

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ

Colegio de Administración y Economía

**Gasto público productivo y crecimiento económico: una
aproximación teórica**

Camila Daniela Cañizares Durán

Economía

Trabajo de fin de carrera presentado como requisito
para la obtención del título de
Economista

Quito, 20 de abril de 2021

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ
COLEGIO DE ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA

**HOJA DE CALIFICACIÓN
DE TRABAJO DE FIN DE CARRERA**

**Gasto público productivo y crecimiento económico: una
aproximación teórica**

Camila Daniela Cañizares Durán

Nombre del profesor, Título académico

Carlos Uribe-Terán, Ph.D.

Quito, 20 de abril de 2021

© DERECHOS DE AUTOR

Por medio del presente documento certifico que he leído todas las Políticas y Manuales de la Universidad San Francisco de Quito USFQ, incluyendo la Política de Propiedad Intelectual USFQ, y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo quedan sujetos a lo dispuesto en esas Políticas.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en la Ley Orgánica de Educación Superior del Ecuador.

Nombres y Apellidos: Camila Daniela Cañizares Durán

Código: 00201289

Cédula de Identidad : 1721736492

Lugar y fecha: Quito, 20 de abril de 2021

ACLARACIÓN PARA PUBLICACIÓN

Nota: El presente trabajo, en su totalidad o cualquiera de sus partes, no debe ser considerado como una publicación, incluso a pesar de estar disponible sin restricciones a través de un repositorio institucional. Esta declaración se alinea con las prácticas y recomendaciones presentadas por el Committee on Publication Ethics COPE descritas por Barbour et al. (2017) Discussion document on best practice for issues around theses publishing, disponible en <http://bit.ly/COPETheses>.

UNPUBLISHED DOCUMENT

Note: The following capstone project is available through Universidad San Francisco de Quito USFQ institutional repository. Nonetheless, this project – in whole or in part – should not be considered a publication. This statement follows the recommendations presented by the Committee on Publication Ethics COPE described by Barbour et al. (2017) Discussion document on best practice for issues around theses publishing available on <http://bit.ly/COPETheses>.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios y a la Virgen. A mi tutor Carlos Uribe, por su infinita paciencia y por guiarme en este camino. A mi padre Luis, por apoyarme incondicionalmente en todos mis sueños y ser mi mayor inspiración. A mi madre Nelly, por enseñarme a trabajar fuerte para lograr mis metas. A mi hermana Andrea, por no dejar que me rinda jamás. A toda mi familia, amigos y profesores, quienes con cada palabra o acción me han apoyado y dado la fuerza para seguir adelante. Un agradecimiento especial a mi abuelito Nelson, quien siempre confió en mí y que con certeza sé que cuida de mí y de mi familia.

RESUMEN

¿Cómo afecta la proporción productiva del gasto del gobierno al crecimiento económico? Usando un modelo de crecimiento donde la función de producción depende de la proporción de gasto público productivo, se muestra que cómo se financie dicho gasto no es trivial. Cuando el gobierno puede escoger entre impuestos al consumo o al capital, se encuentra que resulta más eficiente financiar el gasto público mediante los primeros. Por otro lado, un aumento del gasto productivo tiene efectos positivos más fuertes sobre la tasa de crecimiento de largo plazo cuando existe una complementariedad mayor entre éste y el capital en el proceso productivo. El efecto se desvanece, incluso pudiendo llegar a ser negativo, si el grado de sustitución entre factores de producción aumenta.

Palabras clave: Macroeconomía, Modelo de crecimiento, Crecimiento Económico, Modelización macroeconómica, Gasto gubernamental.

ABSTRACT

How does the productive share of government spending affect economic growth? Using a growth model where the production function depends on the proportion of productive public spending, it is shown that how such spending is financed is not trivial. When the government can choose between taxes on consumption or capital, it is found that it is more efficient to finance public spending through the former. On the other hand, an increase in productive spending has stronger positive effects on the long-term growth rate when there is greater complementarity between such productive spending and capital in the productive process. The effect fades, even being negative, if the degree of substitution between inputs increases.

Keywords: Macroeconomics, Growth model, Economic Growth, Macroeconomic modelling, Government spending.

TABLA DE CONTENIDOS

1	Introducción	10
1.1	Revisión de la literatura	11
2	El Modelo	13
2.1	Los sectores de la economía	13
2.1.1	Hogares	13
2.1.2	Firma	14
2.1.3	Gobierno	15
2.1.4	Equilibrio	16
2.2	Economía sin gobierno	18
2.2.1	Hogares	18
2.2.2	Firmas	20
2.2.3	El Equilibrio	20
2.3	Política de impuesto al capital	22
2.3.1	Hogares	22
2.3.2	Firma	23
2.3.3	Gobierno	23
2.3.4	El Equilibrio	23
2.4	Política con impuesto al consumo	24
2.4.1	Hogares	25
2.4.2	Firma	25
2.4.3	Gobierno	26
2.4.4	El Equilibrio	26
3	La porción productiva del gasto gubernamental y las tasas de crecimiento económico	27
3.1	Política con impuesto al capital	28
3.2	Política con impuesto al consumo	31
4	Crecimiento endógeno y gasto productivo	33

5 Conclusiones**35****6 Referencias****36**

1 Introducción

A nivel mundial, el debate acerca del financiamiento y la distribución del gasto público es recurrente, así como su repercusión en las tasas de crecimiento económico. El gasto público en Latinoamérica en el 2019 fue en promedio 27.09% del PIB. Bolivia, Brasil, Argentina, Venezuela y Ecuador encabezan la lista de países con mayor gasto público de la región (FMI, 2021). En contraste, sus tasas de crecimiento económico fueron 2.2%, 1.1%, -2.1%, -3.9% y 0.1%, respectivamente (Banco Mundial, 2021). A pesar de que estos países presentan niveles elevados de gasto público, sus tasas de crecimiento económico divergen en gran medida. ¿A dónde está destinado el gasto público en los países cuyas tasas de crecimiento son elevadas? Dado que el sector productivo es aquel que fomenta el empleo, el desarrollo y la innovación, es pertinente preguntarse si una contribución del gobierno en este sector aportará a las tasas de crecimiento de la economía.

Para responder esta pregunta se plantea un modelo de crecimiento en donde una porción del gasto público entra en la función de producción de la firma. El presupuesto del gobierno se financia mediante el cobro de impuestos al ingreso de capital y al consumo de los hogares. Se analiza el efecto del gasto productivo del gobierno bajo la aplicación de estas dos políticas de impuesto. Asimismo, se examina el efecto en las tasas de crecimiento del capital y del consumo cuando la porción productiva del gasto gubernamental aumenta en la economía.

Cuando el gasto del gobierno se financia mediante un impuesto al ingreso de capital se obtiene una menor tasa de crecimiento de la economía en comparación con dos escenarios: uno donde no existen impuestos y otro donde se establece un impuesto al consumo. Esto se debe a que la acumulación del capital se encarece, causando que se sustituya consumo presente por consumo futuro y generando una reducción en la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo. Por otro lado, la adición de un impuesto al consumo tiene un efecto nulo en la tasa de crecimiento ya que la decisión ocio-consumo de los hogares no está presente en la economía,

por lo tanto, no afecta a la función de utilidad ni a las tasas de crecimiento a largo plazo.

El aumento de la porción de gasto productivo contribuye con las tasas de crecimiento del consumo y del capital. Este incremento genera dos efectos: 1) un efecto sustitución en el corto plazo en donde se intercambia k por G y 2) un aumento de la producción en el largo plazo, por ende un incremento del uso de ambos factores de producción. Finalmente, cuando los factores de producción son sustitutos el crecimiento de la economía es endógeno, por otro lado, si estos son complementarios el crecimiento es estacionario. En el largo plazo el financiamiento del gasto del gobierno no afecta a las tasas de crecimiento, sin embargo, una fuerte sustitución entre factores puede desincentivar el ahorro del capital provocando una disminución en la tasa de crecimiento de la economía.

1.1 Revisión de la literatura

Este trabajo encaja en la literatura de modelos de crecimiento con gasto gubernamental. La relación entre el crecimiento económico y el gasto del gobierno ha sido un constante foco de atención y revisión en la literatura económica. Existe un fuerte debate concerniente a la relación positiva (Pinilla, et al, 2013 y Beuren, et. al, 2014) o negativa (Romero-Ávila & Strauch, 2008 y Afonso & Furceri, 2010) que estas dos variables puedan tener.

Dentro de este debate se destacan dos aspectos que determinan los resultados del efecto que tiene el gasto gubernamental en la economía. Estos son: el financiamiento de este gasto y la distribución de las recaudaciones. Se pueden establecer impuestos al capital, sin embargo, los resultados divergen dependiendo a dónde se transfiere la recaudación tributaria. Si esta se dirige al sector educativo existe evidencia de la estimulación en el crecimiento económico (Freire, 2004), mientras que si esta se convierte en transferencias a las firmas, puede tener una repercusión negativa en la tasa de crecimiento del consumo en estado estacionario (Blanchard & Fischer, 1993). Incluso, los resultados divergen dependiendo de los ambientes planteados en

el modelo. El cobro de impuestos a la renta con una transferencia al sector productivo tiene un efecto diferente cuando se plantea una economía competitiva vs una economía con planificador central (Martínez, 2002).

Cabe recalcar que, no todas las políticas fiscales tienen repercusiones en las tasas de crecimiento económico. Así lo determinó De Gregorio (2012), al establecer un modelo con cobro de impuestos de suma alzada a los hogares, concluyendo que la trayectoria de consumo no cambia cuando existe un aumento del gasto del gobierno permanentemente.

No existe evidencia de lo que sucede al establecer un modelo de crecimiento en donde se visualice la porción productiva que aporta el gobierno de su presupuesto total en la función de producción. Este estudio bajo la aplicación de diferentes políticas de impuesto (al consumo y a los ingresos de capital). Adicionalmente, un análisis cuando esta porción productiva aumenta y el efecto que tiene para las tasas de crecimiento de la economía.

Este trabajo de investigación está organizado de la siguiente manera: la Sección 2 presenta la explicación de los supuestos del modelo y el análisis de la implementación de políticas de cobro de impuesto al consumo y al capital en la economía. La Sección 3 analiza el efecto de un aumento de la proporción del gasto productivo del gobierno en las tasas de crecimiento del consumo y del capital bajo las políticas presentadas en la Sección 2. La Sección 4 desarrolla la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo con una función de producción específica y explica bajo qué condiciones la economía puede tener crecimiento endógeno. Por último, la Sección 5 presenta las conclusiones.

2 El Modelo

El modelo se construye sobre los aportes de Ramsey (1928), Cass (1965) y Koopmans (1965). Al igual que Barro (1990), se agrega un gobierno en la economía y se ubica el gasto gubernamental en la función de producción de la firma. En la economía interactúan tres sectores: los hogares, las firmas y el gobierno.

2.1 Los sectores de la economía

2.1.1 Hogares

Los hogares son consumidores y proveen una unidad de trabajo inelásticamente. Su función de utilidad depende del consumo.¹ Esta función es doblemente diferenciable y cóncava, tal que $U'(c) > 0$ y $U''(c) < 0$. Se asume que el coeficiente de aversión al riesgo relativo de esta función es constante, tal que:

$$\sigma(c) = -\frac{U''(c)c}{U'(c)} = \sigma.$$

Es importante mencionar que σ también se puede interpretar como la inversa de la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo, la cual señala cuán dispuesto está un hogar a intercambiar su consumo de un período a otro (Gourinchas, 2014).

Se considera una economía cerrada con un horizonte de tiempo infinito, por lo tanto, la utilidad total es la suma de las funciones de utilidad instantáneas descontadas a una tasa $\rho > 0$,

¹Todas las variables son funciones del tiempo. Así, $c = c(t)$. Cuando no lo sean, se mencionará explícitamente en el texto.

de manera que se escribe como:

$$V = \int_0^{\infty} U(c) \cdot e^{-\rho t} dt.$$

Adicionalmente, los hogares perciben ingresos de dos fuentes: 1) de los intereses recibidos por parte de sus activos a , a una tasa de interés $0 < r < 1$, y 2) del salario w recibido por la prestación de servicios de trabajo.² Los hogares pagan a la firma por los bienes que consumen c , y pagan al gobierno los impuestos que se establecen a los activos $0 < \tau_a < 1$ y al consumo $0 < \tau_c < 1$. Dados los ingresos y gastos del hogar, la restricción presupuestaria de los hogares viene dada por:

$$\dot{a} = (1 - \tau_a)ra + w - (1 + \tau_c)c, \quad (1)$$

donde \dot{a} es la variación de los activos del hogar.

Los hogares buscan maximizar su utilidad dada su restricción presupuestaria, escogiendo su nivel de consumo, este problema se escribe de la siguiente forma:

$$\max_c \int_0^{\infty} U(c) \cdot e^{-\rho t} dt, \quad (2)$$

$$s.a \quad \dot{a} = (1 - \tau_a)ra + w - (1 + \tau_c)c.$$

2.1.2 Firma

Se asume una firma representativa, cuya función de producción depende del capital K , el trabajo L y la porción productiva del gasto del gobierno G , $F(K, L, G)$. Esta función es homogénea de grado 1 en K y en L . Es doblemente diferenciable tal que $\frac{\partial F(K, L, G)}{\partial K} > 0$ y

²La tasa de interés y el salario se determinan en equilibrio.

$\frac{\partial^2 F(K,L,G)}{\partial K^2} < 0$. Además, cumple con las condiciones de Inada:

$$\lim_{K \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \infty, \quad \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = 0.$$

$$\lim_{L \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty, \quad \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = 0.$$

Las firmas obtienen ingresos de su producción y pagan, tanto el salario de los trabajadores w , como la renta del capital que utilizan (r y la depreciación, δ). Además, buscan maximizar sus beneficios dados los ingresos que generan y los gastos que realizan, escogiendo cuánto capital invertir y cuántos trabajadores contratar. Esta maximización viene dada por:

$$\max_{K,L} \Pi = F(K,L,G) - (r + \delta)K - wL \quad (3)$$

Las firmas rentarán capital y contratarán trabajo hasta que el producto marginal del capital iguale la tasa de interés y el producto marginal del trabajo iguale el salario, respectivamente.

$$r = \frac{\partial f(k,G)}{\partial k} - \delta, \quad (4)$$

$$w = f(k,G) - \frac{\partial f(k,G)}{\partial k} \cdot k. \quad (5)$$

2.1.3 Gobierno

Una porción g de todo el presupuesto del gobierno B es utilizada por la firma como input en el proceso productivo, de manera que:

$$G = gB, \quad (6)$$

donde B es el presupuesto total del gobierno.

La financiación del presupuesto del gobierno se da a través del cobro de impuestos gravados al consumo y al ingreso de capital del hogar. De modo que, la restricción presupuestaria del gobierno viene dada por:

$$gB + (1 - g)B = \tau_a \cdot ra + \tau_c \cdot c. \quad (7)$$

2.1.4 Equilibrio

En equilibrio todas las variables crecen a una tasa constante, por lo tanto, la tasa de crecimiento del consumo y del capital son iguales, ambas representan la tasa de crecimiento de la economía (Sala-i-Martin & Barro, 2004). Para que esto suceda, dado que se asume una economía cerrada, en estado estacionario los activos del hogar deben ser iguales al capital. La tasa de interés y el salario de equilibrio son aquellos obtenidos del problema de maximización de la firma. Por último, se debe cumplir la identidad nacional de la economía:

$$Y = C + (1 - g)B,$$

donde $(1 - g)B$ corresponde al consumo del gobierno.

En resumen, se satisfacen las siguientes condiciones:

$$a = k, \quad (8)$$

$$r = \frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta, \quad (9)$$

$$w = f(k, G) - \frac{\partial f(k, G)}{\partial k} \cdot k, \quad (10)$$

$$Y = C + (1 - g)B, \quad (11)$$

$$\sigma(c) = -\frac{U''(c)c}{U'(c)} = \sigma. \quad (12)$$

Todos los escenarios que se presentarán a continuación deben tomar en cuenta las condi-

ciones de equilibrio y satisfacer la condición de transversalidad, esta última viene dada por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t)k(t)e^{-\rho t} = 0.$$

La condición de transversalidad garantiza la convergencia del sistema al equilibrio estacionario. Asimismo, se establece una restricción de endeudamiento para los hogares, esta se define como la condición de no Ponzi y su papel es limitar la existencia de montos ilimitados de deuda e impago en el largo plazo, viene dada por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t)e^{-rt} \geq 0.$$

Esta condición indica que los hogares no pueden tener una deuda cuyo crecimiento sea asintóticamente más acelerado que el de la tasa de interés (Gourinchas, 2014). Por último, para asegurar que la tasa de crecimiento del consumo sea positiva, la tasa de interés de equilibrio debe ser mayor a la tasa de descuento, tal que:

$$\frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta > \rho.$$

Dadas las condiciones de equilibrio y la resolución de los problemas de cada uno de los sectores de la economía se determina que, la tasa de crecimiento del consumo en equilibrio es:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[(1 - \tau_k) \left(\frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta \right) - \rho \right]. \quad (13)$$

Y la tasa de crecimiento del capital en equilibrio es:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{f(k, G)}{k} - \delta - \frac{B}{k} - \frac{c}{k}. \quad (14)$$

En el largo plazo, la existencia de crecimiento endógeno o estacionario en la economía va a depender de la relación existente entre los factores de la función de producción. La economía estará sujeta a crecimiento endógeno en el momento en el que exista cierto grado de sustitución

entre factores, de tal manera que, la estricta combinación de k y G no sea necesaria para la producción. Por otro lado, cuando ambos factores son totalmente necesarios para la producción, es decir, son complementarios, el crecimiento en la economía será estacionario.

Finalmente, es preciso mencionar que, el análisis de cada una de las tasas de crecimiento que se presentarán a continuación en esta sección y en la Sección 3, está centrado en las dinámicas de transición independientemente de la función de producción que se presente en la economía. Una explicación más detallada acerca del crecimiento endógeno y su efecto en el largo plazo se desarrollará en la Sección 4.

2.2 Economía sin gobierno

Previo al análisis de la influencia de los impuestos en el crecimiento económico, es conveniente determinar qué sucede cuando no existen impuestos en la economía y por ende no está presente un gobierno que los recaude y los distribuya a la sociedad.

2.2.1 Hogares

La función de utilidad de los hogares se mantiene como en el problema general. La modificación realizada para eliminar el gobierno en esta economía se encuentra en la restricción presupuestaria del hogar. Por lo tanto, en la ecuación (1) se debe cumplir que $\tau_c = 0$ y $\tau_a = 0$. La nueva restricción presupuestaria del hogar para este escenario es:

$$\dot{a} = ra + w - c. \quad (15)$$

Considerando la ecuación (15), el problema de maximización del hogar es:

$$\max_c \int_0^{\infty} U(c) \cdot e^{-\rho t} dt, \quad (16)$$

$$s.a \quad \dot{a} = ra + w - c.$$

Proposición 1. *Dado el problema de maximización del hogar en una economía sin gobierno, presentado en la ecuación (16), la tasa de crecimiento del consumo es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho). \quad (17)$$

Demostración. Se plantea el Hamiltoniano respectivo dado el problema de la ecuación (16):

$$H = U(c) + \lambda(ra + w - c). \quad (18)$$

A continuación, se obtienen las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = U'(c) - \lambda = 0, \quad (19)$$

$$\dot{\lambda} = -H_a + \lambda\rho = -\lambda(r - \rho). \quad (20)$$

Derivando con respecto al tiempo a la ecuación (19) y reemplazando el resultado en la ecuación (20),

$$\dot{\lambda} = U''(c) \cdot \dot{c}, \quad (21)$$

$$U''(c) \cdot \dot{c} = -U'(c)(r - \rho). \quad (22)$$

Dividiendo ambos lados para c y notando que $\sigma = -\frac{U''(c)c}{U'(c)}$, se obtiene el resultado. \square

2.2.2 Firmas

En esta economía, se elimina el gasto del gobierno G en la función de producción de la firma. Los supuestos respecto a la maximización de beneficios se mantienen, tal que:

$$\max_{K,L} \Pi = F(K,L) - (r + \delta)K - wL. \quad (23)$$

Proposición 2. *La tasa de interés y el salario obtenidos del problema de maximización de beneficios de la firma cuando el gobierno en la economía es inexistente es:*

$$r = f'(k) - \delta. \quad (24)$$

Y el salario de equilibrio es:

$$w = f(k) - f'(k) \cdot k. \quad (25)$$

Demostración. La tasa de interés y el salario de equilibrio se obtienen mediante la condiciones de primer orden del problema planteado en la ecuación (23):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = f'(k) - (r + \delta) = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = f(k) + L \cdot f'(k) \cdot \left(-\frac{K}{L^2}\right) = w. \quad (27)$$

□

2.2.3 El Equilibrio

Las condiciones de equilibrio permanecen iguales a las planteadas y explicadas en el problema general. La única variación realizada es al eliminar el gasto del gobierno en la tasa de

interés y en el salario de equilibrio.

Proposición 3. *En una economía sin gobierno, la tasa de crecimiento del consumo en equilibrio es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} [f'(k) - \delta - \rho]. \quad (28)$$

Y la tasa de crecimiento del capital en equilibrio es:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{f(k)}{k} - \delta - \frac{c}{k}. \quad (29)$$

Demostración. Para encontrar la tasa de crecimiento del consumo y del capital en equilibrio se reemplazan las condiciones de equilibrio del modelo general en las ecuaciones (17) y (15) respectivamente. Se deben considerar la tasa de interés y el salario obtenidos de las ecuaciones (24) y (25). □

Al analizar las tasas de crecimiento de equilibrio en este escenario se establece que la tasa de crecimiento del consumo depende de la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento. A mayor tasa de interés, la posesión de activos para el hogar será más atractiva, esto se debe a que genera un mayor ingreso actual, provocando que el consumo futuro aumente y por consiguiente, la tasa de crecimiento del consumo tenga el mismo efecto.

Es importante incluir en el análisis al coeficiente de aversión al riesgo relativo. Cuando la magnitud de σ es alta, la tasa de crecimiento del consumo se verá afectada. El razonamiento detrás de este resultado es que cuando el coeficiente de aversión al riesgo relativo es alto, la elasticidad de sustitución intertemporal de los hogares será baja, implicando que la tasa de crecimiento del consumo no es tan sensible al cambio en la tasa de interés de un período a otro.

Cabe recalcar que c/k en la ecuación (29) es constante. Esto se debe a que en equilibrio $\frac{\dot{c}}{c}$ y $\frac{\dot{k}}{k}$ crecen a tasas constantes. Por último, en esta economía la variación del capital \dot{k} y del consumo \dot{c} en el largo plazo será 0 debido a que el crecimiento es estacionario. Es significativo

presentar este escenario debido a que sienta una base de comparación para determinar si el cobro de impuestos (al capital o al consumo) genera un impacto positivo o negativo en el crecimiento económico.

2.3 Política de impuesto al capital

¿Qué ocurre si el gobierno solo se financia mediante el cobro de impuestos al ingreso de los activos del hogar? En este escenario $0 < \tau_a < 1$ y $\tau_c = 0$.

2.3.1 Hogares

La restricción presupuestaria del hogar es:

$$\dot{a} = (1 - \tau_a)ra + w - c. \quad (30)$$

El problema de maximización del hogar considerando la ecuación (30) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \max_c \int_0^{\infty} U(c) \cdot e^{-\rho t} dt, \\ \text{s.a. } \dot{a} = (1 - \tau_a)ra + w - c. \end{aligned} \quad (31)$$

Con la solución a este problema se puede plantear la proposición 4.

Proposición 4. *Dado el problema de maximización del hogar con una política de impuesto al capital presentado en la ecuación (31), la tasa de crecimiento del consumo es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} [(1 - \tau_a)r - \rho]. \quad (32)$$

Demostración. La demostración es igual a la del escenario anterior. □

2.3.2 Firma

El problema de la firma es igual al planteado en el modelo general.

Proposición 5. *Dado el problema de maximización de la firma que se encuentra en la ecuación (3), la tasa de interés cuando se aplica un impuesto al capital en la economía viene dado por:*

$$r = \frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta. \quad (33)$$

Y el salario es:

$$w = f(k, G) - \frac{\partial f(k, G)}{\partial k} \cdot k. \quad (34)$$

2.3.3 Gobierno

La restricción presupuestaria del gobierno se establece a través de la ecuación (7) cuando $\tau_c = 0$. Esta se escribe como:

$$gB + (1 - g)B = \tau_a \cdot ra. \quad (35)$$

2.3.4 El Equilibrio

Aplicando las condiciones de equilibrio planteadas en el modelo general, se determina que:

Proposición 6. *Dada una economía sujeta a los supuestos previamente mencionados, en donde se aplica una política de impuesto único al capital, la tasa de crecimiento del consumo en equilibrio es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[(1 - \tau_k) \left(\frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta \right) - \rho \right]. \quad (36)$$

Y la tasa de crecimiento del capital en equilibrio es:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{f(k, G)}{k} - \delta - \frac{B}{k} - \frac{c}{k}. \quad (37)$$

Demostración. Para obtener las tasas de crecimiento del consumo y del capital en equilibrio se reemplazan las condiciones de equilibrio planteadas en el problema general en las ecuaciones (32) y (30) respectivamente. \square

El papel que juegan la tasa de interés y el coeficiente de aversión al riesgo es el mismo del escenario de una economía sin gobierno. La importancia del planteamiento de esta política radica por la presencia del impuesto en las tasas de crecimiento del consumo y del capital. Se determina que, mientras más alto sea el impuesto al capital que establezca el gobierno menor será la tasa de crecimiento del consumo en la economía.

Al comparar con las tasas de crecimiento del escenario de una economía sin gobierno, se establece que un impuesto a los activos del hogar (en equilibrio, un impuesto al capital), ocasiona que la tasa de crecimiento de la economía sea menor de lo que sería si no existe ningún impuesto. Esto se debe a que el costo por la acumulación del capital es más alto, provocando que exista una mayor sustitución del consumo futuro por el consumo presente y, por lo tanto, que la tasa de crecimiento del consumo sea más pequeña ante la presencia del impuesto. El resultado demuestra lo perjudicial que puede ser la introducción de un impuesto a los activos del hogar para la tasa de crecimiento de la economía.

2.4 Política con impuesto al consumo

Como se demostró en la sección anterior, la tasa de crecimiento de la economía en estado estacionario se ve afectada por el establecimiento de un impuesto al capital. Sin embargo, en

esta economía gravar al capital no es la única opción para el gobierno. Se puede considerar la aplicación de una política alternativa. ¿Qué sucede si el gobierno financia su presupuesto únicamente mediante el cobro de impuestos al consumo de los hogares?

2.4.1 Hogares

Nuevamente, la restricción presupuestaria de los hogares planteada anteriormente en el problema general sufre una modificación. En la ecuación (1) se cumple que $\tau_a=0$. Siendo así:

$$\dot{a} = ra + w - (1 + \tau_c)c. \quad (38)$$

El problema de maximización del hogar, tomando en cuenta la ecuación (38) es:

$$\max_c \int_0^{\infty} U(c) \cdot e^{-\rho t} dt, \quad (39)$$

$$s.a \quad \dot{a} = ra + w - (1 + \tau_c)c.$$

Proposición 7. *Dado el problema de maximización del hogar con una política de impuesto al consumo presentado en la ecuación (39), la tasa de crecimiento del consumo es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}(r - \rho). \quad (40)$$

2.4.2 Firma

La tasa de interés y el salario de las ecuaciones (33) y (34), respectivamente, permanecen iguales para este escenario ya que no existe ninguna modificación en el problema de maximización de beneficios de la firma para esta política.

2.4.3 Gobierno

Dado que el presupuesto del gobierno se financia mediante la recaudación única de impuestos al consumo, en la ecuación (7) se cumple que $\tau_a = 0$. Siendo así, la restricción presupuestaria del gobierno es:

$$gB + (1 - g)B = \tau_c \cdot c. \quad (41)$$

2.4.4 El Equilibrio

En equilibrio se cumplen las mismas condiciones planteadas en el modelo general y se determina que:

Proposición 8. *Dada una economía, sujeta a los supuestos previamente mencionados, en donde se aplica una política de impuesto único al consumo, la tasa de crecimiento del consumo en equilibrio es:*

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \delta - \rho \right]. \quad (42)$$

Y la tasa de crecimiento del capital en equilibrio es:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{f(k, G)}{k} - \delta - (1 + \tau_c) \frac{c}{k}. \quad (43)$$

Demostración. Para obtener las tasas de crecimiento del consumo y del capital se reemplazan las condiciones de equilibrio del problema general en las ecuaciones (40) y (38) respectivamente. □

A diferencia de los anteriores escenarios, este tiene un resultado interesante ya que demuestra que no todas las políticas del gobierno que establecen impuestos afectan a la tasa de crecimiento de la economía. La explicación para esta afirmación radica en que la decisión ocio-

consumo para los hogares no está presente en la economía, consecuentemente, la función de utilidad no se ve afectada por la adición de un impuesto y la tasa de crecimiento del consumo tampoco (Acosta et.al, 2012).

Al comparar este resultado con el escenario de una economía sin gobierno, se puede observar que la estructura de las tasas de crecimiento del consumo son las mismas. La única modificación que existe se encuentra en la tasa de interés y en el salario por la adición del gasto gubernamental en la función de producción, a pesar de ello, la influencia del impuesto en ambos escenarios es nula.

Mediante la obtención de estas tasas de crecimiento del consumo y del capital en estado estacionario bajo los tres escenarios, se demuestra la influencia de la aplicación de diferentes políticas de impuestos en las tasas de crecimiento de la economía. Por consiguiente, se concluye que el establecimiento de un impuesto al consumo es el menos perjudicial para la economía por dos razones: la primera porque no afecta a las tasas de crecimiento y la segunda porque contribuye a la parte productiva. Por otra parte, gravar al capital tiene un efecto directo y negativo en la tasa de crecimiento de la economía.

3 La porción productiva del gasto gubernamental y las tasas de crecimiento económico

El gobierno destina una porción de su presupuesto a gastos productivos. Dado que este término aporta a la función de producción, es pertinente preguntarse si un aumento de g haría que la tasa de crecimiento del consumo $\left(\frac{\dot{c}}{c}\right)$ y del capital $\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)$ aumenten. Después de haber encontrado $\frac{\dot{c}}{c}$ y $\frac{\dot{k}}{k}$ bajo las diferentes políticas derivadas del problema general, en esta sección se analiza el efecto de un aumento en el gasto productivo en cada uno de los resultados.

3.1 Política con impuesto al capital

Inicialmente se examina este efecto en la política del cobro de impuesto al capital. Recordando la ecuación (36) y tomando en cuenta que, la función de producción, el capital y el consumo dependen de g , el efecto de un cambio del gasto productivo en la tasa de crecimiento del consumo, viene dado por:

$$\frac{\partial \dot{c}/c}{\partial g} = \frac{1}{\sigma} \left[(1 - \tau_k) \left[\frac{\partial^2 f(k, gB)}{\partial k^2} \cdot \frac{\partial k}{\partial g} + \frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G} \cdot B \right] \right]. \quad (44)$$

Para determinar en qué dirección se encuentra este efecto, es oportuno analizar el signo de cada término de esta expresión. Dado que la función de producción exhibe rendimientos marginales decrecientes, el término $\frac{\partial^2 f(k, gB)}{\partial k^2}$ es negativo. Por otro lado, $\frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G}$ es positivo y representa la complementariedad existente entre el capital y el gasto del gobierno en la función de producción. Este último término junto con la elasticidad de sustitución intertemporal del capital y el signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ son vitales para comprender el efecto que tiene el aumento de g en la tasa de crecimiento del consumo. El signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ se determina con la ayuda de la restricción presupuestaria del gobierno.

Se establece que, cuando existe una fuerte complementariedad entre los factores de producción, el coeficiente de aversión al riesgo relativo tiende a 0 (i.e como es el caso de una función tipo Cobb Douglas), esto hace que el signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ sea negativo, y las magnitudes de la elasticidad de sustitución intertemporal del capital y del término $\frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G}$ sean altas. Con esta descomposición se puede concluir que, cuando existe una política de impuesto único al capital, el efecto de un aumento del gasto productivo en la tasa de crecimiento del consumo es positivo.

El mecanismo detrás de este resultado indica que, asumiendo una fuerte complementariedad entre los factores de producción, cuando el gasto productivo del gobierno aumenta, G también lo hará, y la productividad marginal del capital irá en la misma dirección. En con-

secuencia, la tasa de interés crece provocando que la posesión de activos del hogar sea más atractiva en el presente y generando que el consumo futuro se incremente, manteniendo el nivel de impuestos constante. Finalmente, esto causa que la tasa de crecimiento del consumo aumente.

Sin embargo, se debe tomar en cuenta que el aumento de g puede tener un efecto negativo en la tasa de crecimiento del consumo. Esto se da cuando existe una fuerte sustitución entre los factores de producción. Cuando esto sucede el coeficiente de aversión al riesgo relativo tiende a infinito, el término $\frac{\partial k}{\partial g}$ es positivo, y las magnitudes de la elasticidad de sustitución intertemporal del capital y del término $\frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G}$ son considerablemente pequeñas. Por lo tanto, el efecto negativo del primer término de la ecuación (44) domina en la expresión. Cuando existe un aumento del gasto productivo dada una fuerte sustitución entre los factores de producción, se origina una disminución en la productividad marginal del capital y consecuentemente en la tasa de interés, esto provoca que los activos del hogar sean menos atractivos como fuente de ingreso en el presente, por ende el consumo futuro se reduce, dando como resultado final una disminución de la tasa de crecimiento del consumo.

Algo similar sucede con la tasa de crecimiento del capital. Dada la ecuación (37), el efecto de un aumento del gasto productivo del gobierno en la tasa de crecimiento del capital viene dado por:

$$\frac{\partial \dot{k}/k}{\partial g} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial k}{\partial g} \left[\frac{\partial f(k, G)}{\partial k} - \frac{f(k, G)}{k} \right] + \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial f(k, G)}{\partial G} \cdot B - \frac{1}{k} \left[\frac{\partial c}{\partial g} - \frac{\partial k}{\partial g} \cdot \frac{B+c}{k} \right] \quad (45)$$

En este caso, el análisis de los signos de cada término de la ecuación (45) es igual al visto en la tasa de crecimiento del consumo y es importante mencionar que el signo de $\frac{\partial f(k, G)}{\partial G}$ es positivo. El signo de $\frac{\partial c}{\partial g}$ se determina utilizando la identidad nacional y nuevamente la complementariedad de factores de producción es un fuerte determinante para conocer el efecto que tiene un aumento del gasto productivo en la tasa de crecimiento del capital.

Se ordenaron los términos de la ecuación (45) de forma que se pueden determinar: la productividad marginal del capital y el producto medio. Dado que la función de producción exhibe rendimientos marginales decrecientes, el producto medio siempre será mayor al producto marginal y esto demuestra el signo negativo que tiene el término del primer corchete.

Si existe una fuerte complementariedad entre factores de producción, el signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ será negativo al igual que el de $\frac{\partial c}{\partial g}$, causando que el primer término de la ecuación (45) se vuelva positivo y esta sea la dirección que predomine en el efecto. Lo contrario sucederá cuando existe sustitución entre factores de producción, estableciendo que un aumento de g disminuirá la tasa de crecimiento del capital.

El mecanismo detrás de este resultado se explica mediante dos efectos. En primer lugar, ocurre un efecto sustitución. Manteniendo un nivel de producción constante, en el momento en el que g aumenta, también lo hará G y debido a que el gobierno es el que provee este factor de producción, la firma empezará a usar menos capital y más gasto gubernamental. En segundo lugar, se da un aumento en la producción a largo plazo. Cuando G aumenta, la producción de la firma irá en la misma dirección y se necesitará más stock de capital y más gasto gubernamental para cumplir con este nuevo nivel de producción.

Al asumir una fuerte complementariedad entre factores de producción, el segundo efecto es el que dominará. Esto se debe a que los dos factores son indispensables para la producción, por ende, en el largo plazo ambos deben aumentar, provocando que la tasa de crecimiento del capital crezca ante un aumento en g . Por otro lado, al asumir una fuerte sustitución entre factores, el segundo efecto se tornará en la dirección contraria. En vista de que se puede reemplazar el capital por el gasto gubernamental y dado que este último factor está aumentando por el aumento de g , entonces la tasa de crecimiento del capital disminuirá.

En resumen, cuando existe una política con impuesto al capital, se debe tener en cuenta que el efecto de un aumento del gasto productivo del gobierno en las tasas de crecimiento del

consumo y del capital, depende en su totalidad de la complementariedad o sustitución que exista entre los factores de producción. A mayor complementariedad entre factores, el efecto tiende a ser positivo mientras que a mayor sustitución, el efecto tiende a ser negativo.

3.2 Política con impuesto al consumo

Cuando se aplica una política de impuesto al consumo en la economía, los resultados presentan una ligera variación respecto al análisis con la política de impuesto al capital. Dada la ecuación (42), el efecto de un aumento de la porción productiva del gasto gubernamental en la tasa de crecimiento del consumo viene dado por:

$$\frac{\partial \dot{c}/c}{\partial g} = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial^2 f(k, gB)}{\partial k^2} \cdot \frac{\partial k}{\partial g} + \frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G} \cdot B \right] \quad (46)$$

En vista de que los supuestos de la función de producción en la economía son los mismos, independientemente de la implementación de la política, el término $\frac{\partial^2 f(k, gB)}{\partial k^2}$ es negativo y $\frac{\partial f(k, gB)}{\partial k \partial G}$ es positivo. Para establecer el signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ se utiliza la restricción del gobierno de la ecuación (41) y la identidad nacional presentada en la ecuación (11). Dadas estas ecuaciones se determina que este término es indiscutiblemente negativo. Por lo tanto, el efecto de un aumento de g es positivo para la tasa de crecimiento del consumo. En este resultado, la complementariedad o sustitución entre factores de producción no es un determinante para establecer la dirección de dicho efecto, sin embargo, puede contribuir para determinar la magnitud del mismo.

La intuición detrás de este resultado se explica con la ayuda del signo negativo de $\frac{\partial k}{\partial g}$. Un aumento en g supone un incremento de la inversión del gobierno en G , esto provoca que en el corto plazo la firma sustituya capital por gasto gubernamental ya que supone un menor costo. En el largo plazo, ante un aumento en G , la firma deseará producir más y para poder hacerlo se necesitan los dos factores de producción. Por su parte, los hogares al ser quienes proveen de

capital a la firma, retenerán k en el corto plazo ya que la firma no lo está demandando tanto y lo prestarán en el largo plazo ya que la demanda aumentará. Esto genera que el consumo futuro incremente y considerando que el impuesto no afecta a la tasa de crecimiento del consumo, $\frac{\dot{c}}{c}$ se incrementará ante un aumento en g .

Dentro del análisis para la tasa de crecimiento del capital sucede lo mismo que con la tasa de crecimiento del consumo. Dada la ecuación (43), el cambio en la tasa de crecimiento del capital ante un aumento en g viene dado por:

$$\frac{\partial \dot{k}/k}{\partial g} = \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial k}{\partial g} \left[\frac{\partial f(k, gB)}{\partial k} - \frac{f(k, gB)}{k} \right] + \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial f(k, gB)}{\partial G} \cdot B - (1 + \tau_c) \cdot \frac{1}{k} \left[\frac{\partial c}{\partial g} - \frac{\partial k}{\partial g} \cdot \frac{c}{k} \right] \quad (47)$$

En este análisis el signo de $\frac{\partial k}{\partial g}$ siempre será negativo y $\frac{\partial f(k, gB)}{\partial G}$ positivo. Nuevamente, se visibilizan la productividad marginal y el producto medio. Dado que los supuestos de la función de producción son los mismos, el primer término de la ecuación (47) será positivo y el tercer término será negativo. En esta ecuación se pueden visualizar los dos efectos mencionados en la intuición detrás del resultado de la tasa de crecimiento del consumo. Los dos primeros términos muestran la necesidad de un aumento de k y G ante el deseo de la firma de incrementar su producción. El tercer término demuestra la sustitución que existe entre k y G en el corto plazo.

En este caso, el efecto que predomina es el de los dos primeros términos de la ecuación (47), en donde el capital tiene que aumentar para que la producción de la firma crezca. Por lo tanto, un aumento en g tendrá como resultado un aumento en la tasa de crecimiento del capital. Este resultado coincide con la explicación del incremento de la tasa de crecimiento del consumo ante un aumento en g . Debido a que se están analizando las tasas de crecimiento en estado estacionario, en el largo plazo tanto $\frac{\dot{c}}{c}$ como $\frac{\dot{k}}{k}$ van a crecer a la misma tasa, provocando que el efecto de un aumento en g sea igual para ambas. Se debe tener en cuenta que, a pesar de que el impuesto no sea relevante para determinar la dirección del efecto, sí lo es para determinar la magnitud del mismo. Mientras más grande sea τ_c , menor será la magnitud de la derivada.

En resumen, cuando existe una política con impuesto al consumo, indudablemente la tasa de crecimiento del consumo y del capital van a subir ante un aumento en el gasto productivo. A diferencia del análisis en la política de impuesto al capital, la complementariedad o sustitución entre factores de producción no es un determinante para conocer la dirección de este efecto.

4 Crecimiento endógeno y gasto productivo

En esta sección se establecerá una función de producción específica para determinar bajo qué condiciones el crecimiento de la economía es endógeno.

Se asume una función de producción CES escrita de la siguiente manera:

$$f(k, G) = [\alpha k^\gamma + (1 - \alpha)G^\gamma]^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (48)$$

donde γ es el parámetro de sustitución y $(1 - \alpha)$ es la participación del gasto del gobierno dentro del proceso productivo.

Dada la función de producción escrita en la ecuación (48) y considerando los supuestos presentados en la Sección 2 referentes al hogar y al gobierno, la tasa de crecimiento del capital viene dada por:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{[\alpha k^\gamma + (1 - \alpha)G^\gamma]^{\frac{1}{\gamma}}}{k} - \delta - \frac{B}{k} - \frac{c}{k}. \quad (49)$$

Cabe recalcar que, esta tasa será la misma ya sea que se aplique una política de impuesto al capital, al consumo o incluso ambas, en la economía. La tasa de crecimiento a largo plazo se obtiene al encontrar el límite cuando k tiende a infinito en la ecuación (49). Por lo tanto, la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo, dada la función de producción CES es:

$$\frac{\dot{k}}{k} = (1 - \alpha)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} G^{1-\gamma} - \delta - \frac{c}{k}. \quad (50)$$

Mediante el resultado de la ecuación (50) se puede analizar de qué manera la relación entre los factores de producción determina la presencia de crecimiento endógeno o estacionario en la economía. Cuando $\gamma = 0$ la función de producción convergerá a una Cobb Douglas. Por lo tanto, el primer término de la ecuación (50) se elimina y los dos últimos términos, que son constantes, prevalecen. Dado que el resultado converge a un número que ha sobrepasado el origen, se establece que dentro de esta economía y considerando esta función de producción, el crecimiento es estacionario.

Por otro lado, cuando $\gamma > 0$, se está asumiendo que existe un grado de sustitución entre k y G . En este caso la ecuación (50) permanece tal cual. De modo que, cuando $(1 - \alpha)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} G^{1-\gamma} > \delta + \frac{c}{k}$, el crecimiento será endógeno. Es importante mencionar que para que exista crecimiento endógeno, el supuesto de que la función de producción exhibe retornos decrecientes debe romperse y por lo tanto, el producto medio y el producto marginal tienen límites inferiores. Esto conlleva a la violación de las condiciones de Inada (Sala-i-Martin & Barro, 2004).

Estos resultados indican que, en el largo plazo la forma de financiar el gasto gubernamental pierde relevancia y la importancia radica en la porción del presupuesto del gobierno que se destina al gasto productivo. Al aumentar g y asumiendo que existe cierto grado de sustitución, la productividad marginal del capital disminuirá al igual que la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo. Mientras más grande es el grado de sustitución entre los factores de producción, menor será la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo.

El razonamiento detrás de este último resultado radica en que mientras más alto sea el grado de sustitución entre los factores de producción, el uso de k no será estrictamente necesario en el proceso productivo. Por lo tanto, si el gobierno es quien puede gastar para producir, y con esto sustituir al capital totalmente, la acumulación de los activos de los hogares pierde su propósito. Consecuentemente, la tasa de crecimiento del capital y (en el equilibrio) de la economía disminuye. Estos hallazgos reafirman el análisis que se presentó en la Sección 3, confirmando que el grado de sustitución o complementariedad entre los factores de producción

es un fuerte y notable determinante para conocer el efecto de un aumento en g sobre las tasas de crecimiento de la economía, tanto en la dinámica de transición como en el largo plazo.

5 Conclusiones

El propósito de este trabajo de investigación fue examinar qué sucede con las tasas de crecimiento de la economía cuando el gobierno contribuye con el sector productivo de la misma, esto bajo la aplicación de diferentes políticas de impuesto. En primer lugar, los resultados obtenidos indican que, gravar a los ingresos de los activos del hogar afecta negativamente a la tasa de crecimiento de la economía, por otro lado, gravar al consumo tiene un efecto nulo en esta misma. En segundo lugar, el aumentar la porción productiva del gasto gubernamental resulta en un aumento de las tasas de crecimiento del consumo y del capital. Esto sucede tanto en una economía que grava al consumo como en una economía que grava al capital, sin embargo, en esta última, los factores de producción deben ser complementarios para que esto ocurra. Por último, el crecimiento de la economía está determinado por la relación que existe entre los factores de producción. El crecimiento es estacionario cuando existe complementariedad y es endógeno cuando existe sustitución entre factores.

Las limitaciones que presenta esta investigación se dan por los supuestos estipulados en el modelo, por ejemplo, la presencia de una economía cerrada, no existe crecimiento poblacional, y el horizonte de tiempo infinito. La modificación de estos supuestos podría representar un potencial avance para este estudio. Para finalizar, en futuras investigaciones se podría considerar ampliar el análisis del gasto productivo del gobierno combinando diferentes políticas de impuesto en un solo escenario, al igual que diversificando los destinos de las recaudaciones tributarias.

6 Referencias

- Afonso, A. & Furceri, D. (2010). *Government size, composition, volatility and economic growth*. Volume 26, Issue 4. European Journal of Political Economy.
- Álvarez, M. & Álvarez, D. (2015). *Una revisión crítica a los modelos básicos de crecimiento económico*. México: Denarius.
- Banco Mundial. (2021). *Crecimiento del PIB (% anual) por país*. Obtenido el 21 de febrero del 2021 de: <https://datos.bancomundial.org>
- Ballesteros, J., Bethencourt, C., Marrero, G. & Perera, F. (2012). *El modelo Neoclásico con tasa de ahorro endógena*. España: Universidad de La Laguna.
- Barrientos, J. (2000). *Crecimiento económico óptimo y calidad ambiental*. Vol. 53. Medellín, Colombia: Lecturas de Economía.
- Beuren, I. & Francivânia, F.(2014). *Relación entre composición del gasto público y crecimiento económico de los países de América Latina*. ISSN-e 0329-3475. Argentina: Invenio.
- Blanchard, O. & Fischer S. (1993). *Lectures on Macroeconomics*. Londres, Inglaterra: The MIT Press.
- De Gregorio, J. (2012). *Macroeconomía: Teoría y Políticas*. Santiago de Chile, Chile: Pearson.
- FMI. (2021). *Gross Domestic Product and Components selected indicators*. Obtenido el 21 de febrero del 2021 de: <https://data.imf.org/regular.aspx?key=61545852>

- Freire, J. (2004). *Gasto público y efectos de los impuestos en los modelos de crecimiento endógeno con capital humano*. Investigación Económica. Vol. 63, No.247. Ciudad de México, México: Facultad de Economía, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Garza, N. & Pugliese, G. (2009). *Elección Teórica en Economía: El caso de Solow, Romer y Ramsey*. Colombia: Cuadernos de Economía.
- Gourinchas, P. (2014). *The Ramsey-Cass-Koopmans Model*. California, Estados Unidos: Universidad de Berkeley.
- Marroquín, J. & Ríos, H. (2012). *Gasto público, permanencia en el poder y crecimiento económico*. Vol. 30-1. Valladolid, España: Asociación Internacional de Economía Aplicada.
- Martínez, D. (2002). *Crecimiento económico endógeno y capital público desde una perspectiva regional: una aproximación*. ISSN: 0213-7585. Málaga, España: Revista de Estudios Regionales.
- Pinilla, D., Jiménez, J. & Montero, R. (2013). *Gasto público y crecimiento económico . Un estudio empírico para América Latina*. ISSN 0121-4772. Bogotá, Colombia.
- Posada, C. (2015). *El costo de oportunidad del cambio técnico, el crecimiento económico y el caso colombiano 1925-2012*. Medellín, Colombia: Elseiver.
- Romero-Ávila, D. & Strauch, R. (2008). *Public finances and long-term growth in Europe: Evidence from a panel data analysis*. Volume 24, Issue 1. European Journal of Political Economy.
- Sala-i-Martin, X. & Barro, R. (2004). *Economic Growth*. Londres, Inglaterra: The MIT Press.

Zuluaga, B. & Raffo, L. (2008). *Optimización dinámica y modelos de crecimiento con consumo óptimo: Ramsey-Cass-Koopmans*. Cali, Colombia: Universidad ICESI.