.33175218	995.26
2-C1-0.01-30	0.12	0.01	0.01	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C1-0.015-30	0.12	0.01	0.015	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C1-0.02-30	0.12	0.01	0.02	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C2-0.01-30	0.12	0.015	0.01	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C2-0.015-30	0.12	0.015	0.15	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C2-0.02-30	0.12	0.015	0.2	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C3-0.01-30	0.12	0.02	0.01	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C3-0.015-30	0.12	0.02	0.15	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C3-0.02-30	0.12	0.02	0.2	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C4-0.01-30	0.12	0.025	0.01	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C4-0.015-30	0.12	0.025	0.15	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C4-0.02-30	0.12	0.025	0.2	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C5-0.01-30	0.12	0.3	0.01	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C5-0.015-30	0.12	0.3	0.15	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51
2-C5-0.02-30	0.12	0.3	0.2	0.2	1	0.76	0.33175218	1990.51

Tabla 51. *Combinaciones de modelación para $f'c$ de 30000 kPa con t/D 0.14*

30000								
Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m²)	P (kN)
1-D1-0.01-30	0.14	0.01	0.01	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D1-0.015-30	0.14	0.01	0.015	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D1-0.02-30	0.14	0.01	0.02	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D2-0.01-30	0.14	0.015	0.01	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D2-0.015-30	0.14	0.015	0.15	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D2-0.02-30	0.14	0.015	0.2	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D3-0.01-30	0.14	0.02	0.01	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D3-0.015-30	0.14	0.02	0.15	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D3-0.02-30	0.14	0.02	0.2	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D4-0.01-30	0.14	0.025	0.01	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D4-0.015-30	0.14	0.025	0.15	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D4-0.02-30	0.14	0.025	0.2	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D5-0.01-30	0.14	0.3	0.01	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D5-0.015-30	0.14	0.3	0.15	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
1-D5-0.02-30	0.14	0.3	0.2	0.1	1	0.72	0.37824776	1134.74
2-D1-0.01-30	0.14	0.01	0.01	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D1-0.015-30	0.14	0.01	0.015	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D1-0.02-30	0.14	0.01	0.02	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D2-0.01-30	0.14	0.015	0.01	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D2-0.015-30	0.14	0.015	0.15	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D2-0.02-30	0.14	0.015	0.2	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D3-0.01-30	0.14	0.02	0.01	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D3-0.015-30	0.14	0.02	0.15	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D3-0.02-30	0.14	0.02	0.2	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D4-0.01-30	0.14	0.025	0.01	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D4-0.015-30	0.14	0.025	0.15	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D4-0.02-30	0.14	0.025	0.2	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D5-0.01-30	0.14	0.3	0.01	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D5-0.015-30	0.14	0.3	0.15	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49
2-D5-0.02-30	0.14	0.3	0.2	0.2	1	0.72	0.37824776	2269.49

Tabla 52. *Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 Kpa y t/D 0.1*

F'c (kPa)		40000							
Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m²)	P (kN)	
1-B1-0.01-40	0.1	0.01	0.01	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B1-0.015-40	0.1	0.01	0.015	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B1-0.02-40	0.1	0.01	0.02	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B2-0.01-40	0.1	0.015	0.01	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B2-0.015-40	0.1	0.015	0.15	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B2-0.02-40	0.1	0.015	0.2	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B3-0.01-40	0.1	0.02	0.01	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B3-0.015-40	0.1	0.02	0.15	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B3-0.02-40	0.1	0.02	0.2	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B4-0.01-40	0.1	0.025	0.01	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B4-0.015-40	0.1	0.025	0.15	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B4-0.02-40	0.1	0.025	0.2	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B5-0.01-40	0.1	0.3	0.01	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B5-0.015-40	0.1	0.3	0.15	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
1-B5-0.02-40	0.1	0.3	0.2	0.1	1	0.8	0.282743339	1130.97	
2-B1-0.01-40	0.1	0.01	0.01	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B1-0.015-40	0.1	0.01	0.015	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B1-0.02-40	0.1	0.01	0.02	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B2-0.01-40	0.1	0.015	0.01	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B2-0.015-40	0.1	0.015	0.15	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B2-0.02-40	0.1	0.015	0.2	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B3-0.01-40	0.1	0.02	0.01	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B3-0.015-40	0.1	0.02	0.15	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B3-0.02-40	0.1	0.02	0.2	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B4-0.01-40	0.1	0.025	0.01	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B4-0.015-40	0.1	0.025	0.15	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B4-0.02-40	0.1	0.025	0.2	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B5-0.01-40	0.1	0.3	0.01	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B5-0.015-40	0.1	0.3	0.15	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	
2-B5-0.02-40	0.1	0.3	0.2	0.2	1	0.8	0.282743339	2261.95	

Tabla 53. *Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 kPa y t/D 0.12*

F'c (kPA)								
40000								
Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m²)	P (kN)
1-C1-0.01-40	0.12	0.01	0.01	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C1-0.015-40	0.12	0.01	0.015	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C1-0.02-40	0.12	0.01	0.02	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C2-0.01-40	0.12	0.015	0.01	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C2-0.015-40	0.12	0.015	0.15	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C2-0.02-40	0.12	0.015	0.2	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C3-0.01-40	0.12	0.02	0.01	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C3-0.015-40	0.12	0.02	0.15	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C3-0.02-40	0.12	0.02	0.2	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C4-0.01-40	0.12	0.025	0.01	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C4-0.015-40	0.12	0.025	0.15	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C4-0.02-40	0.12	0.025	0.2	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C5-0.01-40	0.12	0.3	0.01	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C5-0.015-40	0.12	0.3	0.15	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
1-C5-0.02-40	0.12	0.3	0.2	0.1	1	0.76	0.331752184	1327.01
2-C1-0.01-40	0.12	0.01	0.01	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C1-0.015-40	0.12	0.01	0.015	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C1-0.02-40	0.12	0.01	0.02	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C2-0.01-40	0.12	0.015	0.01	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C2-0.015-40	0.12	0.015	0.15	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C2-0.02-40	0.12	0.015	0.2	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C3-0.01-40	0.12	0.02	0.01	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C3-0.015-40	0.12	0.02	0.15	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C3-0.02-40	0.12	0.02	0.2	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C4-0.01-40	0.12	0.025	0.01	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C4-0.015-40	0.12	0.025	0.15	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C4-0.02-40	0.12	0.025	0.2	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C5-0.01-40	0.12	0.3	0.01	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C5-0.015-40	0.12	0.3	0.15	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02
2-C5-0.02-40	0.12	0.3	0.2	0.2	1	0.76	0.331752184	2654.02

Tabla 54. Combinaciones de modelación para $F'c$ 40000 kPa y T/D 0.14

40000								
Código	t/D	ρ transversal	ρ longitudinal	$\frac{P}{f'c \times Ag}$	Diámetro Exterior (m)	Diámetro Interior (m)	Ag (m ²)	P (kN)
1-D1-0.01-40	0.14	0.01	0.01	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D1-0.015-40	0.14	0.01	0.015	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D1-0.02-40	0.14	0.01	0.02	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D2-0.01-40	0.14	0.015	0.01	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D2-0.015-40	0.14	0.015	0.15	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D2-0.02-40	0.14	0.015	0.2	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D3-0.01-40	0.14	0.02	0.01	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D3-0.015-40	0.14	0.02	0.15	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D3-0.02-40	0.14	0.02	0.2	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D4-0.01-40	0.14	0.025	0.01	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D4-0.015-40	0.14	0.025	0.15	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D4-0.02-40	0.14	0.025	0.2	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D5-0.01-40	0.14	0.3	0.01	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D5-0.015-40	0.14	0.3	0.15	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
1-D5-0.02-40	0.14	0.3	0.2	0.1	1	0.72	0.378247755	1512.99
2-D1-0.01-40	0.14	0.01	0.01	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D1-0.015-40	0.14	0.01	0.015	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D1-0.02-40	0.14	0.01	0.02	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D2-0.01-40	0.14	0.015	0.01	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D2-0.015-40	0.14	0.015	0.15	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D2-0.02-40	0.14	0.015	0.2	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D3-0.01-40	0.14	0.02	0.01	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D3-0.015-40	0.14	0.02	0.15	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D3-0.02-40	0.14	0.02	0.2	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D4-0.01-40	0.14	0.025	0.01	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D4-0.015-40	0.14	0.025	0.15	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D4-0.02-40	0.14	0.025	0.2	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D5-0.01-40	0.14	0.3	0.01	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D5-0.015-40	0.14	0.3	0.15	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98
2-D5-0.02-40	0.14	0.3	0.2	0.2	1	0.72	0.378247755	3025.98

9. Anexo B

Características Geométricas		Unidad							
Diámetro E	1.5	m							
Diámetro I	1.14	m							
T	0.18	m							
T/d	0.12	m							
Recubrimiento	0.02	m							
Área exterior	1.7671459	m ²							
Área interior	1.0207035	m ²							
Área gross	0.7464424	m ²							
Recubrimiento	0.02	m							
s	0.053								
			Acero longitudinal asume void						
DC	1.46		Ps sin incluir void	0.016	Ps longitu	0.01	Unidades		
Área	0.0003095	m ²	Numero	38	unidades				
Diámetro Espiral	12	mm	As estimada	0.00746442	m ²				
Diámetro Espiral	0.012	m	Diámetro	16	mm				
Área espiral	0.0001131	m ²	Diámetro	0.016	m				
fail			Área unit	0.00020106	m ²				
DC	1.46	m	Área total	0.00764035	m ²	ok			
Área de varilla	0.0001131	m ²	Área varilla	0.00020106	m ²				
ps void	0.01498		Ps Longitu void	0.01023563	nominal				
UNCONFINED CONCRETE									
28 -Day compressive Strength	29750	Kpa							
Tension Strength	0	Kpa							
Yield Strain	0.0014	n/a							
Crushing Strain	0.004	n/a							
Spalling Strain	0.005	n/a							
Post Crushing Strength	0	Kpa							
Failure Strain	1								
Concrete Elastic Modulus	25635473	Kpa							
CONFINED CONCRETE									
Área confinada	0.653451	m ²							
Ke	0.6	Recomendada							
Fy	420000	Kpa							
F'cc	40310.53	Kpa							
ecc	0.004299	n/a							
ey	0.003009	n/a							
ecu	0.015008	n/a							
f1	1887.281	kpa							
f'cc Ecuacion 2	41147.21	kpa							
Acero									
Yield Stress	420000	420000	Unidades						
Fsu	550000	550000	kpa						
esh	0.015	0.015	n/a						
esU	0.12	0.12	n/a						

Figura 41. Programa de diseño y cálculo utilizado para la columna de análisis en la sección 5.3