

**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO**

**Colegio de Postgrados**

**Análisis de Opciones Reales utilizando Python**

**León Augusto Bourgeat Terán**

Tesis de grado presentada como requisito para la obtención  
del título de Maestría en Matemática Aplicada

Cumbayá

Noviembre 2009

**Universidad San Francisco de Quito**

**Colegio de Postgrados**

## HOJA DE APROBACION DE TESIS

**Análisis de Opciones Reales utilizando Python**

**León Augusto Bourgeat Terán**

Carlos Jiménez, Ph. D.  
Director de Tesis

---

Ximena Córdova, Ph. D.  
Miembro del Comité de Tesis

---

Carlos Jiménez, Ph. D.  
Director de la Maestría en  
Matemática Aplicada

---

Víctor Viteri Breedy, Ph. D.  
Decano del Colegio de Postgrados

---

Cumbayá, Noviembre 2009

©Derechos de autor  
León Augusto Bourgeat Terán

2009

## **Dedicatoria**

Con mucho cariño principalmente a mis padres que me dieron la vida y una carrera para mi futuro, a mi esposa Karina, que siempre ha estado apoyándome y brindándome todo su amor, a mis hijos Augusto, Cybelle y Thierry que son pedacitos de amor de mi corazón y a mis profesores por darme el tiempo para realizarme profesionalmente.

## **Agradecimiento**

Deseo mostrar mi más sincero agradecimiento a todas aquellas personas que a continuación citaré y muchas de las cuales han sido un soporte muy fuerte en momentos de angustia y desesperación.

Primero y antes que nada, dar gracias a Dios, por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía.

Agradezco, a Carlos Jiménez, Ph.D., Director de esta tesis; para mi es un honor haber realizado este trabajo bajo su dirección y le estaré siempre muy agradecido por haberme permitido estudiar en una Universidad tan prestigiosa como es la Universidad San Francisco de Quito.

Agradezco, a los Docentes de la Universidad San Francisco de Quito, por compartir sus conocimientos conmigo e inspirar en mí mucha admiración.

A mi esposa, Karina, por darme su amor, y sobre todo, estabilidad emocional y sentimental, para poder llegar hasta este logro, que definitivamente no hubiese podido ser.

A mis hijos Augusto, Cybelle y Thierry, por el apoyo y alegría que me dan.

A mis padres y hermanas, a quienes agradezco de todo corazón por su amor, cariño y comprensión.

A Julio Arboleda, por la colaboración brindada durante toda la tesis.

Muchas gracias a todos.

Augusto Bourgeat

## **Resumen**

La presente investigación se orienta a implementar un modelo de simulación basado en la Valoración de Opciones Reales aplicable a la evaluación de proyectos de inversión, que nos permita tener un mayor grado de certeza frente a técnicas que no consideran la incertidumbre.

Las técnicas propuestas se orientan a aplicar diferentes tipos de Opciones Reales utilizando redes binomiales y el método de valoración Black and Scholes, con Python como lenguaje de programación, metodología que considera diferentes escenarios posibles de la actividad económica, de empresas o proyectos de inversión.

El Lenguaje Python es un software libre que permite implementar aplicaciones en proyectos de programación, por lo que se ha aplicado en el Análisis de Opciones Reales.

Finalmente, para la aplicación de Opciones Reales en situaciones de riesgo, se ha considerado escenarios de proyectos de exploración y explotación de yacimientos petroleros, por tratarse de una actividad rentable que requiere de elevadas inversiones, permite una evaluación por fases y mantiene un elevado grado de incertidumbre.

## **Abstract**

The present investigation is oriented on implementing an assessment model based on the valuation of applicable Real Options to the test projects of inversion, which allows us to have a greater degree of certainty because the techniques do not consider the uncertainty.

The proposed techniques are a guide for applying different types of Real Options using binomials networks and the Black and Scholes valuation method, with Python as a programming language, methodology considers different possible settings of the economical activity, of businesses or investment projects.

The Python Language is free software that allows us to implement applications in programming projects, as it has been applied in the Analysis of Real Options.

Finally, applying Real Options in risky situations, it has been considered as projects settings of exploration and exploitation of petroleum deposits, because it is an income-yielding activity that requires high investments, that allows step assessments and keeping high expectations of uncertainty.

## Índice general

### Capítulo 1

Introducción .....	1
Objetivo general del proyecto .....	3
Objetivos específicos del proyecto .....	3
Metas del proyecto .....	3

### Capítulo 2

Opciones Reales .....	4
Introducción a la Valuación de las Opciones Reales .....	4
Los Proyectos de inversión analizados como Flujo de Fondos Descontados (DCF) ...	7
Los proyectos de Inversión analizados como Opciones Reales .....	8
El Flujo de Caja Descontado y las Opciones Reales .....	10
Pasos para el Análisis de Opciones Reales.....	14
Un modelo sencillo de Valoración de Opciones .....	15
Construyendo opciones equivalentes a acciones ordinarias y endeudamiento .	15
Valoración neutral al riesgo .....	18
Método de Valoración de Opciones Black & Scholes .....	20
La fórmula de Black y Scholes .....	22
Utilización de la fórmula de Black y Scholes .....	25
Valoración de Opciones mediante Redes Binomiales .....	27
Red del activo subyacente .....	27
Red de Valoración .....	29
El Método Binomial para Valorar Opciones .....	31
Tipos de las Opciones Reales .....	33
Opción de posponer la inversión .....	33
Opción de expandir o contraer un proyecto .....	34
Opción de abandonar un proyecto .....	34
Opción de cambio por otro plan .....	35



Opciones secuenciales o compuestas .....	35
El Valor de las Opciones Combinadas .....	35
Categorías Generales de Opciones Reales .....	36
Python .....	37
Lenguaje Python .....	38
Python como calculadora .....	40
WxPython .....	53
WxGlade .....	59
 Capítulo 3	
Tipos de Opciones Reales .....	61
Introducción .....	61
Opción de Abandono .....	64
Opción de Ampliación y Crecimiento .....	71
Opción de Contracción .....	78
Opción de Escoger .....	84
Diferir y Aprendizaje .....	91
 Capítulo 4	
Software de Aplicación .....	95
Introducción .....	95
Cálculo del precio de una opción Europea de compra y de venta .....	96
Cálculo del precio de una opción utilizando movimientos hacia arriba y hacia abajo en incrementos de tiempo, y probabilidad de riesgo neutral .....	97
Cálculo paridad Put – Call .....	98
Cálculo de la volatilidad estimada .....	99
Distribución de Precios e Histograma de los posibles cambios de precios.....	101
Opción de Abandono .....	102
Opción de Contracción .....	103
Opción de Expansión .....	105

Opción de escoger entre Expansión, Contracción, Abandono y Continuar .....	107
Opción Real para Recuperación de una Inversión .....	108
Capítulo 5	
Opciones Reales: Exploración y Explotación de Petróleo .....	110
Introducción .....	110
Fuente de riesgo en la exploración petrolera .....	114
Resultados en la exploración petrolera .....	115
Estudio de un caso .....	117
Cálculo del Valor Presente Neto .....	118
Recuperación de una inversión .....	120
Opción de Abandono .....	124
Opción de Contracción .....	127
Opción de Expansión .....	129
Capítulo 6	
Análisis comparativo con otros Sistemas de Opciones Reales .....	131
Real Option SLS (Super Lattice Solver) .....	132
Real Option Analysis Toolkit .....	134
Opciones Reales Utilizando Python .....	135
Capítulo 7	
Conclusiones y Recomendaciones .....	141
Bibliografía .....	146
Glosario .....	148

## Anexos

Anexo 1 .	Analogía entre una Opción Americana y una Opción de Inversión en un Proyecto .....	152
Anexo 2 .	Precio del petróleo .....	153
Anexo 3 .	Opción Europea .....	156
Anexo 4 .	Efectos de los cambios en el Precio de una Opción .....	158

## Lista de tablas

Tabla 2.1	Analogía entre opciones reales y opciones financieras .....	11
Tabla 2.2	Diferencias entre opciones reales y financieras .....	13
Tabla 2.3	Pasos para la valoración de opciones .....	14
Tabla 2.4	Aplicaciones de opciones reales .....	36
Tabla 2.6	Características de los operadores aritméticos de Python .....	43
Tabla 2.7	Características de los operadores lógicos de Python .....	45
Tabla 2.8	Operadores de comparación .....	46
Tabla 4.1	Volatilidad estimada de flujos de caja .....	99
Tabla 5.1	Plan de inversión para el campo petrolero Pungarayacu .....	119
Tabla 5.2	El valor de rescate para el campo petrolero Pungarayacu .....	120
Tabla 6.1	Datos Árbol binomial de la Opción de abandono en Python .....	139

## Lista de figuras

Figura 2.1	Distribución de los posibles cambios de precios de a medida que se divide la vida de la opción en un número mayor de subperíodos más pequeños .....	23
Figura 2.2	Red y Distribución de probabilidades de los activos futuros .....	28
Figura 2.3	Red del valoración y decisión .....	30
Figura 2.4	Abanico y distribución de los posibles cambios de precios .....	32
Figura 2.5	Valor de opciones combinadas .....	35
Figura 2.6	Parámetros de Definición de Funciones .....	53
Figura 2.7	Ventana con wxPython .....	57
Figura 2.8	El wxGlade y sus comandos .....	59
Figura 3.1	Esquema Opción de Abandono .....	64
Figura 3.2	Red del activo subyacente Opción de Abandono .....	67
Figura 3.3	Red de valoración Opción de Abandono .....	68
Figura 3.4	Red del activo subyacente Opción de Expansión .....	74
Figura 3.5	Red de valoración y decisión Opción de Expansión .....	75
Figura 3.6	Red del activo subyacente Opción de Contracción .....	80
Figura 3.7	Red de valoración Opción de Contracción .....	81
Figura 3.8	Red del activo subyacente Opción de Escoger .....	85
Figura 3.9	Red de valoración Opción de Escoger .....	87
Figura 3.10	Esquema Opción Aprendizaje .....	92
Figura 4.1	Precio de una opción Europea de compra y de venta .....	96
Figura 4.2	Valores calculados mediante la formula Black-Scholes en Excel .....	97
Figura 4.3	Calcula el precio utilizando la formula Black_Scholes y aproximación binomial .	97
Figura 4.4	Valores calculados mediante la formula Black-Scholes en Excel .....	98
Figura 4.5	Paridad Put – Call .....	99
Figura 4.6	Volatilidad estimada .....	100
Figura 4.7	Ventana de Distribución log-normal de precios .....	101
Figura 4.8	Distribución de Precios .....	102

Figura 4.9	Ventana Opción de abandono .....	103
Figura 4.10	Análisis de Simulación de Opción de Abandono en Excel .....	103
Figura 4.11	Ventana Opción de contracción .....	104
Figura 4.12	Análisis de Simulación de Opciones de Contracción en Excel .....	105
Figura 4.13	Ventana Opción de expansión .....	106
Figura 4.14	Análisis de Simulación de Opción de Expansión en Excel .....	106
Figura 4.15	Análisis de Simulación de Opciones de Escoger realizada en Python .....	107
Figura 4.16	Análisis de Simulación de Opciones de Escoger en Excel .....	108
Figura 4.17	Análisis Opción Real para Recuperación de una Inversión .....	109
Figura 5.1	Secuencia de incertidumbre en inversiones para la búsqueda de petróleo .....	113
Figura 5.2	Estructura de una decisión de búsqueda de petróleo .....	114
Figura 5.3	Estrategia para la exploración de crudo .....	116
Figura 5.4	Construcción de las redes del activo .....	122
Figura 5.5	Construcción de las redes de valoración de decisión .....	122
Figura 5.6	Red de valoración y de decisión .....	123
Figura 5.7	Ventana de una opción de rescate .....	124
Figura 5.8	Ventana de una opción de abandono .....	125
Figura 5.10	Diferente escenario de una opción de rescate .....	126
Figura 5.11	Cambio en el valor de rescate de una opción de rescate .....	126
Figura 5.12	Ventana de una opción de contracción .....	128
Figura 5.13	Ventana de una opción de la expansión .....	130
Figura 6.1	Resultado SLS, para Opción de abandono .....	132
Figura 6.2	Hoja en Excel generada por SLS, para presentación de resultados .....	133
Figura 6.3	Redes binomiales generadas en Excel, para una Opción de abandono .....	132
Figura 6.4	Resultado Real Options Analysis Toolkit, para Opción de abandono .....	134
Figura 6.5	Redes binomiales generadas en Excel, Real Options Analysis Toolkit .....	135
Figura 6.6	Shell de Python .....	136
Figura 6.7	Carga del archivo para Opción de Abandono en Python .....	136
Figura 6.8	Ingreso de los parámetros de una Opción de Abandono .....	138
Figura 6.9	Red de decisión de una Opción de Abandono .....	139

## **Capítulo 1**

### **Introducción**

La legislación de los países que favorecen la inversión extranjera, la globalización de la economía y la existencia de yacimientos de recursos naturales, en ciertas áreas del planeta, ha motivado a empresas multinacionales a invertir fuera de su país.

Las grandes compañías petroleras han invertido en los países que poseen yacimientos de petróleo así por ejemplo en el Ecuador, la inversión extranjera en petróleo se incrementó en los últimos años debido a las condiciones favorables del precio del petróleo y a la existencia del hidrocarburo. La inversión en el OCP es un ejemplo de estas tendencias.

La teoría de valorización de opciones financieras aplicadas a la evaluación de opciones en proyectos reales a inicios del siglo 21, ha tenido un gran desarrollo.

Analistas petroleros, seleccionan la mejor oferta con respecto a sus competidores, para lograr una adjudicación de un bloque en el Oriente Ecuatoriano, que posee reservas de petróleo para su explotación. Los análisis respecto a la rentabilidad del yacimiento, se fundamenta en el método convencional de flujo de fondos (DCF) y en la nueva técnica de Valoración de Opciones Reales (ROV). La técnica ROV ha dado a los analistas petroleros la confianza necesaria para hacer mejores ofertas porque disminuye el nivel de incertidumbre en la toma de decisiones.

El modelo propuesto en esta investigación es una aplicación de Opciones Reales en inversiones petroleras con aplicación computacional de redes binomiales, método de valoración Black - Scholes, sustentado en Python como lenguaje de programación.

El propósito de este trabajo es construir modelos de simulación para analizar Opciones Reales en situaciones de riesgo proveniente de proyectos de inversiones. A fin de desarrollar una aplicación del modelo teórico consideramos proyecto de exploración y explotación de yacimientos petroleros ubicada en el Ecuador, el cuál es evaluado por analistas petroleros.

El trabajo está dividido en tres partes principales. La primera parte trata a cerca de las Opciones Reales, el lenguaje de programación Python y tipos de Opciones Reales. Para esto se explican fundamento de opciones financieras, activos financieros más comunes y métodos de evaluación para inversiones reales. Al final se presenta los diferentes tipos de Opciones Reales.

En la segunda parte se plantea el desarrollo del software para simulación de Opciones Reales. Se desarrollan el diseño del sistema, diseño de los objetos, y su implementación.

En la tercera parte se plantea aplicaciones de Opciones Reales a la Exploración y Explotación petrolera.



## **1.2.- Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general del proyecto**

Desarrollar un sistema de análisis de Opciones Reales utilizando Python como lenguaje de programación para su aplicación.

### **1.2.2. Objetivos específicos del proyecto**

- Modelar y analizar funciones de análisis de Opciones Reales en decisiones de proyectos.
- Analizar los conocimientos teóricos y la metodología para la valoración de las Opciones Reales.
- Desarrollar métodos analíticos y computaciones para resolver Modelos de Opciones Reales.
- Proporcionar al usuario información sobre tipos de Modelos de Opciones Reales.

### **1.2.3. Metas del proyecto**

- Modelar funciones de Opciones Reales con requerimientos funcionales.
- Desarrollar la aplicación en Python como herramienta de desarrollo de sistemas orientado a objetos que satisfagan requerimientos de usuarios de proyectos.
- Seleccionar modelos de Opciones Reales en proyectos petroleros.
- Analizar las técnicas de Opciones Reales en la valoración de proyectos y distintos instrumentos que sean aplicables.

## Capítulo 2

### Opciones Reales

#### 2.1 Introducción a la Valoración de Opciones Reales

La elaboración del presupuesto de capital tiene como principal objetivo el seleccionar proyectos de inversión cuya rentabilidad supere los costos requeridos para su ejecución. El principal problema en la elaboración de proyectos de inversión, es la valoración del activo proyectado al realizar la inversión por ejemplo: una fábrica, un puente, una refinería, un oleoducto, una central eléctrica, etcétera.

La valoración de un proyecto de inversión requiere de una estimación de los flujos de caja que generará en el futuro la implementación del proyecto, procediendo a determinar el valor actual con objeto de evaluar, cuando el requiera, valor de los flujos de caja con respecto a la inversión inicial necesaria para la implementación del proyecto.

Entre los criterios de evaluación de proyectos de inversión más utilizados podemos mencionar el del valor actual neto (VAN), criterio que generalmente utilizan los directivo en las organizaciones, para maximizar el valor de la empresa en beneficio de los accionista, por cuanto nos indica exactamente cuanto aumentará de valor una empresa si se implementa el proyecto.

La ecuación del VAN es la siguiente:

$$VAN = -A + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{FC_j}{(1+k)^j} \quad (2.1)$$

En donde

A : es el desembolso inicial del proyecto,

FC<sub>j</sub> : representa los diversos flujos de caja,

n : corresponde el horizonte en el tiempo del proyecto, y

r : es la tasa de descuento o el costo de oportunidad del capital apropiada al riesgo del proyecto.

Este criterio considera viable un proyecto de inversión cuando el VAN es positivo, lo que significa, que la totalidad de los flujos de caja esperados y descontados a una tasa apropiada al riesgo del proyecto supere al costo de realizarlo. Pero, si el VAN fuere negativo, nos indicaría que el proyecto no es sustentable.

Mascareñas [1] considera que al analizar un proyecto de inversión aplicando el criterio de valoración VAN se está considerando supuestos que afectan al resultado:

1. Los flujos de caja que el proyecto promete generar, pueden alterarse en sus valores esperados, que se los considera como valores conocidos desde el inicio del análisis. Este supuesto implica ignorar que los Administradores están en capacidad de alterarlos al adaptar su gestión a las condiciones imperantes en el mercado durante toda la vida del proyecto. Esta flexibilidad crea valor para el proyecto de inversión, el mismo que el VAN, no puede reflejar.

2. La tasa de descuento es conocida y constante, depende del riesgo del proyecto y de las expectativas macroeconómicas de un país. Lo que implica suponer que el riesgo es constante, afirmación falsa en la mayoría de los casos, puesto que el riesgo depende de la duración del proyecto y de la rentabilidad actual. Por tanto, la tasa de descuento varía en el tiempo y, además, es incierta.
  
3. La necesidad de proyectar los precios esperados a lo largo de todo el horizonte en el tiempo del proyecto es imposible en algunos sectores, debido a que la gran variabilidad de aquéllos obligaría a determinar las posibles alternativas viables de los precios reales a lo largo del horizonte de planificación. Como esto es muy difícil de hacer, se selecciona alternativas que se consideran posibles.

Los métodos clásicos de valoración de proyectos, son idóneos cuando se trata de evaluar decisiones de inversión que no admiten demora, pero para proyectos que poseen flexibilidad operativa (ahora, más adelante, o no hacerlo) cuando la directiva puede sacar el máximo provecho del riesgo de los flujos de caja, se podría retrasar el desembolso inicial siempre que se tendría la expectativa de mejoramiento de las condiciones futuras del mercado, lo que afectaría la decisión de invertir.

Lo que nos lleva a redefinir la regla de decisión del VAN, que recomienda aceptar un proyecto cuando el valor de una unidad de capital es superior o igual al costo de inversión del proyecto. Esta regla es incorrecta debido a que ignora el costo de oportunidad de ejecutar la inversión de inmediato, renunciando a la opción de esperar para obtener nueva información.

Por consiguiente, para que un proyecto de inversión sea viable el valor actual de los flujos de caja esperados deben exceder a su coste de adquisición e instalación, en una cantidad igual al valor de mantener viva la opción de inversión.

Por lo expuesto, algunos gerentes no están conformes con las reglas convencionales para la evaluación de proyectos; por lo que en ocasiones incorporan su juicio personal para realizar consideraciones estratégicas, debido a que discrepan con la regla de decisión del VAN que no reconoce el valor de la flexibilidad gerencial. Ellos aplican técnicas como Montecarlo, DTA (decision tree analysis), Opciones Reales, simulaciones, escenarios, para evaluar la validez de diferentes alternativas de acción para futuros eventos y beneficiarse del valor de la flexibilidad.

## **2.2 Los Proyectos de inversión analizados como Flujo de Fondos Descontados (DCF)**

El análisis del flujo de fondos descontados es sencillo, evalúa una corriente de flujos de fondos, que ingresarán o se erogarán durante la vida de un proyecto, los mismos que se los descuenta a una tasa determinada, que corresponde al costo de oportunidad del capital, que refleja tanto el valor del dinero en términos de tiempo como el grado de riesgo de esos flujos de fondos. El valor en el tiempo del dinero considera que la unidad monetaria de hoy vale más que la misma unidad que se obtendrá en el futuro, debido a que el dinero que se posee puede ser invertido para que devengue intereses.

El elemento crucial de cualquier cálculo DCF es el valor presente neto (VPN); es decir, el valor actual de los ingresos de efectivo menos el valor actual de los egresos de efectivo, o

inversiones. Un VPN positivo indica que la inversión crea valor. Un VPN negativo indica que el proyecto, como está planificado, elimina valor.

El análisis DCF proporciona criterios de decisión sistemáticos para todos los proyectos, pero tiene sus limitaciones. DCF es estático, presume que un proyecto está estable y permanece inalterable en el tiempo; que su administración es pasiva y se fundamenta en el plan original, independientemente de que se modifiquen las circunstancias. Sin embargo, la tendencia de los directivos de la empresa es modificar los planes a medida que cambian las circunstancias y se conocen los efectos de las incertidumbres. Las intervenciones de los Gerentes agregan valor a lo planificado mediante el análisis DCF.

### **2.3 Los proyectos de Inversión analizados como Opciones Reales**

Mun [2] define Opciones Reales al conjunto de alternativas viables para el Administrador del proyecto que le permitirán implementar diferentes alternativas de acción a las descritas en el escenario del análisis DCF.

Contar con varias alternativas viables de acción siempre es mejor que afrontar situaciones de un curso de acción obligado. Esta mejor condición deberá valorarse para saber cuanto más debe pagarse por ella.

La palabra opción implica valor agregado. Cuando hablamos de mantener abiertas nuestras opciones o tener más de una opción implica mantener un valor añadido, independientemente de que se la ejerza o no. Lo mismo es aplicable a las Opciones Reales.

Las opciones representan el derecho (pero no la obligación) de llevar a cabo una acción (pagando una prima) durante un período de tiempo, pagando un valor determinado para un activo específico.

El análisis de las Opciones Reales se fundamenta básicamente en la teoría de las Opciones Financieras.

Figlewski [3] afirma que las Opciones Financieras son derivados; proceden su valor de otros activos subyacentes, tales como las acciones de una sociedad. Una Opción Financiera es el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender una acción en una fecha determinada o antes, a un precio previamente establecido. El precio al cual se puede comprar o vender una opción, cuando el comprador de la opción opta por ejercer su derecho, se conoce como precio de ejercicio. Las dos clases principales de opciones son: opción de compra -comprar la acción al precio de ejercicio - y opción de venta -vender la acción al precio prefijado-.

Hull [4] señala que si el precio de la opción supera al precio de ejercicio, se utiliza la expresión *in the Money*. Si es muy superior al precio de ejercicio de la opción, se emplea la expresión *deep in the money*. Una opción *at the money* produce un flujo de caja cero. Si el precio de la acción no alcanza el precio de ejercicio de la opción, utilizamos la expresión *out of the money* en relación con la opción. Un inversionista no ejercería una opción del tipo *out of the money* ya que hacerlo costaría más que el precio de mercado para la acción. Cabe señalar que el que adquiere la opción tiene el derecho pero no la obligación de comprar la acción al precio de ejercicio, para lo cual el inversionista deja que la opción caduque si no le resulta beneficioso.

Las Opciones Financieras se dividen en dos clases: Las opciones europeas y las opciones americanas. Una opción europea puede ejercerse sólo en la fecha de vencimiento especificada en el contrato. Una opción americana puede ejercerse en cualquier momento, incluso en la fecha de vencimiento.

Brealy [5] señala que las opciones tienen dos características importantes: brindan al que adquiere la opción la posibilidad de obtener una gran ganancia en alza, protegiéndose al mismo tiempo del riesgo de *downside*; dichas opciones tienen más valor cuando la incertidumbre y el riesgo son mayores.

## 2.4 El Flujo de Caja Descontado y las Opciones Reales

El método del flujo de caja descontado tiene su falencia al aplicarse a condiciones de flexibilidad de los proyectos, que tiene sus raíces en que las técnicas fueron inicialmente concebidas para valorar inversiones pasivas en activos financieros como bonos o acciones.

Para abordar la conducta práctica de los inversionistas, debería implementarse un método que incorpore los diferentes escenarios posibles de comportamiento de las variables que determinan los flujos de caja a través del tiempo, lo que permitiría una mejor evaluación frente a cambios macroeconómicos o eventos inesperados que podrían presentarse, y se solucionaría mediante Opciones Reales.

<p>Regla de Decisión en las Opciones Reales</p>
---

$$E_0 \text{Max}[V_T - X, 0]$$

<p>Regla de Decisión en Flujo de Caja Descontado</p>
--

$$\text{Max}[E_0 V_T - X, 0]$$

(2.2)

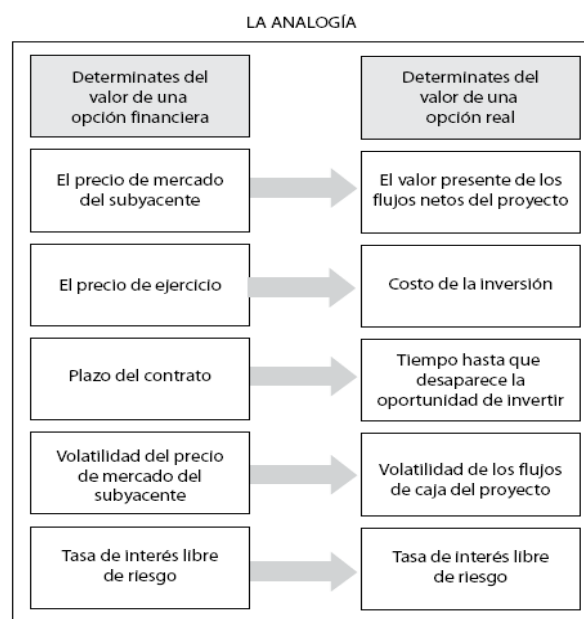


El enfoque del flujo de caja evalúa las expectativas vigentes al momento del análisis, por consiguiente un proyecto es productivo si el valor esperado de sus rendimientos supera la inversión. En un enfoque de Opciones Reales si la expectativa en el momento de la valoración contempla que existen estados de naturaleza futuros tales que el valor de los flujos supere la inversión, el proyecto tendría valor.

Se propone configurar una herramienta válida para la evaluación de las Opciones Reales que permita valorar *ex ante* las decisiones que durante la ejecución del proyecto puedan enfrentar, decisiones que están determinadas por las posibles variaciones que adopten las variables críticas en la determinación de los resultados, para lo cual se deberá agregar al valor presente estático las primas de las Opciones Reales implícitas en la adquisición de activos, como reflejo del valor que la flexibilidad de estos activos incorporen al proyecto.

Para lo cual, existe una analogía que permite valorar las Opciones Reales a partir de los modelos de valoración de las Opciones Financieras, puntualiza Kulatilaka [6].

Tabla 2.1 Analogía entre Opciones Reales y Opciones Financieras.



La analogía establece que los componentes exigidos por los modelos de valoración de Opciones Financieras deben ser asociados a los parámetros de los activos reales y al tipo de contrato.

- En el modelo de las Opciones Reales el precio de mercado equivale al valor presente de los flujos de caja descontados generados durante la vida del proyecto.
- El precio de ejercicio, pactado corresponde al valor de la adquisición del activo real.
- El plazo del contrato corresponde al tiempo durante el cual la opción real subsiste.
- La volatilidad del precio de mercado corresponde a la volatilidad del proyecto medida como la desviación estimada de los flujos de caja.

La valoración de las Opciones Reales se sustenta en el proceso de análisis aplicado para las Opciones Financieras implementadas en la evaluación de activos físicos o reales. Al igual que en una Opción Financiera, una Opción Real constituye un derecho, pero no la obligación, de adquirir un activo físico real, a un costo predeterminado, durante un lapso de tiempo, que corresponda a la duración de la opción. Si bien las Opciones Reales y Financieras tienen muchas semejanzas, la analogía no es exacta.

La analogía no es global, ya que las Opciones Reales no son negociables en mercados públicos, y por consiguiente, no tiene un precio de mercado del proyecto, destacándose otras diferencias:

Tabla 2.2 Diferencias entre Opciones Reales y Financieras

<b>Opciones Financieras</b>	<b>Opciones Reales</b>
Aparecieron y se negocian hace más de tres décadas.	Son de reciente desarrollo en las finanzas corporativas.
Activo subyacente: una acción, un índice de acciones, u otros activos financieros	Activo subyacente: en general el free cash flow de un proy. de inversión o una empresa (cuyos drivers son la demanda, competencia, management)
Precio de ejercicio definido en el contrato.	Precio de ejercicio en ocasiones no bien definido.
Los valores son reducidos.	Los valores son elevados.
El plazo de vencimiento definido en el contrato, generalmente en meses	Largos plazos de vencimiento, por lo general en años
Activos transados en el mercado fáciles de comparar con información de precios.	Activos no transados, no son comparables en el mercado
Ecuaciones cerradas (Black & Scholes)	Su valor se determina con el método binomial y simulación del valor del activo.
En general, no afectan el valor del activo subyacente	Afectan el valor del activo subyacente a través de las decisiones del management

En las Opciones Financieras el beneficiario del contrato es quien puede ejercer el derecho exclusivo de las mismas, mientras que algunas Opciones Reales el derecho puede llegar a cuestionarse por la presencia de competidores, por ejemplo los proyectos basados en patentes u otras formas de propiedad intelectual, en las cuales el propietario tiene el derecho exclusivo de su explotación durante un período de tiempo. Otro escenario se da cuando las condiciones de competencia determinan barreras de entrada a otros competidores, en la medida que otros productores superen tales obstáculos se cuestiona la opcionalidad.

Otra diferencia clave entre las Opciones Financieras y las Opciones Reales es la incertidumbre que encierra al activo subyacente de una opción. En una Opción Financiera, la incertidumbre depende de factores externos, ya que una opción es un arreglo entre dos partes: el oferente y el comprador de la opción, ninguno de los cuales puede influir en la tasa de retorno sobre las acciones de la compañía. Por el contrario, una compañía que posee una Opción Real puede incidir en el activo subyacente, ejemplo cuando desarrolla nuevas tecnologías para el activo y en las acciones de los competidores y desarrollando una propiedad adyacente.

## 2.5 Pasos para el Análisis de Opciones Reales.

Según Copeland [7] el esquema metodológico que integra el nuevo modelo para la evaluación de decisiones de inversión en el análisis de Opciones Reales, es el siguiente:

Tabla 2.3 Pasos para la valoración de opciones

PASOS EN LA VALORACIÓN DE OPCIONES REALES			
PASO		OBJETIVOS	METODOLOGÍA
1	Estimación como caso básico del VPN del proyecto, sin incluir flexibilidad	Establecer el VPN sin flexibilidad ni incertidumbre en $t = 0$	Aplicar el enfoque tradicional de flujo de caja descontado
2	Modelar las incertidumbres que afectan el proyecto	Comprender la difusión de los resultados a lo largo del proyecto	Aplicar simulaciones de Monte Carlo
3	Identificar las flexibilidades potenciales a disposición de la gerencia	Identificar las potenciales flexibilidades del proyecto	Aplicar el análisis de árboles binomiales donde la flexibilidad se incorpora como decisiones opcionales
4	Valorar el valor agregado por la flexibilidad	Agregar el valor añadido por la flexibilidad identificada	Aplicar el análisis de opciones reales: agregar al VPN tradicional el valor agregado por las opciones reales

## **2.6 Un modelo sencillo de Valoración de Opciones**

Los Administradores de Empresas durante varios años han investigado modelos matemáticos apropiados para valorar opciones, pero finalmente Fisher Black y Myron Scholes encontraron la fórmula apropiada.

El procedimiento para valorar un activo es:

- 1) Estimar los flujos de caja esperado.
- 2) Actualizarlos con el costo de oportunidad del capital.

Pero este procedimiento no es práctico para valorar opciones. El primer paso es posible y puede haber varias posibilidades, por lo que no resulta muy efectivo; encontrar el costo de oportunidad del capital es probabilístico debido al riesgo de cambio constante del precio de la acción, que se mueve siguiendo las tendencias del mercado y se sabe que seguirá un paseo aleatorio en el transcurso de la vida de la opción.

Cuando se compra una opción se negocia la posición de la acción con menos inversión de lo que costaría si se compraría directamente. Por consiguiente, una opción tiene menos riesgo que la acción subyacente.

### **2.6.1 Construyendo opciones equivalentes a acciones ordinarias y endeudamiento**

Las opciones son difíciles de valorar con fórmulas estándar de actualización de los flujos de caja, esta fue una de las razones por las cuales los investigadores se tardaron mucho tiempo en encontrar una técnica para la valoración de opciones. Brealy [5] afirma que la

clave está en encontrar un equivalente de la opción combinando la inversión en acciones ordinarias y el endeudamiento. El valor de compra de la opción equivalente debe ser igual al valor de la opción.

***Ejemplo numérico:***

Consideremos una opción de compra de una empresa (Shell) a 8 meses con precio de ejercicio de 60 \$. Escojamos un día en el que las acciones de “Shell” se negocian a 60 \$, de tal forma que la opción esté *at the money*, por que esta a la par. Al momento de la negociación el interés libre de riesgo a corto plazo, es un poco menor al 1,5 % anual, aproximadamente el 1% para 8 meses.

Se admite que con las acciones de “Shell” pueden tener dos escenarios en los 8 meses de vida de la opción: el precio puede caer la cuarta parte, a 45 \$, o aumentar un tercio a los 80 \$.

Si el precio de las acciones de “Shell” cae a 45 \$, la opción de compra no se ejercería, por lo que carecería de valor; si el precio sube hasta los 80 \$ el valor de ésta sería  $80 - 60 = 20$  \$.

Los resultados posibles son:

	Precio acción = 45 \$	Precio acción = 80 \$
1 opción de compra	0\$	20\$

Comparemos estos resultados con los que obtendríamos si se compraría 4/7 acciones de “Shell” en base a un préstamo bancario de 25,46 \$:

	Precio de la acción = 45 \$	Precio de la acción = 80 \$
4/7 acciones	25.71 \$	45.71 \$
Devolución del préstamo + intereses	- 25.71 \$	- 25.71 \$
Resultado total	0 \$	20.00 \$

Los resultados de la inversión con apalancamiento bancario son idénticos a los obtenidos con la opción, por tanto, ambas inversiones deben tener el mismo valor:

Valor de la opción de compra = valor de 4/7 acciones - 25,46 \$ del préstamo bancario

Valor de la opción de compra =  $4/7 (60) - 25,46 = 8.83\$$

Para valorar la opción de “Shell” se solicita prestado dinero al banco y se adquiere acciones, de tal forma que se replica exactamente los resultados de una opción de compra.

Esto es lo que se conoce como cartera réplica. El número de acciones necesarias para replicar una opción de compra se conoce como “tasa de cobertura o delta de la opción”. En nuestro ejemplo de “Shell” una opción de compra es replicada por una posición apalancada sobre 4/7 de acciones. Delta de la opción es por tanto 4/7, o el valor de 0,571.

Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{Delta de la opción} = \frac{\text{Dispersión de los precios posibles de la opción}}{\text{Dispersión de los precios posibles de la acción}} = \frac{20 - 0}{80 - 45}$$

$$\text{Delta de la opción} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

### 2.6.2 Valoración neutral al riesgo

La opción de compra de “Shell” debería venderse por 8,83 \$. Si el precio de una opción es superior a 8,83 \$ se podría conseguir un beneficio seguro comprando 4/7 acciones, vendiendo una opción de compra con un préstamo de 25,46 \$. De forma similar, si el precio de la opción fuera inferior a 8,83 \$ se podría obtener este beneficio seguro vendiendo 4/7 acciones, comprando una opción de compra y prestando la diferencia. En cualquier caso habría una *oportunidad de arbitraje*.

Si existiera la posibilidad de obtener beneficio por arbitraje los inversionistas aprovecharían, esta oportunidad. Así pues, cuando se dice que el precio debe ser 8,83 \$, o existirán oportunidades de arbitraje, no tenemos por qué conocer la actitud hacia el riesgo.

Esto sugiere una forma alternativa para valorar opciones. Se puede simular que todos los inversionistas son indiferentes al riesgo, calcular el valor futuro esperado de una opción en tal escenario y actualizarlo con el tipo de interés libre de riesgo para obtener el valor actual. Este método nos proporciona el mismo resultado.

Si los inversores son indiferentes frente al riesgo la rentabilidad esperada de las acciones debe ser igual al tipo de interés libre de riesgo.



Rentabilidad esperada de las acciones de “Shell” = 1 % en 8 meses.

Sabemos que las acciones de “Shell” pueden aumentar un 33,3% hasta 80 \$ o caer un 25 % hasta 45 \$. Por tanto, se puede calcular la probabilidad de un aumento de precio en este escenario hipotético neutral al riesgo:

$$\begin{aligned} \text{Rentabilidad ad esperada} &= \\ &= (\text{Probabilidad ad de aumento} * 33.3) + ((1 - \text{Probabilidad ad de aumento}) * (-25)) = 1\% \end{aligned}$$

Probabilidad de aumento = 0,446, o 44,6 %.

La fórmula general para calcular la probabilidad neutral al riesgo de un incremento en el valor es:

$$p = \frac{\text{tipo de interés} - \text{cambio a la baja}}{\text{cambio al alza} - \text{cambio a la baja}} \quad (2.3)$$

Para el caso de las acciones de “Shell”:

$$p = \frac{0.01 - (-0.25)}{0.333 - (-0.25)} = 0.446$$

Sabemos que si el precio de las acciones sube la opción de compra tendrá un valor de 20 \$, y si baja su valor será nulo. Por tanto, si los inversores son neutrales al riesgo, el valor esperado de la opción de compra es:

$$\begin{aligned}
&= (\text{Probabilidad de aumento} * 20) + ((1 - \text{Probabilidad de aumento}) * 0) \\
&= (0.446 * 20 + 0.554 * 0) \\
&= 8.92\$
\end{aligned}$$

Y el valor de la opción será:

$$\frac{\text{Valor esperado futuro}}{1 + \text{tipo de interés}} = \frac{8.92}{1.01} = 8.83\$$$

Exactamente el mismo valor obtenido por el método de cartera réplica.

En conclusión existen dos formas de valorar una opción:

1. Encontrar la combinación de acciones y préstamo que replica una inversión en opciones. Puesto que las dos estrategias dan los mismos resultados en el futuro deben ser vendidas por el mismo precio.
2. Simular que a los inversionistas no les interesa el riesgo de forma que la rentabilidad esperada de las acciones es igual al tipo de interés libre de riesgo. Calcular el valor esperado futuro de la opción en este escenario hipotético de neutralidad frente al riesgo y actualizarlo con el tipo de interés libre de riesgo.

## **2.7 Método de Valoración de Opciones Black & Scholes**

Las Opciones Reales se evalúan en base a técnicas de fijación de precios de Opciones Financieras; a su vez la evaluación de las Opciones Reales puede ser compleja, por lo que

cualquier técnica de Opciones Financieras que se aplique, proporcionará una valoración aproximada.

Se analizan dos enfoques: la fórmula de Black - Scholes que es una solución simplificada y las redes binomiales.

Según Fischer Black [8], Myron Scholes y Robert Merton, creadores de la fórmula de Black -Scholes - Merton, se fija el precio de las opciones utilizando el principio de arbitraje con una cartera construida libre de riesgos. Es posible establecer el valor de una opción construyendo una cartera réplica, consistente en una cierta cantidad de acciones en el activo subyacente y una cierta cantidad de bonos libres de riesgo. La cartera se construye de tal forma que sus flujos de fondos reproduzcan exactamente a los flujos de fondos de la opción. El precio de los bonos y de las acciones subyacentes se valoran directamente en el mercado financiero, de forma que se conoce el valor de la cartera réplica. Si la opción se venciera a un precio diferente al de la cartera réplica, habría dos activos idénticos la *opción y la cartera réplica*- vendiéndose a precios diferentes en el mismo momento. Cualquier inversionista en este caso utilizaría la estrategia de arbitraje, comprando el activo más barato de los dos y vendiendo el más caro para extraer ventajas de la desigualdad de precios.

La existencia de la cartera réplica implica que hay una combinación de la opción y el activo subyacente que carece de riesgos. En efecto, la tasa libre de riesgo se utiliza como tasa de descuento durante el cálculo del precio de la opción y generalmente se utiliza como tasa de interés sobre un instrumento financiero que cuenta con la garantía del Estado, como los Bonos del Tesoro de los EUA.

La fórmula de Black-Scholes tiene una aplicabilidad limitada; representa una solución cerrada de una expresión más general -la ecuación diferencial en derivadas parciales de Black-Scholes- que se puede determinar de acuerdo afirma Hull [9] que para el caso de las opciones de compra y venta europeas, sólo pueden ser ejercidas en su fecha de vencimiento. La mayoría de las Opciones Reales no son similares a las opciones europeas. No obstante, la ecuación diferencial en derivadas parciales de Black-Scholes tiene una aplicabilidad mucho mayor. Con las condiciones de contorno adecuadas, esta ecuación diferencial en derivadas parciales puede ser resuelta para evaluar diversos tipos de opciones, tales como las opciones americanas y las opciones compuestas.

El método numérico que utiliza redes binomiales es aplicable a muchos tipos de opciones, toda vez que su valoración es visualizado en un diagrama; con redes relativamente fáciles de comprender.

### **2.7.1 La fórmula de Black y Scholes**

La Figura 2.1 muestra qué ocurre con la distribución de los posibles cambios de precios de las acciones de “Shell” a medida que se divide la vida de la opción en un número mayor de subperíodos más pequeños; se puede observar que la distribución de los cambios en el precio se hace continua.

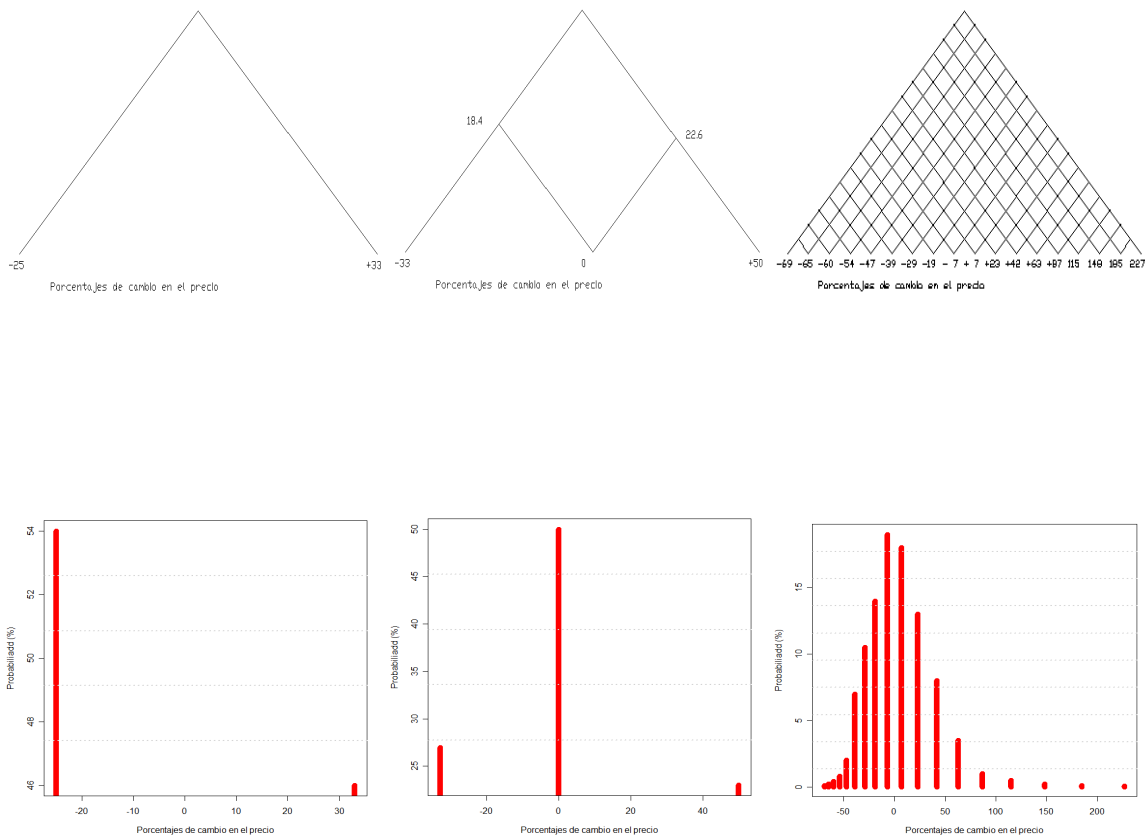


Figura 2.1 Distribución de los posibles cambios de precios de las acciones de “Shell” a medida que se divide la vida de la opción en un número mayor de subperíodos más pequeños.

Si se continua dividiendo la vida de la opción al final se llegará a la situación mostrada en la Figura 2.1, en la que los posibles precios de la acción en el vencimiento tienen una distribución lognormal (continua); distribución que es utilizada para representar la probabilidad de cambios en los precios de las acciones. Tiene la característica de que el precio de la acción nunca puede caer más del 100 % pero existe una posibilidad, de que suba más de un 100 %.

La subdivisión de la vida de la opción en infinitos segmentos no afecta al principio de valoración de opciones, aún es posible replicar una opción de compra con una inversión

apalancada de la acción pero será necesario ajustar el grado de endeudamiento continuamente en el tiempo.

Black y Scholes determina una fórmula para calcular el valor de la opción.

La fórmula es:

$$\text{Valor de la opción de compra} = (N(d_1) \times P) - (N(d_2) \times VA(PE))$$

$$d_1 = \frac{\log[P / VA(PE)]}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (2.4)$$

$N(d)$  : función de densidad acumulada de una distribución normal.

PE : precio de ejercicio de la opción.

VA(PE): se calcula actualizándolo con el tipo de interés libre de riesgo  $r_f$ .

t : número de períodos hasta vencimiento.

P : precio actual de la acción.

$\sigma$  : desviación típica por período de la rentabilidad de la acción (con capitalización continua).

El valor de una opción de compra con la fórmula Black y Scholes, aumenta con el nivel del precio P y disminuye con el valor actual del precio de ejercicio VA(PE), que a su vez depende del tipo de interés y el tiempo hasta el vencimiento. También aumenta con el tiempo hasta el vencimiento y la variabilidad de la acción  $\sigma\sqrt{t}$ .

Para obtener su fórmula, Black y Scholes asumieron que existe una serie continua de precios de la acción y, por tanto, para replicar la opción, los inversores tienen que ajustar continuamente su cartera.

### 2.7.2 Utilización de la fórmula de Black y Scholes

La fórmula de Black y Scholes puede parecer difícil, pero su aplicación es muy sencilla. Utilizaremos en la valoración de la opción de compra de una acción de “Shell”.

Datos que necesitaremos:

Precio de la acción en estos momentos =  $P = 60$  \$

Precio de ejercicio =  $PE = 60$  \$

Desviación típica de la rentabilidad de la acción calculada con capitalización compuesta

=  $\sigma = 0,3523$

Años hasta el vencimiento =  $t = 0,667$

Tipo de interés anual =  $r_f = 1,5$  % (equivalente a 0,99975 % para 8 meses)

El valor de una opción de compra es:

Valor de la opción de compra = (deltas x precio de la acción) - (préstamo bancario)

$$(N(\delta 1) \quad P \quad - (N(\delta 2) * VA(PE))$$

Pasos para utilizar la fórmula y valorar la opción de compra de “Shell”:

Primer paso: Calcular  $d_1$  y  $d_2$  :

$$d_1 = \frac{\log[P/VA(PE)]}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{2}$$

$$d_1 = \frac{\log[60/(60/1.01)]}{0.3523*\sqrt{0.667}} + \frac{0.3523*\sqrt{0.667}}{2}$$

$$d_1 = 0.1783$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$$d_2 = 0.1783 - 0.3523*\sqrt{0.667}$$

$$d_2 = -0.1093$$

Segundo paso: Encontrar  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$ .

$N(d_1)$  es la probabilidad de que una variable distribuida normalmente sea inferior a  $d_1$  desviaciones típicas por encima de la media. Si  $d_1$ , es grande  $N(d_1)$  se aproxima a 1 (es decir, puede estar casi seguro de que la variable será inferior a  $d_1$  desviaciones típicas por encima de la media). Si  $d_1$  es cero,  $N(d_1)$  es 0,5 (por tanto, hay un 50 % de posibilidad de que una variable normalmente distribuida este por debajo de la media).

$$N(d_1) = N(0.1783) = 0.5708$$

$$N(d_2) = N(-0.1093) = 0.4565$$

Tercer paso: Aplicar estos valores en la fórmula de Black y Scholes.

$$\text{Valor de la opción de compra} = (N(d_1) \cdot P) - (N(d_2) \cdot VA(PE))$$

$$\text{Valor de la opción de compra} = (0.5708 \times 60) - (0.4565 \times 60 / (1.015)^{0.667}) = 7.13\$$$



## 2.8 Valoración de Opciones mediante Redes Binomiales

Las redes permiten a los analistas valorar las opciones tanto europeas como americanas.

Una red es una forma de demostrar cómo cambia el valor de un activo en el tiempo, debido a que el activo tiene una volatilidad.

Una red binomial tiene dos movimientos posibles en cada incremento de tiempo *-hacia arriba o hacia abajo*. Se asemeja a un abanico puesto de costado. La técnica ROV utiliza dos redes, la del activo subyacente y la red de su valoración.

### 2.8.1 Red del activo subyacente

Bailey [10] determina la red de fijación de precios del activo subyacente, conocida como red subyacente, se lee de izquierda a derecha e indica como evolucionan los valores futuros del activo. El valor del nodo del lado izquierdo es el VPN del activo subyacente, calculado a partir del modelo DCF, que varía en cada intervalo de tiempo; valor del activo que se incrementa en un factor multiplicado por “u” (mayor que 1), o decrece en un factor multiplicado por “d” (entre 0 y 1), que corresponde a los nodos superior e inferior en un momento del tiempo.

*La construcción de la red del activo subyacente.* El valor determinístico del activo hoy, tal como el precio de una acción, se ubica en el nodo del extremo izquierdo de la red. En el primer incremento de tiempo, este valor puede aumentar en un factor multiplicado por “u”, que se basa en la volatilidad, “ $\sigma$ ”,

y en la magnitud del incremento de tiempo,  $\Delta T$  o puede disminuir en la inversa de ese factor, “d”. Cada nodo de los incrementos de tiempo siguientes pueden aumentar o disminuir, de igual forma; generando la red expandida. Los resultados de una red de cinco incrementos de tiempo es de baja resolución. Al aumentar la cantidad de incrementos de tiempo,  $\Delta T$  se reduce y la resolución aumenta a medida que se expande la red. Se puede obtener una distribución de probabilidades de activos futuros (curva derecha) a partir de los valores de la columna de la derecha de un red con miles de incrementos de tiempo. Los supuestos que rigen la definición de los factores “u” y “d” siempre dan lugar a una distribución normal-logarítmica del valor del activo en la fecha de vencimiento; éste es un supuesto básico del modelo de Black-Scholes.

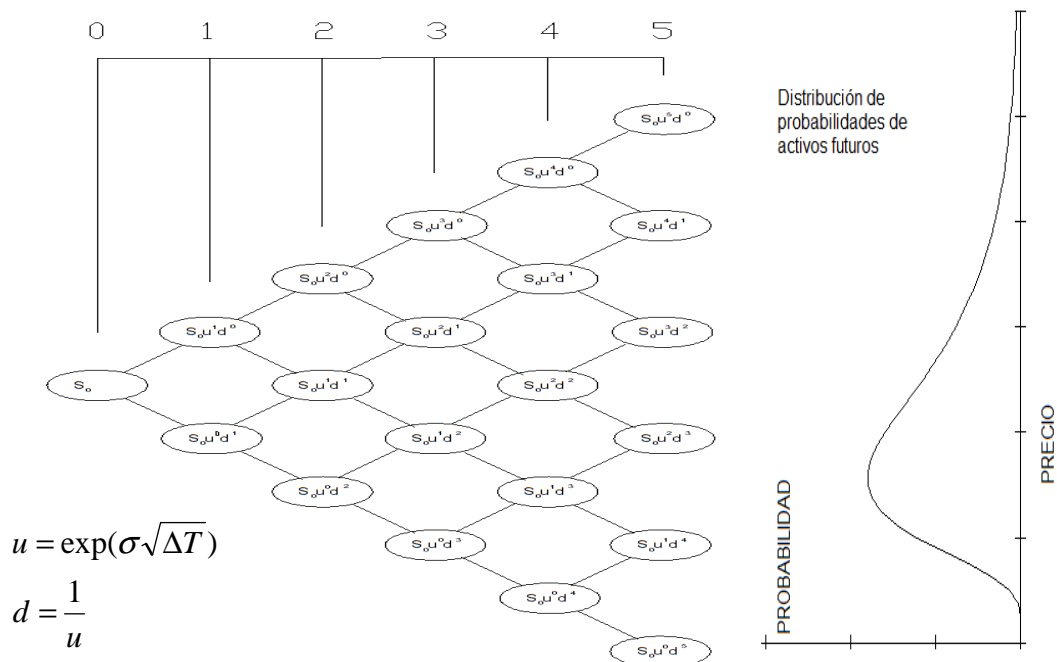


Figura 2.2 Red del Activo Subyacente y Distribución de probabilidades de los activos futuros.

Los factores “u” y “d”, que determinan los movimientos ascendentes y descendentes de cada nodo, esta en función de la volatilidad del activo subyacente y del tiempo entre los períodos considerados. Los nodos de la derecha de la red representan la distribución de los probables valores futuros del activo.

Lo difícil de la construcción de la red del activo subyacente radica en la estimación de la volatilidad. Este valor debe reflejar la incertidumbre económica, técnica, política y social asociada con el valor del activo subyacente y la forma que la incertidumbre evolucione en el tiempo. La estimación de la volatilidad no es fácil y su análisis utiliza técnicas matemáticas y probabilísticas.

Concluyendo, la red del activo subyacente muestra las posibles trayectorias que adoptaran en el futuro, tal como el precio de una acción, y valores similares designados con “S” dado que tiene cierta volatilidad.

### **2.8.2 Red de Valoración**

La red de valoración tiene el mismo número de nodos y ramificaciones que la red del activo subyacente.

La red se construye hacia atrás, iniciando con los valores de los nodos terminales de la derecha hacia la izquierda de la red. El valor correspondiente a cada nodo terminal es el máximo entre cero y la diferencia entre el valor “S” y el precio de ejercicio “X”,  $\text{MAX}(S - X, 0)$ .

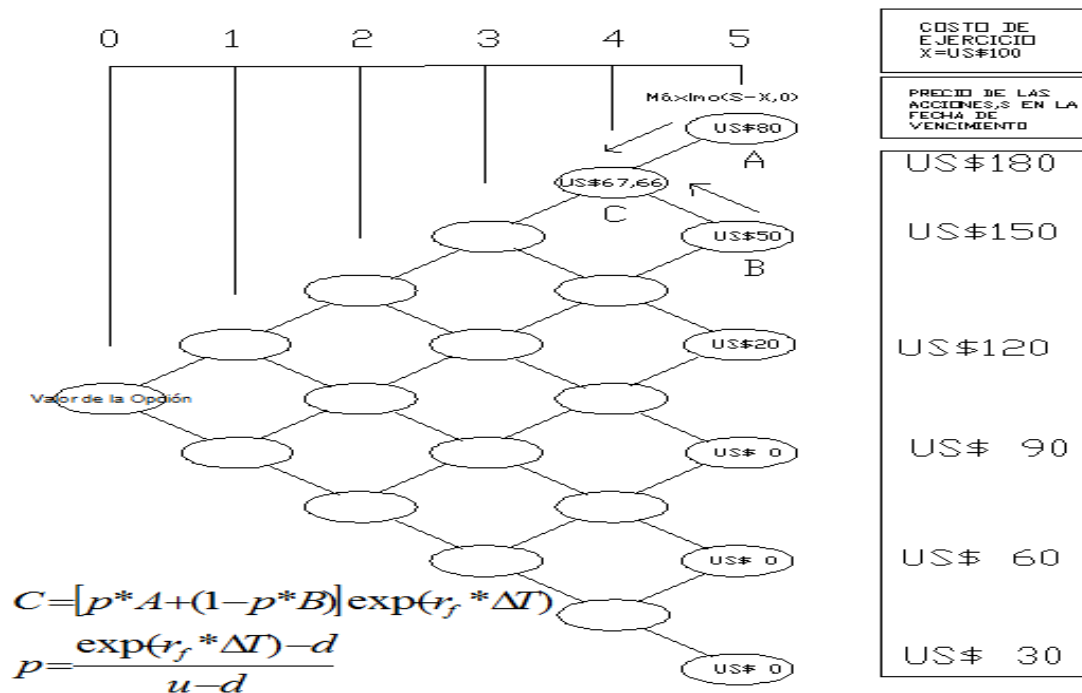


Figura 2.3 Red del valoración y decisión.

Los nodos de una red de valoración se construyen de derecha a izquierda. El valor del activo, y el precio de las acciones, “S”, en la fecha de vencimiento se obtiene de la red del activo subyacente. El costo de ejercicio de la opción, “X” se conoce por anticipado. Los nodos de la Columna 5 se obtienen encontrando la diferencia entre el precio de las acciones y el precio de ejercicio de la opción. Si dicha diferencia es negativa, el nodo tendrá un valor cero. El valor del nodo C es el resultado de los dos nodos adyacentes de la Columna 5, A & B, en base a la probabilidad neutral al riesgo, “p”, como se muestra en la fórmula (extremo inferior izquierdo). Los nodos y columnas restantes se construyen de de igual manera, de derecha a izquierda.

En el nodo unitario de la izquierda se obtiene el valor de la opción.

La persona que toma las decisiones no debe aceptar los valores negativos, toda vez que tiene el derecho de negarse aceptar una opción de pérdida.

Con los valores iniciales en los nodos terminales, se trabaja hacia atrás a través utilizando un proceso conocido *inducción inversa*, obteniendo el valor de la opción en el nodo izquierdo de la red. La inducción inversa aplica la probabilidad neutral “p”, con respecto al riesgo, de un movimiento en el precio del activo subyacente, probabilidad que prevalecería en un mundo en el que los inversionistas son indiferentes al riesgo. La aplicación de este concepto a cada uno de los pares de nodos verticalmente adyacentes de la red, obtiene el valor de la Opción Real en el nodo izquierdo de la red.

El cálculo del valor de una opción mediante el método binomial es básicamente un proceso de resolución de árboles de decisión, se empieza en alguna fecha futura y se trabaja hacia atrás siguiendo el árbol hasta el presente. Al final los posibles flujos de caja generados por los distintos sucesos y decisiones futuras se recogen en un valor actual. No obstante, los dos métodos operan en formas diferentes. Los árboles requieren que se determine las probabilidades y las tasas de descuento en cada nodo, lo que es muy subjetivo. La técnica ROV, incorpora ideas como la probabilidad neutral al riesgo de incertidumbre financiera y la tasa de interés libre de riesgo, por lo que es menos subjetiva.

### **2.8.3 El Método Binomial para Valorar Opciones**

Para valorar opciones se encuentra el paquete de inversión en la acción y el préstamo que replique exactamente los resultados de la opción. Si se puede valorar el préstamo y la acción se puede valorar una opción.

Se supone que los inversionistas son neutrales al riesgo, procediendo a calcular el resultado esperado de la opción bajo el supuesto de un escenario neutral al riesgo, actualizado con el tipo de interés.

El método comienza limitando los cambios en el precio de la acción para el próximo período a dos, un movimiento "al alza" y otro "a la baja". Por ejemplo dos posibles precios para las acciones de "Shell" al final de los 8 meses.

Podría convenir una situación más realista suponiendo que existen dos posibles cambios de precios cada 4 meses, para proporcionar una variedad de tres precios a los 8 meses.

Considerando períodos más corto se obtiene un abanico más amplio de precio a los 8 meses.

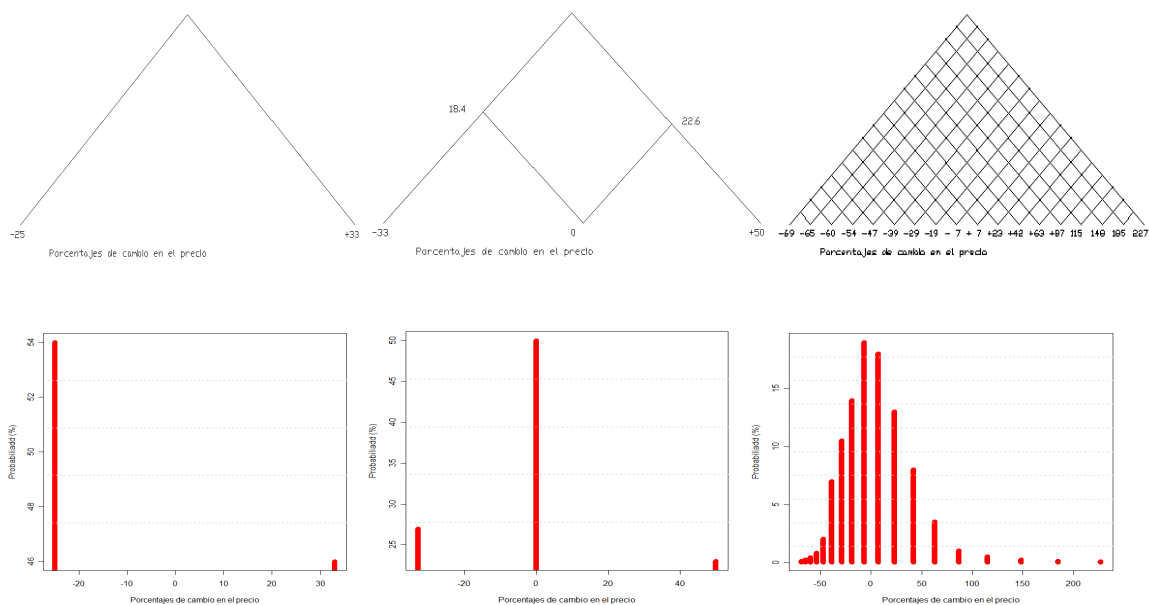


Figura 2.4 Abanico y distribución de los posibles cambios de precios.

El diagrama de la izquierda muestra dos posibles precios al final de los 8 meses. El del centro señala dos posibles cambios cada 4 meses, que da como resultado tres posibles precios de la acción al momento de su vencimiento. El diagrama de la derecha subdivide el período de 8 meses en 17 períodos de dos semanas en cada uno de los cuales el precio puede realizar uno de los dos pequeños cambios; distribución de los precios que al finalizar los 8 meses es más realista.

Si se continúa acortando los intervalos hasta alcanzar una situación en la que el precio cambie continuamente, se generarán una variedad de precios futuros de la acción de carácter continuo.

## **2.9 Tipos de las Opciones Reales**

Los expertos financieros clasifican las Opciones Reales considerando la flexibilidad para la toma de decisión. Las opciones existen naturalmente en un proyecto o pueden ser incorporadas en la valoración del mismo.

Los Administradores de Empresas en sus decisiones *posponen* inversiones, las *expanden*, *contraen*, *abandonan un proyecto* o le *cambian* por otro. También podrían crear opciones compuestas en base a las anteriores.

### **2.9.1 Opción de posponer la inversión**

Una oportunidad de invertir a futuro puede ser más valiosa que una inversión inmediata.

La opción de postergar brinda al inversionista la posibilidad de esperar hasta que las

condiciones mejoren o abandonar el proyecto si las condiciones desmejoran. Por ejemplo, una compañía petrolera puede esperar hasta que las incertidumbres existentes en torno a los precios del petróleo o de la tecnología se resuelvan. Una compañía invertiría en exploración y desarrollo si el precio del petróleo aumenta lo suficiente para asegurar la rentabilidad de la superficie concesionada. Si los precios declinan, la compañía dejaría caducar la concesión y/o vendería lo que resta de la misma a otra compañía. El precio de ejercicio de la opción es el dinero requerido para desarrollar la actividad.

### **2.9.2 Opción de expandir o contraer un proyecto**

Una vez desarrollado un proyecto, la Administración de la Empresa podrá optar por acelerar el régimen de producción o cambiar la escala de producción. En un campo de petróleo, se puede disponer de la opción de aumentar la producción invirtiendo en un plan de recuperación o perforando más pozos. La oportunidad de inversión original es definida como el proyecto inicial más una opción de compra sobre una oportunidad futura.

### **2.9.3 Opción de abandonar un proyecto**

Si los precios del petróleo tienen una tendencia de declinación prolongado, la Administración de la Empresa podría optar por abandonar el proyecto o vender cualquier equipo de capital acumulado en el mercado libre. Como alternativa, podría vender el proyecto o su participación, a otra compañía cuyos planes estratégicos consideren atractivo el proyecto. *Vender por el valor de recuperación o de rescate es similar a ejercer una opción de venta americana.* Si el valor del proyecto cae por debajo de su valor de liquidación, la compañía podrá ejercer su opción de venta.



### 2.9.4 Opción de cambio por otro plan

Una opción de cambio proporciona una cobertura si existiera la probabilidad de que se mejore la tecnología o el proyecto resulte más económico en el futuro.

### 2.9.5 Opciones secuenciales o compuestas

Las Opciones Reales pueden conducir a oportunidades de inversión adicionales cuando se ejercen. El proceso de exploración, desarrollo y producción descrito corresponde a una opción secuencial.

Estos tipos de opciones no son los únicos existentes, existen otras clases de opciones.

### 2.9.6 El Valor de las Opciones Combinadas

El valor de la opción combinada es igual a la suma de los valores de las opciones.

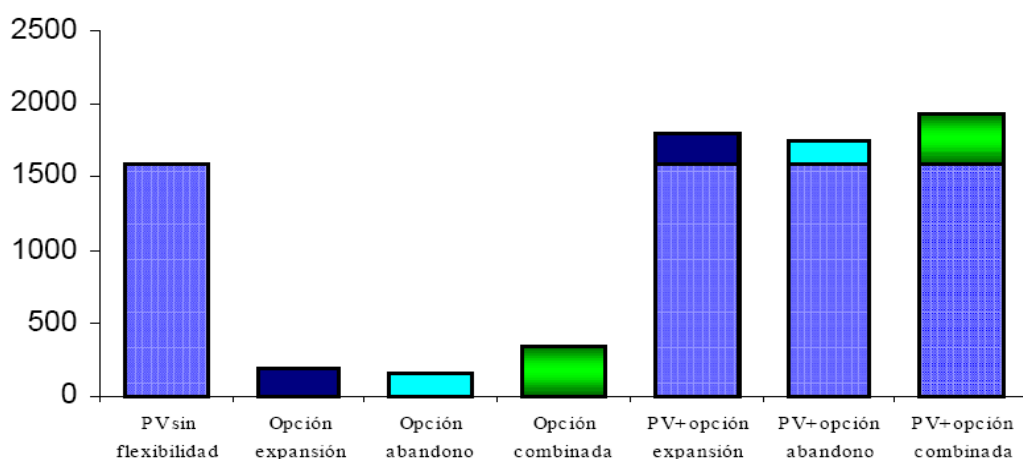


Figura 2.5 Valor de opciones combinadas.

### 2.9.7 Categorías Generales de Opciones Reales

Tabla 2.4 Aplicaciones de Opciones Reales.

<b>Tipo de opción</b>	<b>Industrias en que aparecen</b>
Aplazo	Recursos naturales Construcción
Abandono	Capital intensivo e industrias con altos costos variables
Crecimiento	Investigación y el desarrollo Proyectos de inversión con varias fases
Expansión	Industrias donde existe la posibilidad de regular la tasa de producción
Contracción	Industrias donde existe la posibilidad de regular la tasa de producción
Compuestas	Proyectos de inversión con varias fases

## 2.10.- Python

Existen diferentes lenguajes de programación que pueden utilizarse para enseñar a los estudiantes, por ejemplo C, C++, Java, Visual Basic, Perl, matlab, etcétera.

Generalmente se critica al lenguaje C, pese a que C es aplicable en el mundo real. También el lenguaje C++ o Java, son atractivos por su orientación a objetos y fuerte implantación en la industria.

Downey [11] puntualiza que los lenguajes de programación siguen la tendencia de la moda y del marketing. Hace años, C dominaba en el mundo de los programadores, pero poco a poco, se fue introduciendo el lenguaje de programación C++, posteriormente apareció Java que domina buena parte del mercado y Microsoft que se ha empeñado en que C# domine el mercado. Si examinamos el mundo de la pequeña y mediana empresa, Visual Basic es el más utilizado en la actualidad.

Pero también se tiene una creciente presencia del lenguaje Perl y Python en el mundo de la programación. El entorno LAMP (Linux-Apache-MySQL-Perl/ PHP/Python) constituyen lenguajes que son utilizados por muchos programadores profesionales.

Una característica deseable de un lenguaje de programación es la existencia de módulos o librerías que faciliten la programación de ciertas tareas: entrada/salida, funciones y constantes matemáticas, expresiones regulares y, por qué no, aplicaciones web, serialización de objetos, comunicación entre ordenadores, interfaces gráficas, y además

qué el entorno de programación esté disponible en el mayor número posible de plataformas.

Python es un lenguaje académicamente interesante, muy expresivo y con una sintaxis sencilla, aplicable en el mundo real. Los lenguajes interpretados de muy alto nivel, como Perl y Python actualmente son de creciente importancia e implantación en el mundo del software libre.

En nuestro medio se ha dado mayor importancia a la programación en C, C++ y Java, pero por ser un lenguaje nuevo Python no es muy conocido en el Ecuador.

### **2.11. Lenguaje Python**

Python no es reconocido por la generalidad del mundo académico, por ser un lenguaje nuevo que no ha sido muy difundido por lo que pretendemos utilizarlo en este trabajo de aplicación en las Finanzas, y contribuir para su difusión, para que sea acogido en las Universidades y en las empresas de programación como parte de estudio en informática y como herramienta para la programación de informáticos.

#### **Características:**

- La sintaxis de Python es sencilla.
- Python es un lenguaje de alto nivel, que dispone de un entorno de ejecución que ayuda a detectar los errores señalándolos con mensajes muy informativos.
- Python puede considerarse pseudocódigo ejecutable.

- Python ofrece un conjunto de estructuras de datos flexibles.
- Python ofrece una amplísima colección de módulos (bibliotecas). Hay módulos para cualquier actividad imaginable: escritura de CGI, gestión de correo electrónico, desarrollo de interfaces gráficas de usuario, análisis de documentos HTML o XML, acceso a bases de datos, trabajo con expresiones regulares, etc.
- El mecanismo de paso de parámetros es único. Los parámetros se pasan a funciones y métodos por referencia a objeto.
- Python es orientado a objetos.

Python es un lenguaje de programación potente y fácil de aprender. Tiene eficaces estructuras de datos de alto nivel y una solución de programación orientada a objetos simple pero eficaz. La elegante sintaxis de Python, su gestión de tipos dinámica y su naturaleza interpretada hacen de él el lenguaje ideal para desarrollar aplicaciones rápidas, en muchas áreas y en todas las plataformas.

Estas características hacen que sea relativamente fácil aplicar métodos de cálculo a programas Python. Este lenguaje fue diseñado por Guido Van Rossum y se encuentra en un proceso continuo de desarrollo por una gran comunidad de programadores e investigadores.

Una ventaja fundamental de Python es la gratuidad, se puedes descargar el intérprete de la página web <http://www.python.org>. El intérprete de Python tiene versiones para prácticamente cualquier plataforma en uso: sistemas PC bajo Linux, sistemas PC bajo Microsoft Windows, sistemas Macintosh de Apple, etc.

## 2.12 Python como calculadora

Hetland [12] muestra como Python puede iniciar una sesión de trabajo. El sistema responderá con un mensaje informativo respecto a la versión de Python que estamos utilizando y, mostrará el prompt:

```
Python 2.5.1 (r251:54863, Apr 18 2007, 08:51:08) [MSC v.1310 32 bit  
(Intel)] on win32  
  
>>>
```

El prompt es la serie de caracteres ((>>>)), que indica que el intérprete de Python espera que se ingrese un comando utilizando el teclado.

### Números

El intérprete de Python funciona como una calculadora, se teclea una expresión y él intérprete indica el resultado. Los operadores +, -, \* y / funcionan en forma similar que otros lenguajes de programación. Se puede usar paréntesis para agrupar operaciones. Por ejemplo:

```
>>> 2+2  
4  
  
>>> # Esto es un comentario  
... 2+2  
4
```

```
>>> 2+2 # un comentario junto al código
4
>>> (50-5*6)/4
5
>>> # La división entera redondea hacia abajo:
... 7/3
2
>>> 7/-3
-3
```

Se usa el signo de igualdad '=' para asignar un valor a una variable.

```
>>> ancho = 20
>>> alto = 5*9
>>> ancho * alto
900
```

Se puede asignar un valor simultáneamente a varias variables:

```
>>> x = y = z = 0 # Poner a cero 'x', 'y' y 'z'
>>> x
0
>>> y
0
```

```
>>> z  
0
```

El punto flotante funciona similar que otros lenguajes de programación. Los operadores con tipos mixtos convierten el operando entero a punto flotante:

```
>>> 4 * 2.5 / 3.3  
3.0303030303  
>>> 7.0 / 2  
3.5
```

En modo interactivo, la última expresión calculada se asigna a la variable “\_”.

```
>>> iva = 17.5 / 100  
>>> precio = 3.50  
>>> precio * iva  
0.61249999999999993  
>>> precio + _  
4.1124999999999998  
>>> round(_, 2)  
4.11000000000000003
```

La suma y resta se operan sobre dos operandos. El símbolo (-) que se usa para la resta se utiliza también para cambiar de signo a un operando:



```
>>> -3
```

```
-3
```

```
>>> -(1 + 2)
```

```
-3
```

```
>>> --3
```

```
3
```

[13] Marzal puntualiza otros operadores, por ejemplo, el operador módulo, que se expresa con el símbolo de porcentaje %. El operador módulo devuelve el resto de la división entera entre dos operandos.

El operador de la exponenciación, se muestra con dos asteriscos juntos: \*\*.

Lo que en notación matemática convencional expresamos como  $2^3$  se expresa en Python como:

```
>>> 2**3
```

Tabla 2.6. Características de los operadores aritméticos de Python

Operación	Operador	Aridad	Asociatividad	Precedencia
Exponenciación	**	Binario	Por la derecha	1
Identidad	+	Unario	---	2
Cambio de signo	-	Unario	---	2
Multiplicación	*	Binario	Por la izquierda	3
División	/	Binario	Por la izquierda	3
Módulo o resto	%	Binario	Por la izquierda	3
Suma	+	Binario	Por la izquierda	4
Resta	-	Binario	Por la izquierda	4

## Valores lógicos

Python como todos los lenguajes de programación permite expresar sólo dos valores lógicos: verdadero y falso. El valor verdadero se expresa con “True” y el valor falso con “False”.

## Operadores lógicos y de comparación

Existen tres operadores lógicos en Python: la ((y lógica)) o conjunción (and), la ((o lógica)) o disyunción (or) y el ((no lógico)) o negación (not).

Podemos combinar valores lógicos y operadores lógicos para formar expresiones lógicas:

```
>>> True and False
False
>>> not True
False
>>> (True and False) or True
True
>>> True and True or False
True
>>> False and True or True
True
>>> False and True or False
False
```

Tabla 2.7 Características de los operadores lógicos de Python

Operación	Operador	Aridad	Asociatividad	Precedencia
Negación	not	Unario	----	alta
-----	-----	-----	-----	-----
Conjunción	and	Binario	Por la izquierda	media
-----	-----	-----	-----	-----
Disyunción	or	Binario	Por la izquierda	baja

Existen operadores que devuelven valores booleanos. Entre ellos tenemos a los operadores de comparación; el operador de igualdad, devuelve True si los valores comparados son iguales. El operador de igualdad se denota con dos iguales seguidos: ==.

```
>>> 2 == 3
```

```
False
```

```
>>> 2 == 2
```

```
True
```

```
>>> 2.1 == 2.1
```

```
True
```

```
>>> True == True
```

```
True
```

```
>>> True == False
```

```
False
```

```
>>> 2 == 1+1
```

```
True
```

## Operadores de comparación.

Tabla 2.8 Operadores de comparación

Operador	Comparación
==	es igual que
!=	es distinto que
<	es menor que
<=	es menor o igual que
>	es mayor que
>=	es mayor o igual que

## Datos tipo cadena

Python puede manipular datos numéricos de dos tipos: enteros y flotantes. También puede manipular otros tipos de datos, como las cadenas. Una cadena es una secuencia de caracteres (letras, números, espacios, marcas de puntuación, etc.); Python distingue una cadena porque va encerrada entre comillas simples o dobles. Por ejemplo, 'cadena', 'otro ejemplo', "1, 2, 3", '!Si!', "...Python" son cadenas.

Las cadenas sirven para representar información textual: nombres de personas, nombres de colores, matrículas de vehículos, etc. Las cadenas pueden almacenarse en variables.

```
>>> nombre = 'Daniel'
```

```
>>> nombre
```

```
'Daniel'
```

Es posible realizar operaciones con cadenas. Por ejemplo, podemos ((sumar)) cadenas añadiendo una a otra.

```
>>> 'a' + 'b' _  
'ab'  
  
>>> nombre = 'Daniel' _  
  
>>> nombre + 'Augusto' _  
'DanielAugusto'  
  
>>> nombre + ' ' + 'Cano' _  
' Daniel Augusto'
```

### Funciones predefinidas

Python tiene funciones que se puede utilizar en las expresiones. Estas funciones están predefinidas. La función **abs**, por ejemplo, calcula el valor absoluto de un número.

```
>>> abs(-3)  
3  
  
>>> abs(3)  
3
```

El número sobre el que se aplica la función se denomina argumento. El argumento de la función debe ir encerrado entre paréntesis.

Existen muchas funciones predefinidas, ejemplo:

- **float:** conversión a flotante. Si recibe un número entero como argumento, devuelve el mismo número convertido en un flotante equivalente.

```
>>> float(3)
```

```
3.0
```

- **int:** conversión a entero. Si recibe un número flotante como argumento, devuelve el entero que se obtiene eliminando la parte fraccionaria.

```
>>> int(2.1)
```

```
2
```

```
>>> int(-2.9)
```

```
-2
```

```
>>> int('2')
```

```
2
```

- **round:** redondeo. Puede usarse con uno o dos argumentos. Si se usa con un sólo argumento, redondea el número al flotante más próximo cuya parte decimal sea nula.

```
>>> round(2.1)
```

```
2.0
```

```
>>> round(2.9)
```

```
3.0
```

```
>>> round(-2.9)
```

```
-3.0
```

```
>>> round(2)
```

```
2.0
```

```
>>> round(2.1451, 2)
```

```
2.15
```

```
>>> round(2.1451, 3)
```

```
2.145
```

## Funciones definidas en módulos

Python proporciona funciones trigonométricas, funciones logarítmicas, etc., estas funciones no están directamente disponibles cuando iniciamos una sesión. Debemos indicar a Python que vamos a utilizarlas, para ello, importamos cada función de un módulo.

### El módulo math

Para importar la función seno (sin, del inglés ((sinus))) del módulo matemático (math):

```
>>> from math import sin
```

Para utilizar la función seno en nuestros cálculos:

```
>>> sin(0) _
```

```
0.0
```

```
>>> sin(1) _
```

```
0.841470984808
```

En Python se utiliza un asterisco, para importan todos los elementos y funciones de un módulo. Ejemplo si queremos importar todas las funciones del módulo math escribimos:

```
>>> from math import *
```

En Hunter [14] señala las Funciones que encontramos en el módulo matemático como:

- **sin(x)** Seno de x, expresado en radianes.
- **cos(x)** Coseno de x, expresado en radianes.
- **tan(x)** Tangente de x, expresado en radianes.
- **exp(x)** El número e elevado a la x.
- **ceil(x)** Redondeo hacia arriba de x.
- **floor(x)** Redondeo hacia abajo de x.
- **log(x)** Logaritmo natural (en base e) de x.
- **log10(x)** Logaritmo decimal (en base 10) de x.
- **sqrt(x)** Raíz cuadrada de x.

En el módulo matemático se definen, además, algunas constantes:

```
>>> from math import pi, e
```

```
>>> pi
```

```
3.1415926535897931
```

```
>>> e
```

```
2.7182818284590451
```



## Otros módulos de interés

Existe un gran número de módulos, cada uno de ellos especializado en un campo de aplicación determinado. Precisamente, una de las razones por las que Python es un lenguaje potente y extremadamente útil es por la gran colección de módulos con que se utiliza. Hay módulos para el diseño de aplicaciones para web, diseño de interfaces de usuario, compresión de datos, criptografía, multimedia, etc. Y constantemente aparecen nuevos módulos que cualquier programador de Python puede crearlo, añadiendo así funciones que simplifican la programación y poniéndolas a disposición de otros programadores.

## Punto py

Por consenso los ficheros que contienen programas Python tienen extensión **.py** en su nombre. La extensión de un nombre de fichero son los caracteres del mismo que suceden al último punto. Un fichero llamado ejemplo.py tiene extensión py.

## Comentarios

Cuando el intérprete Python ve un comentario no hace nada con él, lo omite. Los comentarios Python se inician con el símbolo # (que se lee ((almohadilla))): todo texto desde la almohadilla hasta el final de la línea se considera comentario y, en consecuencia, es omitido por Python.

## Definición de funciones

Se puede crear una función por ejemplo la serie de Fibonacci hasta un límite superior arbitrario:

```
>>> def fib(n): # escribir la serie Fibonacci hasta n
... "escribir la serie Fibonacci hasta n"
... a, b = 0, 1
... while b < n:
... print b,
... a, b = b, a+b
...
>>> # Y ahora llamamos a la función recién definida:
... fib(2000)
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597
```

La palabra clave `def` introduce una definición de función. Debe ir seguida del nombre de la función y la lista entre paréntesis de los parámetros. Las sentencias que forman el cuerpo de la función empiezan en la siguiente línea y deben ir sangradas.

Una función muy sencilla es la que recibe un número y devuelve el cuadrado de dicho número; el nombre que damos a la función es `cuadrado`:

```
cuadrado.py
```

```
def cuadrado(x):
    return x**2
```

Definimos la función cuadrado que se aplica sobre un valor al que llamamos x y devuelve un número, el cual es el resultado de elevar x al cuadrado. En el programa aparecen dos nuevas palabras reservadas: def y return. La palabra def es abreviatura de ((define)) y return significa ((devuelve)) en inglés.

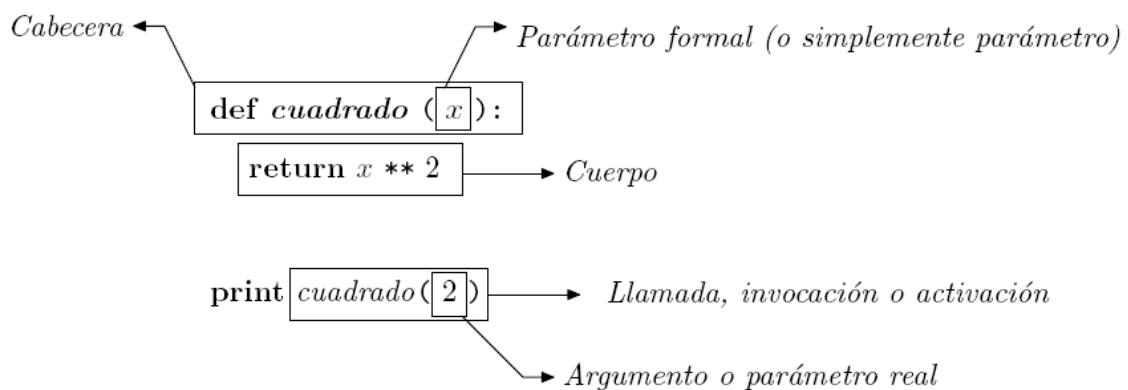


Figura 2.6 Parámetros de Definición de Funciones.

## 2.13 wxPython

- Basada en la toolkit wxWidgets (<http://www.wxwidgets.org/>):
- Creada para proveer una manera barata y flexible de maximizar la inversión realizada en el desarrollo de GUIs.
  - Hasta Febrero del 2004, wxWidgets era conocida como wxWindows, pero Microsoft “sugirió” un cambio de nombre.
  - Esconde al programador de la complejidad de C++ y permite el acceso a la misma funcionalidad desde Python.

- Implementada como un módulo de extensión Python que funciona como un wrapper alrededor de wxWidgets.

### Características wxPython

- Creada por Robin Dunn, beneficiándose del excelente trabajo de Julian Smart en wxWidgets
  - Multiplataforma, presencia nativa, alto rendimiento gráfico.
  - Basada en la API C++ wxWidgets creada en 1992 (<http://www.wxwidgets.org>).
  - Alternativa capaz y sencilla a MFC y Windows.Forms en Windows o GTK y Qt en Linux.
- wxWidgets + Python = wxPython (creada en 1996)
  - Permite realizar interfaces gráficas complicadas de una forma sencilla
  - Combina eficiencia, sencillez de uso e independencia de la plataforma
    - ♦ Escribimos código una sola vez y su presencia se adapta a la de la plataforma donde la aplicación es ejecutada.

### wxWidgets

Smart [15] afirma que el Objetivo wxWidgets es una manera barata y sencilla de maximizar el desarrollo de aplicaciones gráficas.

- Cumple los siguientes requisitos:
  - Bajo precio
  - Open source

- API asequible
- Soporte de varios compiladores

### **Características wxWidgets**

- Bajo coste (gratis)
- Fuentes disponibles.
- Disponible en todas las plataformas más populares.
- Trabaja con todos los compiladores más populares de C++ y Python
- Más de 50 programas de ejemplos
- Más de 100 páginas de documentación imprimible y on-line
- Permite la generación de documentación Windows, HTML y Word RTF con Text2RTF
- Fácil de usar, API orientada a objetos.
- Mecanismo de eventos flexible.
- Llamadas gráficas incluyen líneas, rectángulos redondeados, splines, etc.
- Incluye manejadores de disposición (layout managers).
- Controles avanzados como paneles multipestaña, árboles, etc.
- Genera PostScript en UNIX y estándar MS Windows printing
- Soporta MDI (Multiple Document Interface)
- Puede usarse para crear DLLs bajo Windows o .so en Unix
- Diálogos avanzados: ficheros, impresión, colores
- Una API para la generación de ayuda.
- Ventana HTML disponible
- Editor de diálogos

- Soporte para la comunicación en red mediante sockets y librerías de multi-threading.
- Procesamiento de imágenes independiente de la plataforma.
- Soporte para cualquier tipo de ficheros (BMP, PNG, JPEG, GIF, XPM, PNM, PCX).

### **Programando con wxPython**

Rappin [16] puntualiza en wxPython todas las clases que están definidas dentro del módulo wx, que debe importarse en toda aplicación.

- Para crear una aplicación en wxPython hay que crear una clase que derive de wx.App y sobrescriba el método App.OnInit
  - Devuelve True o False,
  - App.SetTopWindow sirve para indicar cuál será la ventana principal
- Toda aplicación está formada al menos de un Frame o un Dialog
- Los marcos pueden contener otros paneles, controles y barras de menús y herramientas (MenuBar y ToolBar ) y línea de estado (StatusBar)
- Para finalizar una aplicación se puede invocar a wx.Exit(), aunque es mejor gestionar el evento wx.CloseEvent
- Los marcos y diálogos contienen controles: Button, CheckBox, Choice, ListBox, RadioBox y Slider, ...
- Los controles derivan de la clase base Control, la cual deriva de Window
- Existen diálogos predefinidos: MessageDialog o FileDialog
- A través del programa wxPython\demo\demo.py se pueden ver demos
  - Vienen acompañadas de código fuente

## Ejemplo Hola Mundo Básico

```
# wxPythonHolaMundoBasico.py

import wx

app = wx.PySimpleApp()

frame = wx.Frame(None, -1, "Hola Mundo Básico")

frame.Show(True)

app.MainLoop()
```

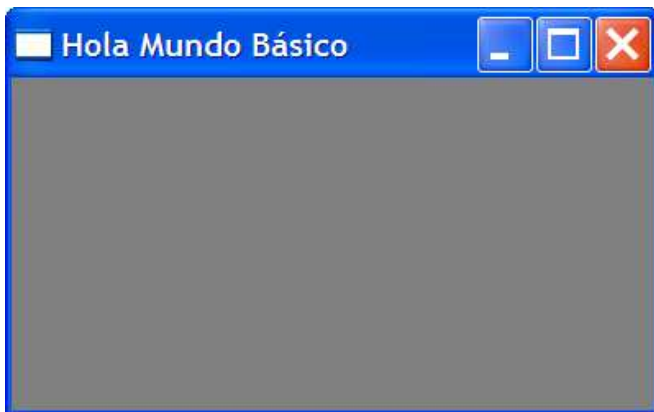


Figura 2.7 Ventana con **wxPython**

Para empezar a realizar una aplicación con wxwindows necesitamos seguir los siguientes pasos:

- Incluir la librería, para esto bastará agregar el siguiente fragmento de código:

```
import wx
```

Al realizar esta instrucción estamos incluyendo un módulo completo que incluye todos los elementos del wxpython, esta característica es relativamente reciente y en internet aún se encuentran tutoriales que utilizan widgets cómo wxApp o wx.wxApp, este modo de utilizar ha quedado en desuso y se recomienda utilizar los widgets usando el nuevo módulo, es decir que por ejemplo para acceder a la clase App que en C++ sería wxApp se debería usar wx.App

La librería wxPython está completamente basada en la teoría de programación orientada objetos, es por esto que para poder crear cualquier programa siempre se necesita “sobrecargar” el “método” OnInit de una clase de tipo wx.App (es decir que puede ser de una clase que herede de ella, para hacer esto basta con escribir esto:

```
class MiApp(wx.App):  
    def OnInit(self):  
        return True
```

Este fragmento de código crea una clase llamada MiApp, que hereda de la clase wx.App cuyo único método, por el momento es OnInit, método éste que será llamado en el momento que iniciemos nuestra aplicación, es importante tener en cuenta que este método debe retornar True.

Una vez esté lista la clase debemos instanciarla, y hacer un llamado al método MainLoop, que es heredado de la clase wx.App. Este método se encargará de entregarle el control de programa al wxPython permitiendo la captura de eventos entre otras cosas. Es decir que necesitamos un código cómo:



```
app=MiApp()

app.MainLoop()
```

## 2.14 wxGlade

El proceso de creación de aplicaciones con wxPython sin ayuda de un diseñador puede ser bastante traumático. Es por esto que se utilizara el un diseñador de interfaces (no un IDE completo, es decir que no servirá para escribir código, solo para generarlo) wxGlade (<http://wxglade.sourceforge.net>).

El wxGlade es un programa que ayuda a diseñar las interfaces gráficas, permitiendo que el proceso de construcción sea mucho más veloz que al hacerlo manualmente.

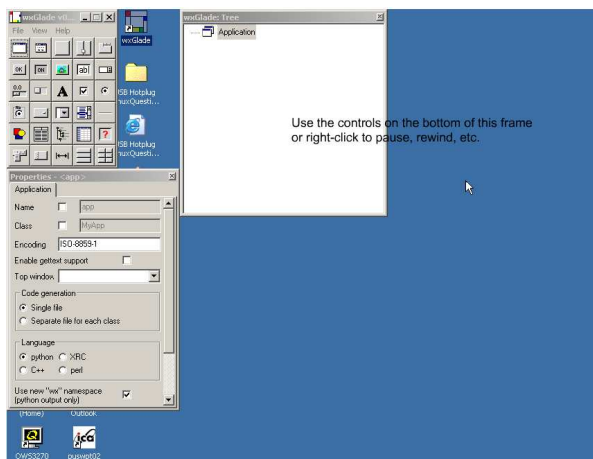


Figura 2.8 El wxGlade y sus comandos.

Al iniciar el wxGlade éste nos presenta una interfaz que puede ser un poco extraña para las personas que vienen de trabajar en otros editores “visuales”, sin embargo con un poco de

información es fácil empezar a trabajar con él. En su presentación inicial aparecen tres ventanas:

- La ventana de íconos, en ella se encuentran todos los elementos visuales o widgets que el wxGlade pone a nuestra disposición para crear interfaces, ventanas, botones, cuadros de texto, árboles, listas, en fin.
- La ventana de propiedades, en ella se encuentran propiedades del widget que se halle seleccionado en ese momento, al iniciar contiene las propiedades de la aplicación, el equivalente a nuestro MiApp.
- La ventana de árbol en ella se encuentra una estructura jerárquica donde se representa la interfaz que estamos diseñando, donde aparece la aplicación como padre y a partir de ella podremos encontrar ventanas como sus hijas, y a su vez botones, cajas de texto, y demás como hijos de las ventanas, pero con una estructura especial. que veremos más adelante.

## Capítulo 3

### Tipos de Opciones Reales

#### 3.1 Introducción

En base a algunos ejemplos ilustraremos los conceptos de tipos de Opciones Reales. Cada aplicación se debe personalizar a cada tipo de negocio en particular o actividad económica, puesto que las ideas del método de Opciones Reales son importantes para los negocios e industrias.

Se presentan ejemplos de decisiones comunes de empresas en las que se puede aplicar el análisis de Opciones Reales.

#### Opciones de Abandono

Empresas Petroleras podría iniciar la exploración y explotación de crudo en el Oriente Ecuatoriano, pero les preocupa la dimensión de la oportunidad del mercado y si la exploración y explotación puede cumplir las regulaciones gubernamentales relativas a vertidos tóxicos. Análisis tradicionales sugieren que no se implemente el proyecto. Pero al aplicar análisis de Opciones Reales podremos valorar la opción de abandonar el proyecto petrolero, si se reciben malas noticias del mercado o de la responsabilidad contractual relativa a la limpieza de los vertidos. Al incluir la opción de abandonar, el valor del proyecto aumenta y empresas petroleras pueden iniciar su desarrollo.

### **Opciones de esperar para invertir**

Las ventas de productos dietéticos por efecto del cuidado en la salud de las personas, vertiginosamente ha incrementado su consumo. Empresas como Tony, Nesthe y otras en el Ecuador no puede asegurar el crecimiento futuro de las ventas, pero los instrumentos tradicionales, proponen una ampliación de las plantas industriales, para abastecer el mercado. Un análisis de Opciones Reales a más del análisis tradicional nos permite cuantificar el aumento de los ingresos derivados de la expansión inmediata y las pérdidas que se evitarían como consecuencia de esperar para resolver la incertidumbre. El análisis de Opciones Reales identifica la mejor estrategia y permite determinar si el valor de esperar supera al valor de la expansión inmediata.

### **Opciones de Crecimiento**

Yambal, Avon, L'bel y otras empresas que comercializan cosméticos a través de redes de vendedoras independientes, están considerando incrementar su participación en el mercado Latinoamericano. La inversión requerida en fabricación local y en la organización de ventas es importante, pero podría proporcionar oportunidades para vender una gama de productos a través de una red de ventas establecidas. Al aplicar el análisis tradicional podemos determinar que los costos superan a los beneficios previstos. Al recurrir al análisis con Opciones Reales, estaremos en capacidad de determinar con mayor precisión la conveniencia de realizar la inversión para entrar en el mercado porque puede generar opciones de crecimiento, opciones para desarrollar proyectos derivados si dicha inversión inicial funciona bien.

## **Opciones de Flexibilidad**

Hyundai o Toyota, tienen que construir una planta nueva para fabricar sus últimos modelos de vehículos. Las previsiones indican que el volumen de ventas es incierto y que las ventas se realizarían en dos continentes. Aplicando el análisis tradicional se determina que sería más barato construir y poner en funcionamiento una sola planta. Con análisis de Opciones Reales podremos determinar si el valor de construir dos plantas es superior a la construcción de una planta, creando una opción para alternar la producción en caso de que fuera necesario. En situaciones de incertidumbre, invertir en una opción para tener la oportunidad de alternar la producción crea valor.

## **Opciones de Aprendizaje**

Multicines ésta planeando el estreno de tres nuevas películas para la temporada de Navidad. Antes del primer estreno, los ejecutivos no pueden decir que película va a tener más éxito, así que organizan su presupuesto de publicidad por etapas. Cada película se estrena en un número limitado de salas de ciudades seleccionadas. La película que tenga más éxito será la que se estrenara a nivel nacional y la que tendrá el presupuesto de publicidad más elevado. Durante la proyección nacional, la dirección de la empresa decidirá cuanto gastar en publicidad en los mercados internacionales y en el de videos. Los instrumentos tradicionales no hubieran tenido en cuenta que cada una de las fases de la inversión proporciona más información sobre los beneficios totales de la película y una opción para tomar la siguiente decisión de inversión. El método de las Opciones Reales valora las decisiones contingentes y muestra como estructurar cada una de las fases para conseguir el máximo valor.

A continuación, explicaremos con más detalle algunos tipos de Opciones Reales que se pueden presentar en proyectos.

Para facilitar la comprensión, los períodos pueden ser considerados como una secuencia discreta y en el análisis se utilizará cinco períodos; los cálculos son perfectamente extrapolable a N períodos.

### 3.2.- Opción de Abandono

Estas opciones están relacionadas con proyectos que pueden abandonarse en la marcha, obteniendo a cambio su valor residual que corresponde al valor obtenido de la liquidación de instalaciones y equipos, venta de la empresa, etc. Los gerentes de los proyectos preferirán abandonar si el valor es menor que el valor residual, exceptuando proyectos estratégicos.

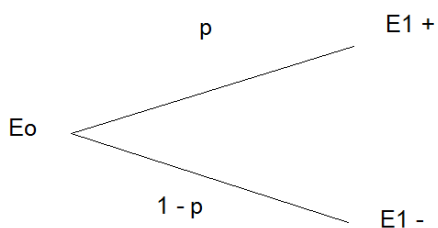


Figura 3.1 Esquema Opción de Abandono

La opción de abandono puede considerarse como una opción de venta (PUT), en la cual el precio de ejercicio es el valor residual VR, con lo que quedará un árbol como el de la figura 3.1, y los valores de E1+ y E1- serán:

$$\begin{aligned} E1^+ &= VA1^+ + \text{Max}\{VR - VA1^+, 0\} = \text{Max}\{VR - VA1^+\} \\ E1^- &= VA1^- + \text{Max}\{VR - VA1^-, 0\} = \text{Max}\{VR - VA1^-\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Para calcular el VAN del proyecto con la opción incluida se debe hallar la media ponderada de sus flujos esperados, y restarle el valor de la inversión inicial.

$$E_0 = \frac{p * E1^+ + (1 - p) * E1^-}{1 + r_f} - A_0 \quad (3.2)$$

### **Características de la Opción de Abandono**

- La opción de abandono se valora como un PUT Americano sobre el valor presente de los flujos de caja descontados del proyecto (V).
- El precio de ejercicio es el valor de salvamento de los activos (A).
- El precio de ejercicio (A) disminuye con el tiempo.
- El valor de esta opción es  $\text{máx}(A - V, 0)$
- El valor de la opción de abandono será mayor en proyectos con activos de propósito general que en proyectos con activos específicos.
- Las opciones de abandono no debieran ejercerse con ligereza ya que pueden llevar a la pérdida de competencias básicas, o perder la posibilidad de participar en desarrollos tecnológicos futuros.

### **Ejemplo de Opción de abandono**

Una compañía farmacéutica está desarrollando un medicamento particular. Sin embargo, debido a la naturaleza incierta del grado de efectividad del medicamento, demanda del mercado, comprobación animal, receptibilidad en el organismo humano y, la aprobación de FDA, la gerencia de la empresa farmacéutica puede decidir implementar una opción de abandono estratégico. Es decir, en cualquier momento dentro de los próximos cinco años de desarrollo, podría revisar el progreso de la investigación y desarrollo y decidir si termina el proyecto de desarrollo del medicamento. Después de cinco años, la empresa puede lograr el éxito o fracasar en su intento de desarrollar el medicamento, por lo que no existiría el valor de la opción después de ese lapso de tiempo. Si concluye el programa, la empresa puede vender los derechos de propiedad intelectual del medicamento a otra empresa farmacéutica, con la que mantenga un acuerdo contractual. Este contrato con la otra empresa se ejerce en cualquier momento dentro del período establecido. Esta opción la obtiene la empresa obligándose a pagar una cantidad a la contraparte. ¿Cuánto es el valor de la opción de abandono en las condiciones de un mercado equitativo para las partes?

Usando el tradicional flujo de caja descontado, el valor presente de los movimientos futuros esperados de tesorería descontado en un mercado, a la tasa de descuento estimada, podría ser \$150 millones. Usando simulación de Monte Carlo, la volatilidad implícita de los ingresos logarítmicos en los movimientos futuros de tesorería se ubica en 30 %. La tasa libre de riesgo es 5 por ciento, y el contrato de abandono estipula que se puede lograr un ingreso de \$100 millones si las patentes se venden dentro de los próximos cinco años. Los \$100 millones es el valor del salvamento y es fijo durante los próximos 5 años.



Calcularemos el valor de la opción de abandono si el desarrollo del medicamento es beneficioso para la empresa.

Usamos una aproximación de una opción de venta americana (put option), porque la opción para abandonar el desarrollo del medicamento puede ejercerse cuando quiera o en la fecha de expiración. Se puede calcular el valor de la opción aplicando el cálculo de redes binomiales.

Figuras 3.2. y 3.3 especifica los resultados del análisis utilizando el acercamiento binomial, correspondiendo a la opción de abandono el valor de \$6.6412 millones en 5 pasos de tiempo y \$7.0878 millón usando 1,000 pasos de tiempo.

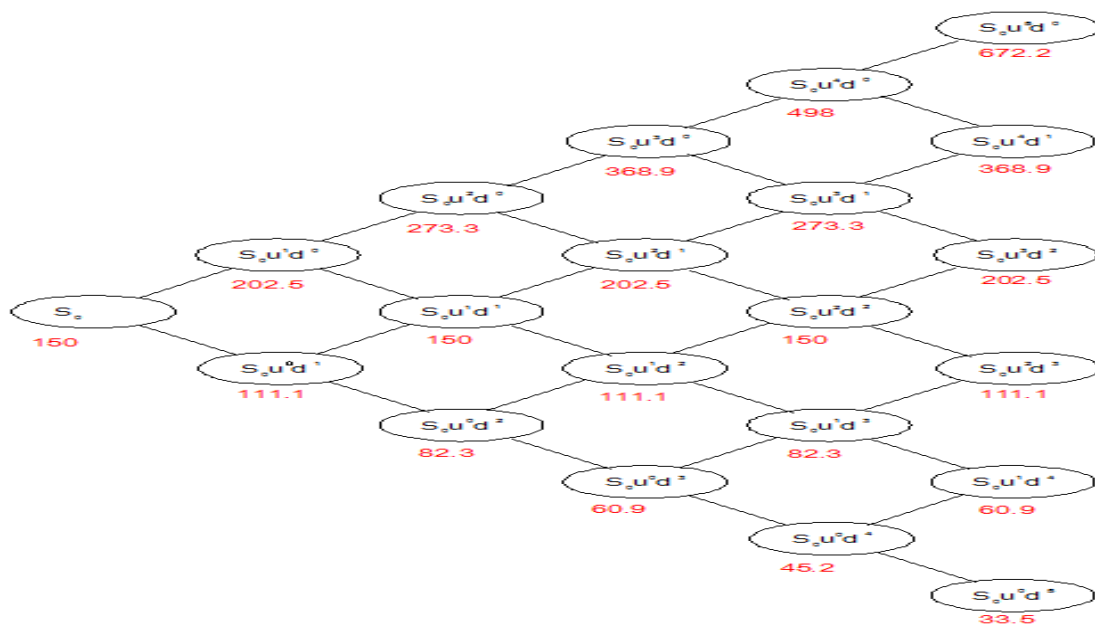


Figura 3.2 Red del activo subyacente

Valor de salvamento \$ 100

Dado:  $S = 150$ ,  $\sigma = 0.30$ ,  $T = 5$ ,  $r_f = 0.05$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} = e^{(0.3)\sqrt{(5/5)}} = 1.3299$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} = e^{-(0.3)\sqrt{(5/5)}} = 0.74082$$

$$p = \frac{e^{r_f \delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{(0.05)(5/5)} - 0.74082}{1.33299 - 0.74082} = 0.51$$

Los cálculos requeridos y pasos de la Figura 3.2 se fundamentan en el factor al alza (u), el factor de baja (d) y la probabilidad de riesgo-neutral (p). El factor de alza se calcula en 1.3499, y el factor de baja en 0.7408. El valor del activo subyacente (\$150), multiplicamos por los factores “u” y “d” para obtener \$202.5 y \$111.1, respectivamente.

A continuación se encuentra la red de valoración de la opción que se ilustra en la Figura 3.3, utilizando los valores calculados en la Figura 3.2.

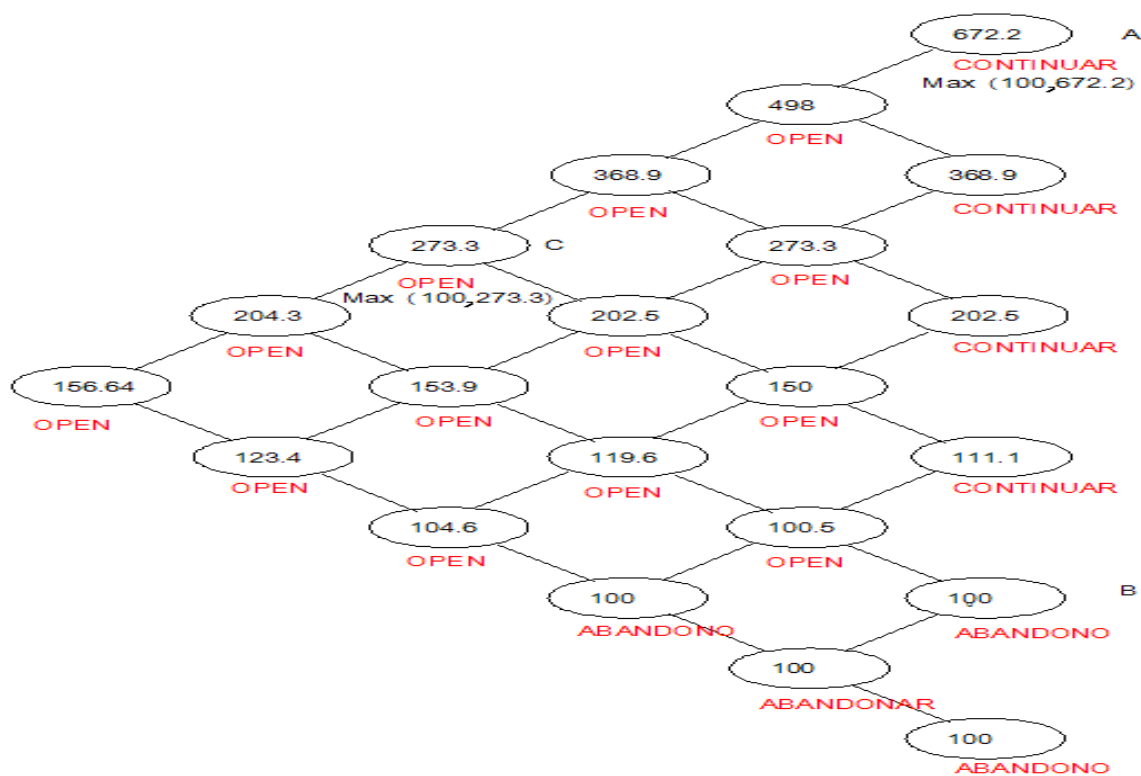


Figura 3.3 Red de valoración de la opción

Determinada la red de valoración de opción, se procede a buscar los valores de los nodos terminales y a valorar los nodos intermedios en base al proceso conocido como *inducción dirigida hacia atrás*. En la primera red, los valores se estiman multiplicando hacia delante. Los cálculos de la segunda red, se estiman hacia atrás, a partir de los nodos terminales.

Máximo entre el Valor de Salvamento o valor de Continuar.

Valor de salvamento:  $X = \$ 100$

Valor de continuar:  $(So * u^5) = 150(1.3299)^5 = \$672.2$

En Figura 3.3, observamos que el nodo Terminal (nodo A) tiene un valor de \$672.2 que puede obtenerse a través de la maximización del valor de abandono contra la continuación. Al final de cinco años, la empresa tiene las opciones: (1) de vender, abandonando su programa de desarrollo del medicamento o (2) continuar su desarrollo.

Obviamente, la gerencia seleccionará la estrategia que maximice la rentabilidad.

El valor de abandonar el programa de elaboración del medicamento, equivale a vender los derechos de patente en los \$100 millones. El valor de continuar con el desarrollo puede encontrarse en la figura 3.1 de la red de evolución del activo subyacente en el nodo  $(So * u^5)$  que es \$672.2 millones; la decisión de incrementar la utilidad es por lo tanto continuar el desarrollo del producto.

De igual manera, para el nodo terminal B de la Figura 3.3, el valor de abandonar en ese momento es \$100 millones, que debemos comparar con los \$60,9 de la Figura 3.2, por lo

que la decisión acertada sería de abandonar el proyecto, y el gerente que decide aumentar al máximo valor de ese nodo decide por el valor de abandono de \$100 millones.

Máximo entre el Valor de Salvamento o valor de Continuar.

Valor de salvamento:  $X = \$ 100$

Valor de continuar:  $(S_0 * u * d^4) = 150(1.3299) * (0.7408)^4 = \$60.9$

Es muy fácil entender toda vez que si el valor del activo subyacente de seguir con desarrollo del medicamento es alto (nodo A), conviene continuar el proyecto. Por otra parte, si el valor del desarrollo es bajo como el especificado por el nodo B, convendría abandonar el proyecto y eliminar las pérdidas de la empresa debido a que el desarrollo está fallando, el competidor se ha adelantado en desarrollar un producto similar, o el mercado se está contrayendo.

En el nodo C, que es un nodo intermedio, su valor es \$273.3 millón. Con este nodo particular, la empresa tiene dos opciones: abandonar en ese momento el proyecto o continuar, manteniendo abierta la opción a futuro para abandonarla, con la expectativa de si cambia en menos el panorama, la empresa tiene la posibilidad de ejecutar la opción y abandonar el programa de desarrollo del medicamento. El valor de abandonar es \$100 millones que es el valor del salvamento. El valor de continuar simplemente es el promedio esperado descontado, aplicando probabilidad del riesgo-neutral.

Máximo entre el Valor de Salvamento o valor de mantener abierta la opción.

Valor de salvamento:  $X = \$ 100$

$$\begin{aligned} \text{Valor de mantener abierta la opción: } & [p(368.9) + (1-p)(202.5)]e^{-rf*\delta} = \\ & [0.51(368.9) + (1-0.51)(202.5)]e^{-0.05*(5/5)} = \$273.3 \end{aligned}$$

Los \$273.3 millones son superiores al valor de abandono. Se asume un 5 % de  $r_f$ , un  $\delta$  de 1 (cinco años divididos en cinco periodos, y es equivalente a un año), y probabilidad de riesgo-neutral de  $p=0.51$ .

La técnica de inducción dirigida hacia atrás, permite que la red regrese al punto de partida obteniéndose el valor de \$156.6412 millones. El valor que se obtuvo a través de flujo de caja descontado es \$150 millones, y la diferencia de \$6.6412 millones es debido a la opción de abandono.

Los \$150 millones son el NPV estático sin la flexibilidad; los \$6.6412 millones son el valor de las Opciones Reales; el valor combinado de \$156.64.12 millones es el valor estratégico total o ENPV (extendido NPV) o NPV+O (NPV con la flexibilidad de las Opciones Reales), que es el valor total correcto de este proyecto de desarrollo del medicamento.

### **3.3.- Opción de Ampliación y Crecimiento**

Las opciones de crecimiento se orientan a buscar la posibilidad de expandir la capacidad de la producción en un cierto porcentaje siempre que las condiciones se presenten favorables después de haber realizado la inversión inicial.

Luego de la inversión inicial en un proyecto en el tiempo 0, la expansión de la capacidad en un porcentaje X puede ser llevada a cabo por un costo adicional Ax, luego esto nos llevaría a un árbol como el de la figura 3.1, para el cual los valores de E1+ y E1- son:

$$\begin{aligned} E1^+ &= VA1^+ + \text{Max}\{X * VA1^+ - Ax, 0\} \\ E1^- &= VA1^- + \text{Max}\{X * VA1^- - Ax, 0\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Esto es debido a que la inversión inicial del proyecto ya está hecha, por lo que los valores VA1+ y VA1- son flujos que no dependen de alguna decisión del propietario, mientras que el flujo X\*VA1 – Ax sí depende de que el propietario ejerza o no la opción de ampliar la producción.

Para calcular el VAN del proyecto con la opción incluida es necesario calcular la media ponderada de sus flujos esperados, y a esto restarle el valor de la inversión.

$$E_0 = \frac{p * E1^+ + (1-p) * E1^-}{1 + r_f} - A_0 \quad (3.4)$$

Si queremos calcular cuanto vale la opción debemos restarle el VAN tradicional (sin opción) a E0:

$$\text{Opción de ampliación} = \text{VAN con opción (E0)} - \text{VAN tradicional sin opción}$$

### **Características de la Opción de Expandir**

- Si las condiciones del mercado resultan más favorables que las esperadas, la gerencia cuenta con la opción de expandir la escala del proyecto o acelerar la tasa de extracción.
- La opción de expansión es similar a un Call Americano que da el derecho a adquirir una parte adicional ( $e\%$ ) del proyecto original.
- El precio de ejercicio de esta opción es la inversión adicional necesaria ( $I$ ) para aumentar la escala de operaciones en ( $e\%$ ).
- El valor de la opción es  $\max(eV - I, 0)$
- La gerencia puede favorecer una tecnología más costosa a fin de lograr la flexibilidad para expandir la producción en el futuro si esto le resultare favorable.
- La opción de expansión puede tener valor estratégico si posiciona a la empresa para capitalizar futuras oportunidades de crecimiento.

### **Ejemplo de Opción de expansión**

Una empresa en expansión tiene una valoración estática de rentabilidad futura calculada mediante el flujo de caja descontado (valor presente de los movimientos de tesorería futuros esperados descontados a la tasa de descuento) que puede ser \$400 millones.

Usando la simulación de Monte Carlo, la volatilidad implícita de los ingresos logarítmicos en los movimientos futuros de tesorería se ubica en 35 %. La tasa libre de riesgo se estima en un 7 %. Si la empresa tiene la opción de crecer duplicando su capacidad operacional, adquiriendo a su competidor en cualquier momento de los próximos cinco años por una suma de \$250 millones. Convendría optar por la opción de compra americana, debido a

que la opción para ampliar la capacidad operacional de la empresa puede ejercerse en cualquier momento hasta la fecha de expiración.

Se confirmará el valor del análisis con un cálculo de red binomial.

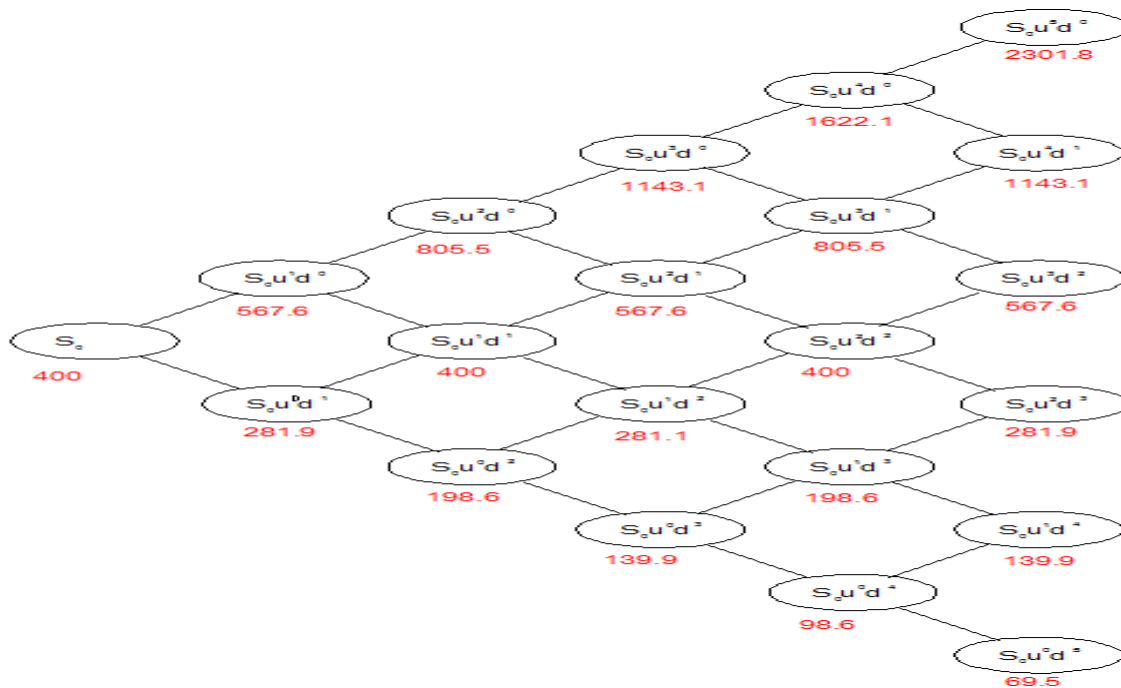


Figura 3.4 Red del activo subyacente

El factor de expansión = 2.0 a un costo de \$250

Dado:  $S = 400$ ,  $\sigma = 0.35$ ,  $T = 5$ ,  $rf = 0.07$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{(0.35)\sqrt{(5/5)}} = 1.4191$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-(0.35)\sqrt{(5/5)}} = 0.7047$$

$$p = \frac{e^{rf\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{(0.07)(5/5)} - 0.7047}{1.4191 - 0.7047} = 0.51$$



Las figuras 3.4 y 3.5 muestra los resultados de su análisis que usa un acercamiento binomial, que calcula el valor de la opción de la expansión en \$638.3 millones usando 5 períodos de tiempo y \$638.8 utilizando 1,000 pasos de tiempo.

Los cálculos requeridos en la Figura 3.4 se fundamenta en el factor al alza (u), el factor a la baja (d) y la probabilidad de riesgo-neutral (p). Para el ejemplo, el factor al alza se estima en 1.4191, y el factor a la baja en 0.7047; empezando con el valor del activo subyacente de \$400, que se multiplica a los factores “u” y “d” para obtener \$567.6 y \$281.9, respectivamente.

A continuación se encuentra la red de valoración de la opción que se ilustra en la Figura 3.5, utilizando los valores calculados en la Figura 3.4.

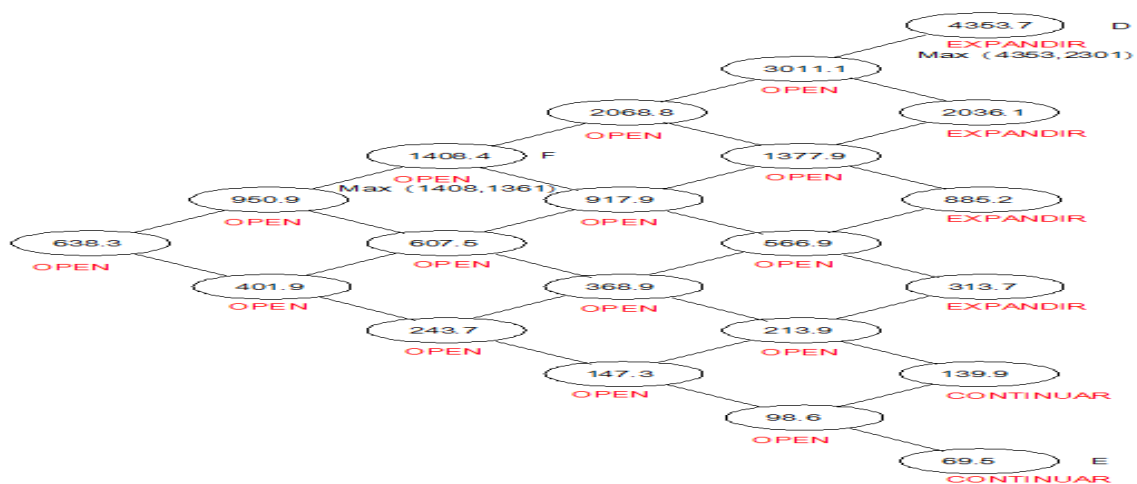


Figura 3.5 Red de valoración y decisión de la opción.

En Figura 3.5, observamos que el nodo terminal (nodo D) tiene un valor de \$4,353.7 obtenido a través de la maximización de valor de expansión y el valor de continuar. Al final de cinco años, la empresa tiene las opciones: (1) adquirir a la empresa de la

competencia y ampliar su capacidad operacional existente o (2) no mantenerse estático, en iguales condiciones.

Obviamente, la gerencia seleccionará la estrategia que maximice la rentabilidad.

El valor de adquirir y ampliar su capacidad operacional existente es equivalente a duplicar su capacidad existente de \$2,301.8 del nodo de la Figura 3.4, menos el precio de inversión:

Máximo entre expansión o continuar

$$\text{Expansión} = (\text{factor de expansión}) * (So * u^5) - \text{inversión}$$

$$\text{Expansión} = 2(\$2,301.8) - \$250 = \$4,353.7 \text{ millones.}$$

$$\text{Continuar} = (So * u^5) = \$2,301.8$$

El valor de continuar la actividad económica actual, puede visualizarse en la Figura 3.4 de la red  $(So * u^5)$  que es \$2,301.8 millones. La decisión de aumentar la ganancia al máximo es adquirir la empresa en \$250 millones, e incrementar su valor a \$4,353.7 millones (nodo D). Aplicando similar análisis, para el nodo terminal E de la figura 3.5, por lo que el valor de continuar su capacidad operacional existente es de \$69.5 millones.

Máximo entre expansión o continuar

$$\text{Continuar} = (So * u^0 * d^5) = \$69.5$$

$$\text{Expansión} = (\text{factor de expansión}) * (So * u^0 * d^5) - \text{inversión}$$

$$\text{Expansión} = 2(\$69.5) - \$250 = - \$111 \text{ millones.}$$

La decisión en el nodo E es continuar con el funcionamiento existente, con un valor de \$69,5 millones.

El nodo intermedios (nodo F) es de \$1,408.4 millones. En este nodo particular, la empresa tiene dos opciones: (1) extender su capacidad operacional o mantener abierta la opción para crecer a futuro, con la esperanza de que el mercado mejore, podrá ejecutar la opción de adquirir la empresa a su competidor. El valor de expansión en el nodo F es  $2(\$805) - \$250 = \$1,361$  millones y el valor de continuar es el promedio descontado de la opción del futuro valorando la probabilidad del riesgo-neutral.

Máximo entre expansión o continuar

Expansión = (factor de expansión) \*  $(S_0 * u^2) - inversión$

Expansión =  $2(\$805.5) - \$250 = + \$1,361$  millones.

Mantener abierta la opción =  $[(P)(\$2,068.8) + (1 - P)(\$917.9)] * \exp[-(rf)(\delta t)] = \$1,408.4$

\$1,408.4 millón es superiores que el valor de la expansión, asumiendo un 7 % de rf, un delta\_tiempo de 1 (cinco años divididos en cinco periodos), y una probabilidad de riesgo-neutral de  $p=0.515$ .

La técnica de inducción dirigida hacia atrás, permite que la red retorne al punto de partida obteniéndose el valor de \$638.30 millones; el valor que se obtuvo a través de flujo de caja descontado es \$400 millones, y el valor de adquirir al competidor en  $2(\$400) - \$250 = \$550$  millones, que equivale al valor de dos veces su capacidad operativa actual menos el precios de compra.

Los \$550 millones son el NPV estático sin la flexibilidad, los \$88.30 millones es el valor de la Opción Real, y el valor combinado es \$638.30 millones corresponde al valor estratégico total o ENPV (extendió NPV) o NPV+O (NPV con la flexibilidad de las Opciones Reales), el valor total correcto de esta empresa.

Teniendo en cuenta Opciones Reales en un ambiente comercial incierto, el costo de adquisición puede variar con el tiempo (factor de expansión), alterándose las condiciones del negocio.

### **3.4.- Opción de Contracción**

#### **Ejemplo de Opción de Contracción**

Una empresa aeronáutica tiene incertidumbre en los resultados de nuevas tecnológicas y demandas del mercado de sus nuevos motores de reacción supersónicos de gran alcance. La empresa decide protegerse ante posibles resultados negativos a través del uso de opciones estratégicas, específicamente una opción para disminuir en un 50% su capacidad existente, dentro de los próximos cinco años. La empresa tiene una estructura que se encuentra operando normalmente, con una valoración estática de rentabilidad futura que utiliza el flujo de caja descontado de \$1 mil millones.

Aplicando simulación de Monte Carlo, la volatilidad de los ingresos logarítmicos en los movimientos futuros de tesorería es del 50%. La tasa libre de riesgo es 5%, en los próximos 5 años, cuenta con una opción para reducir un 50% de su funcionamiento actual

cuando lo requiera durante los próximos cinco años, con lo cual, logra cubrir el riesgo recuperando \$400 millón después de esta reducción.

Esto se hace a través de un acuerdo contractual legal con uno de sus competidores que desea incrementar su capacidad instalada y expandir la empresa, a la vez que, la empresa puede transferir el personal existente, para obtener el nivel de economías que optimiza la utilización de mano de obra.

Este tipo de transacción utiliza una aproximación de una opción de venta americana (put option), debido a que la opción para reducir la capacidad operativa de la empresa puede ejercerse en cualquier momento o a la fecha de expiración. Se puede calcular el valor de la opción aplicando el cálculo de redes binomiales.

Las Figuras 3.6. y 3.7 especifican los resultados del análisis utilizando el acercamiento binomial, obteniendo un valor de \$105.61 millones, en 5 pasos de tiempo y \$102.98 millones usando 1,000 pasos de tiempo.

Factor de contracción=50% con \$ 400 de recuperación en la venta.

Dado:  $S = 1000$ ,  $\sigma = 0.50$ ,  $T = 5$ ,  $rf = 0.05$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{(0.5)\sqrt{(5/5)}} = 1.6487$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-(0.5)\sqrt{(5/5)}} = 0.6065$$

$$p = \frac{e^{rf*\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{(0.05)(5/5)} - 0.6065}{1.6487 - 0.6065} = 0.427$$

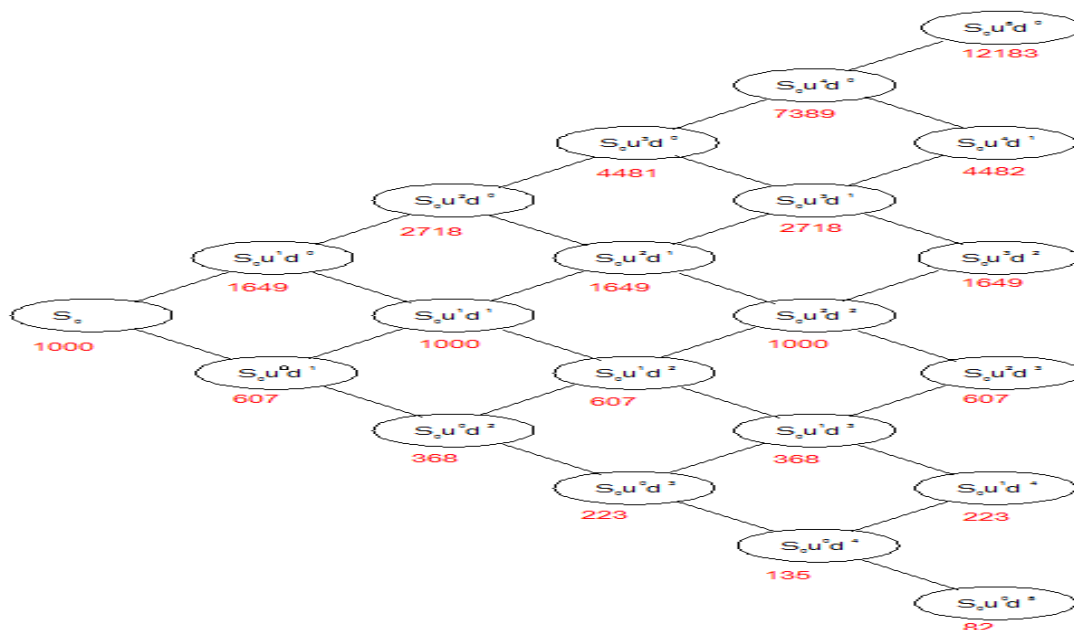


Figura 3.6 Red del activo subyacente

Los cálculos requeridos y pasos de la figura 3.6 se fundamentan en el factor al alza (u), el factor de baja (d) y la probabilidad de riesgo-neutral (p). El factor de alza se calcula en 1.6487, el factor de baja en 0.6065. El valor del activo subyacente (\$1000), multiplicamos por los factores “u” y “d” para obtener \$.1.649 y \$607, respectivamente.

Determinada la red de valoración de opción, se procede a buscar los valores de los nodos terminales y a valorar los nodos intermedios en base al proceso *inducción dirigida hacia atrás*. En la primera red, los valores se estiman multiplicando hacia delante. Los cálculos de la segunda red, se estiman hacia atrás, a partir de los nodos terminales.

A continuación se encuentra la red de valoración de la opción que se ilustra en la Figura 3.7, en base a los valores calculados en la figura 3.6.

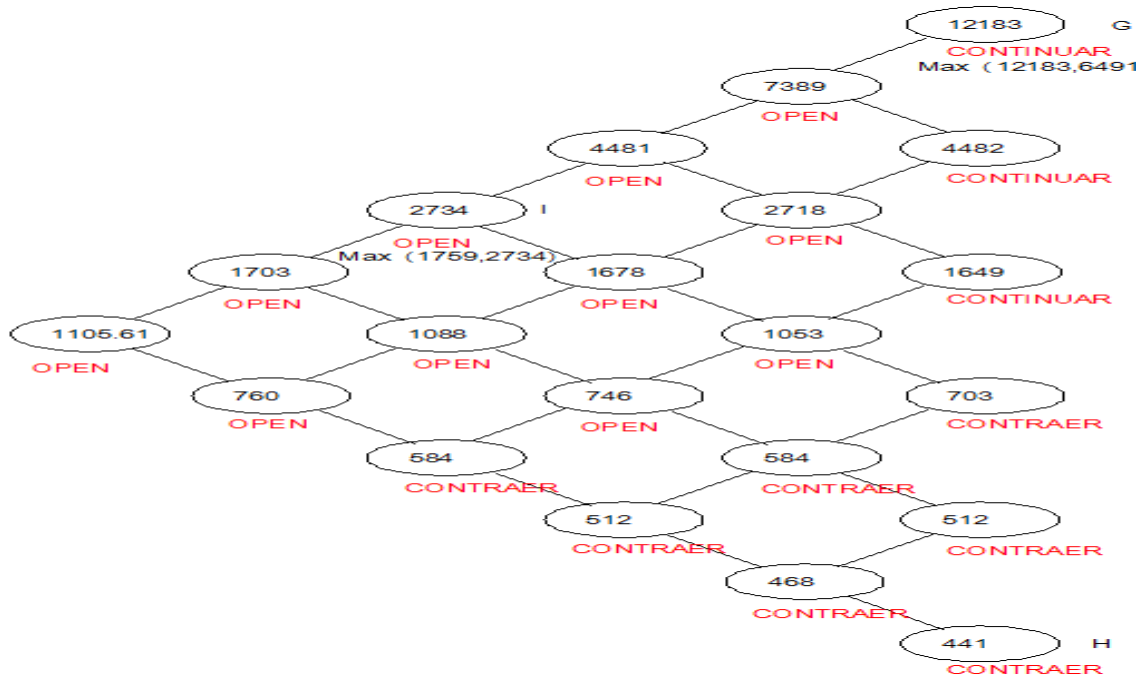


Figura 3.7 Red de valoración de la opción

En Figura 3.7, observamos que el nodo terminal (nodo G) tiene un valor de \$12,183 que puede obtenerse a través de la maximización del valor de disminución de la capacidad operativa de la empresa (contracción) comparada con el funcionamiento actual. Al final de cinco años, la empresa tiene las opciones: (1) de acortar su funcionamiento existente o (2) continuar su crecimiento.

Obviamente, la gerencia seleccionará la estrategia que maximice la rentabilidad.

El valor a reducir es de 50% de su capacidad operacional actual que es equivalente a la mitad de su funcionamiento más los \$400. El valor de reducir su capacidad operacional existente es:

Máximo entre contracción o continuar con el negocio existente

$$\text{Contracción} = (\text{factor de contracción}) * (So * u^5) + \text{salvatage}$$

$$\text{Contracción} = 0,5(\$12,183) + \$400 = \$ 6,491 \text{ millones.}$$

$$\text{Continuar} = (So * u^5) = \$12,183 \text{ millones.}$$

El valor de continuar la actividad económica actual, puede visualizarse en la Figura 3.7 de la red  $(So * u^5)$  que es \$12,183 millones. La decisión de aumentar la ganancia al máximo es continuar con el nivel actual de producción que es \$12,183 millones.

Aplicando un análisis similar, para el nodo terminal H de la Figura 3.7, observamos que el valor de la opción de continuar la actividad económica actual es \$82 millones, que comparándola con la opción de reducir un 50% su capacidad operacional, se obtiene:

Máximo entre contracción o continuar con el negocio existente

$$\text{Continuar} = (So * u^0 * d^5) = \$82.$$

$$\text{Contracción} = (\text{factor de contracción}) * (So * u^5) + \text{salvatage}$$

$$\text{Contracción} = 0,5(\$82) + \$400 = \$441 \text{ millones.}$$

La decisión en el nodo H es reducir un 50% su capacidad operacional existente, que equivale a un valor de \$441 millones.

Este análisis intuitivo, permite valorar la opción de continuar con el negocio existente si las condiciones en las que opera corresponden al nodo G, entonces convendría continuar con las operaciones del negocio. A su vez, si las circunstancias obligan a que el negocio disminuya a un nivel menor como el especificado por el nodo H, es óptimo contraer el negocio existente en un 50%. Circunstancias como: las caídas de la demanda, ciclos de



contracción económica, fracasos tecnológicos, etc., disminuya la capacidad operativa del negocio.

Los nodos intermedios como el nodo I cuyo valor es \$2,734 millones. Nodo en el cual, la empresa tiene dos opciones: (1) reducir su capacidad operacional o (2) mantener abierta la opción para contraerse a futuro, con la esperanza de que cuando el mercado este bajo, la empresa tiene la facilidad para ejercer la opción y reducir su capacidad operacional.

El valor de contraerse en el nodo I es:  $0.5(\$2,718)+\$400 = \$1,759$  millones y el valor de continuar corresponde al promedio descontado de la opción del futuro valorado con probabilidad del riesgo-neutral.

Máximo entre contracción o mantener abierta la opción

Contracción = (factor de contracción) \*  $(S_0 * u^2)$  + *salvatage*

Contracción =  $(0.5) * (\$2,718) + \$400 = \$1,759$

Mantener abierta la opción =  $[(P)(\$4,481) + (1-P)(\$1,678)] * \exp[(-r_f)(\delta t)] = \$2,734$  millones

\$2,734 millón es superior que el valor de la reducción, a un 5% de  $r_f$ , un delta\_tiempo de 1 (cinco años divididos en cinco periodos), y una probabilidad de riesgo-neutral de  $p = 0.4277$ .

La técnica, inducción dirigida hacia atrás, permite que la red retorne al punto de partida obteniéndose el valor de \$1,105.61 millones, valor que se obtuvo a través de flujo de caja descontado que es \$1,000 millones para su capacidad operacional existente, y el valor de la

opción de poder reducir un 50 por ciento de su capacidad operacional que es \$105.61 millones.

Los \$1,000 millones son el NPV estático sin la flexibilidad, los \$105.61 millones es el valor de la Opción Real, y el valor combinado es \$1,105.61 millones que corresponde al valor estratégico total o ENPV (extendió NPV) o NPV+O (NPV con la flexibilidad de las Opciones Reales), el valor total correcto de esta empresa.

El valor de las Opciones Reales merece la pena un adicional 10.56% del funcionamiento comercial existente. Sin Opciones Reales, la expectativa de la actividad industrial se infravalorará.

Las empresa tiene la posibilidad de acortar su funcionamiento para un descenso del mercado, también tiene la habilidad de expandir su negocio, o abandonar su operación completamente si la perspectiva futura lleva a la empresa a esa opción. Estas opciones estratégicas pueden existir simultáneamente en el tiempo. Con el uso de redes binomiales, pueden planearse cualquiera y todas estas condiciones y resolver problemas de Opciones Reales difíciles.

### **3.5.- Opción de Escoger**

Suponga que una empresa industrial decide protegerse a través del uso de opciones estratégicas. Específicamente tiene la opción para escoger entre tres estrategias: ampliar su capacidad operacional industrial actual, reducir su capacidad operacional acortando sus

labores industriales, o abandonar cuando quiera completamente su capacidad operacional comercial dentro de los próximos cinco años.

Una empresa tiene una valoración estática de rentabilidad futura calculada mediante el flujo de caja descontado (valor presente de los movimientos de tesorería futuros esperados descontados a la tasa de descuento) que puede ser \$100 millones.

Usando simulación de Monte Carlo, la volatilidad implícita de los ingresos logarítmicos en los movimientos futuros de tesorería se ubica en 15 %. La tasa libre de riesgo se estima en un 5%, en los próximos 5 años. Si la empresa tiene la opción para reducir un 10% de su funcionamiento actual cuando lo requiera durante los próximos cinco años, logra cubrir el riesgo, recuperando \$25 millones después de esta reducción. Si la empresa tiene la opción de crecer en 30% su capacidad operacional, adquiriendo a su competidor en cualquier momento de los próximos cinco años por una suma de \$20 millones. Finalmente abandonando su funcionamiento, la empresa puede vender su propiedad intelectual y activos, logrando un ingreso de \$100 millones.

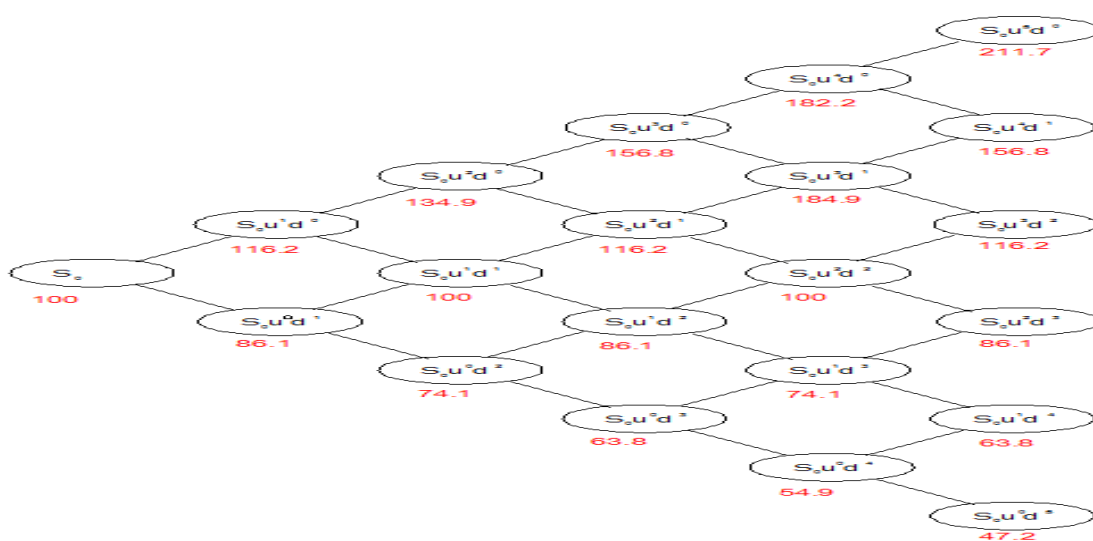


Figura 3.8 Red del activo subyacente

Las Figuras 3.8. y 3.9 especifican los resultados del análisis utilizando el acercamiento binomial, obteniendo un valor de \$119.0291 millones, en 5 pasos de tiempo.

Factor de contracción= 0.9 con \$ 25 de recuperación en la venta.

El factor de expansión = 1.3 a un costo de \$20

Valor de salvamento \$ 100

Dado:  $S = 100$ ,  $\sigma = 0.15$ ,  $T = 5$ ,  $r_f = 0.05$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{(0.15)\sqrt{(5/5)}} = 1.1618$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{-(0.15)\sqrt{(5/5)}} = 0.8607$$

$$p = \frac{e^{r_f \Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{(0.05)(5/5)} - 0.8607}{1.1618 - 0.8607} = 0.633$$

Los cálculos requeridos y pasos de la Figura 3.8 se fundamentan en el factor al alza (u), el factor de baja (d) y la probabilidad de riesgo-neutral (p). El factor de alza se calcula en 1.1618, el factor de baja en 0.8607. El valor del activo subyacente (\$100), multiplicamos por los factores “u” y “d” para obtener \$116.2 y \$86.1, respectivamente.

Determinada la red de valoración de opción, se procede a buscar los valores de los nodos terminales y a valorar los nodos intermedios en base al proceso de *inducción dirigida hacia atrás*. En la primera red, los valores se estiman multiplicando hacia delante. Los cálculos de la segunda red, se estiman hacia atrás, a partir de los nodos terminales.

A continuación se encuentra la red de valoración de la opción que se ilustra en la figura 3.9, en base a los valores calculados en la figura 3.8.

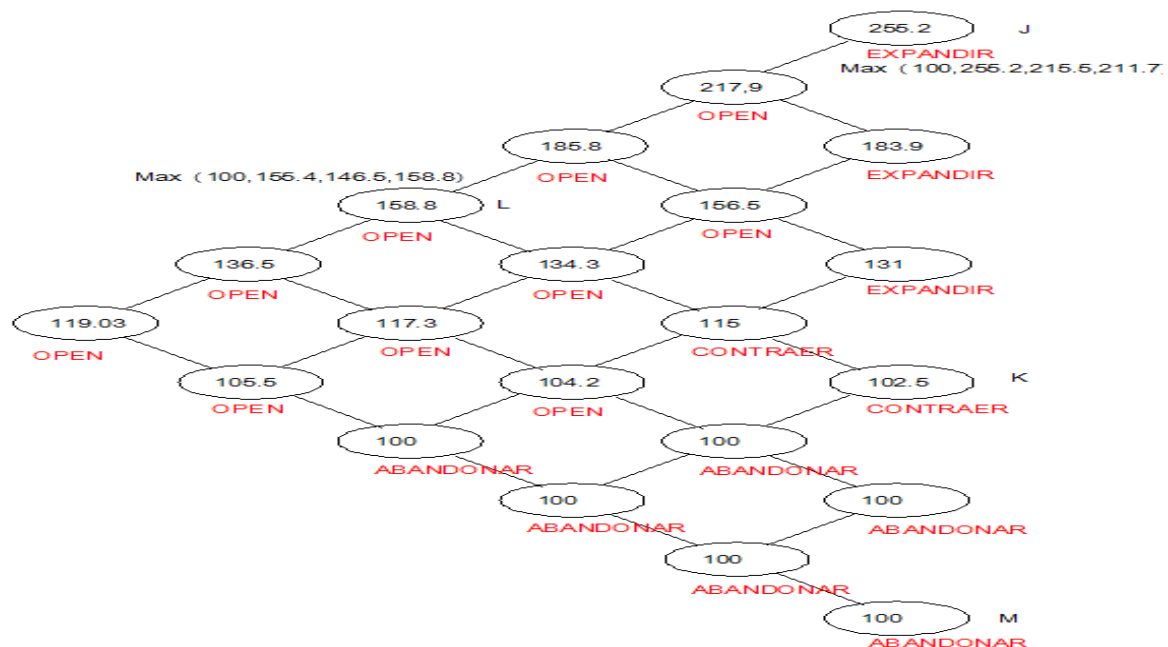


Figura 3.9 Red de valoración de la opción

En Figura 3.9, observamos que el nodo terminal (nodo J) tiene un valor de \$255.2 que puede obtenerse a través de la maximización del valor de expansión, reducción, abandono, y continuación. Al final de cinco años, la empresa tiene las opciones: (1) adquirir a la empresa de la competencia y ampliar su capacidad operacional existente (2) acortar su funcionamiento existente, (3) vender, abandonando sus actividades comerciales o (4) continuar su crecimiento.

Obviamente, la gerencia seleccionará la estrategia que maximice la rentabilidad.

Máximo entre expansión, reducción, abandono, o continuar con el negocio existente

Expansión=( factor de expansión)\* (So\*u<sup>5</sup>)-inversión

Expansión =1.3(\$211.7)-\$20 = \$255.2 millones.

Contracción =( factor de contracción)\* (So\*u<sup>5</sup>)+salvatage

Contracción =0.9(\$211.7) + \$25 = \$ 215.53 millones.

Valor de abandonar (salvamento): X= \$ 100

Continuar =(So\*u<sup>5</sup>)= \$211.7 millones.

El valor de abandonar es \$100 millones. El valor de expansión es \$255.2 millones. El valor de la reducir un 10 por ciento de su capacidad operacional es equivalente a 90 por ciento de sus capacidad operacional existente más los \$25 millones, es \$215.5 millones. El valor de continuar la capacidad operacional existente puede encontrarse en la figura 3.8 y es \$211.7 millones

La decisión de aumentar la ganancia al máximo corresponde a adquirir a la empresa de la competencia y ampliar su capacidad operacional existente que es \$255.2 millones.

Aplicando un análisis similar, para el nodo terminal K de la figura 3.9, observamos que el valor de la opción de reducir un 10% su capacidad operacional es el valor máximo de \$102.5 millones.

Máximo entre expansión, reducción, abandono, o continuar con el negocio existente

Expansión=( factor de expansión)\* (So\*u<sup>2</sup> \*d<sup>3</sup>)-inversión

Expansión =1.3(\$86.1)-\$20 = \$91.93 millones.

Contracción = (factor de contracción) \* (So \* u<sup>2</sup> \* d<sup>3</sup>) + salvatage

Contracción = 0.9(\$86.1) + \$25 = \$ 102.49 millones.

Valor de abandonar (salvamento): X = \$ 100

Continuar = (So \* u<sup>2</sup> \* d<sup>3</sup>) = \$86.1 millones.

El valor de abandonar es \$100 millones. El valor de expansión es \$91.93 millones. El valor de reducir un 10 por ciento su capacidad operacional es equivalente a 90 por ciento de sus capacidad operacional existente más los \$25 millones, es \$ 102.49 millones. El valor de continuar la capacidad operacional existente puede encontrarse en la Figura 3.8 y es \$86.1 millones.

Este análisis intuitivo, permite valorar la mejor opción de adquirir la empresa de la competencia y ampliar su capacidad operacional existente como en el nodo J. A su vez, si las circunstancias obligan a que el negocio disminuya a un nivel menor como el especificado por el nodo K, es óptimo contraer el negocio existente en un 10%. En el nodo M convendría abandonar el proyecto y eliminar las pérdidas de la empresa debido a que el desarrollo está fallando.

Los nodos intermedios como el nodo L valorados en \$158.8 millones. Nodo en el cual, la empresa tiene cuatro opciones de nuevo: (1) adquirir la empresa de la competencia y ampliar su capacidad operacional existente (2) acortar su funcionamiento existente, (3) vender, abandonando sus actividades comerciales o (4) mantener abierta la opción.

Máximo entre expansión, reducción, abandono, o continuar con el negocio existente

Expansión=( factor de expansión)\* (So\*u<sup>2</sup> \*d<sup>3</sup>)-inversión

Expansión =1.3(\$134.9)-\$20 = \$155.37 millones.

Contracción =( factor de contracción)\* (So\*u<sup>2</sup> \*d<sup>3</sup>)+ salvatage

Contracción =0.9(\$134.9) + \$25 = \$ 146.41 millones.

Valor de abandonar (salvamento): X= \$ 100

Mantener abierta la opción=[(P)(\$185.8)+(1-P)(\$134.3)] \*exp[(-rf)(δt)]= \$158.8 millones

El valor de abandonar es \$100 millones. El valor de expansión es \$155.37 millones. El valor de reducir un 10 por ciento su capacidad operacional es equivalente a 90 por ciento de sus capacidad operacional existente más los \$25 millones, es \$ 146.41 millones. El valor de Mantener abierta la opción es \$158.8 millones, que es el valor máximo, y asume un 5% de rf, un delta\_tiempo de 1 (cinco años divididos en cinco periodos), y una probabilidad de riesgo-neutral de p=0.633.

La técnica de la inducción dirigida hacia atrás, permite que la red retorne al punto de partida obteniéndose el valor de \$119.03 millones, valor que se obtuvo a través de flujo de caja descontado que es \$100 millones para su capacidad operacional existente, y el valor de la Opción Real es \$19.03 millones.

Si el proyecto se analiza separadamente, conseguimos los resultados para las siguientes opciones:

La opción de abandono	\$ 6.32 millones
La opción de la reducción	\$15.00 millones



La opción de la expansión	\$14.49 millones
La suma de todas las opciones individuales	\$35.81 millones
La opción de escoger	\$19.03 millones

La razón por qué la suma de opciones individuales no iguala a la interacción de las mismas opciones es debida a la naturaleza mutuamente exclusiva e independiente de estas opciones específicas.

El análisis puede complicarse más cambiando algunos parámetros en el tiempo por ejemplo, cambiando el porcentaje de aplicación a alguna tasa (volatilidad, tasa libre de riesgo), cambiando la cantidad del valor de salvamento, etc.

### **3.6 Diferir y Aprendizaje**

Este tipo de Opciones Reales se relacionan con el derecho a posponer la inversión durante un tiempo, a objeto de disminuir la incertidumbre que incida sobre algún factor clave en el desarrollo del proyecto, ejemplo precios de las materias primas, decisiones gubernamentales, o también para esperar que mejoren las condiciones del entorno en el cual se desarrolla el proyecto.

Desde el punto de vista financiero, la opción de posponer un proyecto puede ser vista como una opción CALL, en la cual el precio de ejercicio corresponde al valor de la inversión en el período en el cual vence la opción, y donde el valor del proyecto en ese instante corresponde a sus flujos futuros actualizados, tomando como dato la variación supuesta en los distintos factores. Lo descrito anteriormente nos lleva a la figura 3.10.

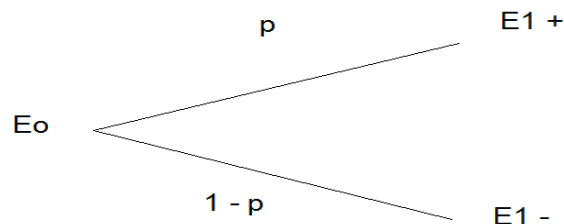


Figura 3.10: Esquema Opción Aprendizaje

Los valores de  $E1+$  y  $E1-$  son los flujos del proyecto en los distintos casos, calculados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} E1^+ &= \text{Max}\{VA1^+ - A1, 0\} \\ E1^- &= \text{Max}\{VA1^- - A1, 0\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

En ninguno de los dos casos se realizaría el proyecto si su inversión  $A1$  fuera mayor que el valor actualizado de sus flujos futuros.

Con esto es posible calcular el valor actualizado neto del proyecto incluyendo la opción, que corresponde a la media ponderada de sus valores esperados actualizada al presente, como se aprecia en la siguiente ecuación:

$$E_0 = \frac{p * E1^+ + (1 - p) * E1^-}{1 + r_f} \quad (3.6)$$

Ahora, si queremos saber cuanto vale la opción, debemos restarle el VAN tradicional (sin opción) a  $E_0$ :

$$\text{Opción de posponer} = \text{VAN con opción } (E_0) - \text{VAN tradicional sin opción}$$

En la práctica, la opción de posponer corresponde a una opción americana (la opción se puede ejercer antes de su vencimiento), ya que en general, si bien existe un tiempo máximo por el cual se puede posponer la inversión, el propietario es libre para ejercer la opción en cualquier tiempo menor que el máximo.

### **Características de la Opción de Diferir**

- Se obtiene el derecho de esperar hasta que llegue más información y poder tomar la decisión de inversión solamente si entonces el VA del proyecto resulta mayor que la inversión necesaria para llevarlo a cabo.
- No impone ninguna obligación simétrica de invertir e incurrir en pérdidas si se presenta un escenario desfavorable.
- La opción de diferir el comienzo del proyecto es análoga a un Call Americano sobre el valor presente de los flujos de caja operativos del proyecto una vez completado (V)
- El precio de ejercicio es el monto que es necesario invertir (I1) para poner el proyecto en marcha.
- La gerencia invertirá I1 (ejercerá su opción de invertir) sólo si los precios suben lo suficiente, pero no comprometerá recursos (ahorrando la inversión) si los precios bajan.
- Justo antes de la fecha de ejercicio, el valor de la oportunidad de inversión será:  
$$\text{Max}(V - I1, 0)$$
- Invertir en forma inmediata implica sacrificar el valor de la opción de diferir. Esta pérdida puede ser interpretada como un costo adicional de la oportunidad de inversión.
- La inversión inmediata se justifica solamente si V excede a I1 por un margen sustancial (premio).

- Invertir en cualquier período puede tener un valor positivo, el problema es elegir la estrategia que brinde el mayor valor.
- Se invierte ahora si el VAN hoy es mayor que el VAN incluyendo el valor de la opción de diferir.
- La opción de diferir es tanto más valiosa cuanto mayor sea la incertidumbre y cuanto más largo sea el horizonte de inversión.
- Tipo de actividades en las que se presenta este tipo de opciones: industrias extractivas, agricultura, celulosa, desarrollos inmobiliarios.

Ejemplo:

- Esperar para expandir una línea de productos, esperar para entrar a un nuevo mercado, esperar para iniciar el desarrollo de un yacimiento.

## Capítulo 4

### Software de Aplicación

#### 4.1 Introducción

El Software de las Opciones Reales desarrollado comprende varios módulos: cálculo del precio de una opción Europea de compra y de venta, cálculo del precio de una opción utilizando redes binomiales mediante movimientos positivos y negativos en incremento de tiempo, paridad Put-Call, cálculo de la volatilidad estimada, cálculo del precio de una opción Europea de compra y de venta y grafica de la distribución de precios, cálculo del precio de una opción de abandono, cálculo del precio de una opción de expansión, cálculo del precio de una opción de contracción, cálculo de una opción de escoger entre expansión, contracción, abandono y continuar y cálculo de la Opción Real para la recuperación.

Estos módulos utilizan en el cálculo redes binomiales de movimientos hacia arriba y hacia abajo en incremento de tiempo, que pueden utilizarse para resolver muchos tipos de opciones: las Opciones Reales de recursos físicos e intangibles, Opciones Financieras de recursos financieros, las inversiones de tales recursos, y opciones de compra de acciones. En base a la aplicación de estos módulos se simulan aplicaciones de opciones en proyectos de inversión.

El software se construye en base a programación por objetos en lenguaje Python para su aplicación en diferentes tipos de valoración de Opciones Reales y simulación, el mismo que permite en cada una de las ventanas cambiar los parámetros de la entrada, personalizando las opciones.

## 4.2 Cálculo del precio de una opción Europea de compra y de venta.

Ingresamos el precio de la acción, el precio de ejercicio (strike price), la tasa libre de riesgo anualizada, el tiempo de vencimiento o madurez y la volatilidad anualizada.

Esta ventana calcula el precio de una opción Call o Put, utilizando la fórmula Black\_Scholes

Input	Value	Output
Precio Actual de la Acción (S)	100	Precio Call: 23.42
Precio de ejercicio (X)	100	Precio Put: 1.3
Tipo de interes libre de riesgo (r)	5	
Tiempo hasta el vencimiento (T)	5	
Volatilidad del precio de la Acción (Sigma)	10	
Precio Actual de la Acción (S)	50	Precio Call: 4.79
Precio de ejercicio (X)	50	Precio Put: 2.35
Tipo de interes libre de riesgo (r)	10	
Tiempo hasta el vencimiento (T)	0.5	
Volatilidad del precio de la Acción (Sigma)	25	

Figura 4.1 Precio de una opción Europea de compra y de venta.

Haciendo Click en Compute se calcula automáticamente el precio, resultados que indican para el presente ejemplo un valor de \$4.79 para el precio CALL y \$2.35 para el precio PUT.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										
23										
24										
25										

**Formula Black-Scholes para precios de Opciones Europeas de compra y de venta**

<b>Parámetros de Entrada</b>		<b>Formulas</b>
S	50	Precio Actual de la Acción
X	50	Precio de ejercicio
r	10.00%	Tipo de interes libre de riesgo
T	0.5	Tiempo hasta el vencimiento (años)
Sigma	25%	Volatilidad del precio de la Acción
<b>Cálculos Intermedios</b>		
d <sub>1</sub>	0.3742	$\leftarrow (-(\ln(S/X) + (r + 0.5 \cdot \sigma^2) \cdot T)) / (\sigma \cdot \sqrt{T})$
d <sub>2</sub>	0.1945	$\leftarrow d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$
N(d <sub>1</sub> )	0.6448	$\leftarrow$ Formula NormSDist(d <sub>1</sub> )
N(d <sub>2</sub> )	0.5771	$\leftarrow$ Formula NormSDist(d <sub>2</sub> )
<b>Resultados</b>		
Precio call	4.79	$\leftarrow S \cdot N(d_1) - X \cdot \exp(-r \cdot T) \cdot N(d_2)$
Precio put	2.35	$\leftarrow$ Precio call - S + X * Exp(-r * T); por pandad Put-Call
	2.35	$\leftarrow X \cdot \exp(-r \cdot T) \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1)$ formula directa

Figura 4.2 Valores calculados mediante la formula Black-Scholes en Excel .

### 4.3 Cálculo del precio de una opción utilizando movimientos hacia arriba y hacia abajo en incrementos de tiempo, y probabilidad de riesgo neutral.

Ingresamos el precio de la acción, el precio de ejercicio (strike.price), la tasa libre de riesgo anualizada, el tiempo de vencimiento o madurez, la volatilidad anualizada y número de pasos de tiempo.

**Black-Scholes Option-Pricing Formula**

Formula Black-Scholes para precios de Opciones Europeas de compra y de venta

Precio Actual de la Acción	S =	120
Precio de ejercicio	X =	120
Tipo de interes libre de riesgo	r =	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T =	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma =	25

Black-Scholes Model	39.0
Aproximación Binomial	39.26

calculo Intermedios

Numero de pasos de Tiempo	15
Intervalo de Tiempo (dt)	0.3333
Tamaño de movimiento a la baja (u)	1.1553
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.8656
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	52.19

**Black-Scholes Option-Pricing Formula**

Formula Black-Scholes para precios de Opciones Europeas de compra y de venta

Precio Actual de la Acción	S =	100
Precio de ejercicio	X =	100
Tipo de interes libre de riesgo	r =	10
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T =	2
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma =	35

Black-Scholes Model	28.24
Aproximación Binomial	27.77

calculo Intermedios

Numero de pasos de Tiempo	10
Intervalo de Tiempo (dt)	0.2
Tamaño de movimiento a la baja (u)	1.1694
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.8551
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	52.53

Figura 4.3 Calcula el precio utilizando la formula Black\_Scholes y aproximación binomial.

Se puede visualizar los cálculos intermedios como: intervalo de tiempo, movimiento de subida, movimiento de bajada y la probabilidad neutral al riesgo.

Los valores calculados mediante la fórmula Black-Scholes y aproximación binomial se pueden comparar utilizando Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		<b>Análisis de Simulación de Options</b>												
2														
3														
4		Ingreso de Parámetros												
5		Tempo hasta el vencime	5.00											
6		Volatilidad del precio de	25.00%											
7		Precio Actual de la Acci	\$120.00											
8		Tipo de interes libre de ri	5.00%											
9		Dividend rate	0.00%											
10		Precio de ejercicio	\$120.00											
11														
12		Cálculos Intermedios												
13														
14		Resultados												
15		Acercamiento binomial												
16		Modelo Black-Scholes												
17														
18		Paso 0 Paso 1 Paso 2 Paso 3 Paso 4 Paso 5												
19		Red de precios												
20		120.00	154.08	197.85	254.04	326.19	418.84							
21			93.46	120.00	154.08	197.85	254.04							
22				72.78	93.46	120.00	154.08							
23					56.68	72.78	93.46							
24						44.15	56.68							
25							34.38							
26		Red de Valor de la Option												
27		39.80	62.75	96.80	145.46	212.05	298.84							
28			17.35	29.89	50.60	83.70	134.04							
29				4.60	8.97	17.48	34.08							
30					0.00	0.00	0.00							
31						0.00	0.00							
32							0.00							
33							0.00							
		Red de Decisión												
		continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	Execute
			continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	Execute
				continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	Execute
					continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	End
						continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	End
							continue	continue	continue	continue	continue	continue	continue	End

Figura 4.4 Valores calculados mediante la formula Black-Scholes en Excel

#### 4.4 Cálculo paridad Put – Call

Hay una relación perfecta entre el valor de una opción europea de compra y el valor de una opción europea de venta de acciones. El módulo de Paridad de PUT-Call calcula el valor de uno conociendo el otro.

Ingresamos el valor de la opción, que puede ser Call o Put, el precio actual de la acción, el costo de implementación, la tasa interés libre de riesgo y el tiempo de vencimiento. Calcula el precio Call o Put, pulsando el que se requiera.



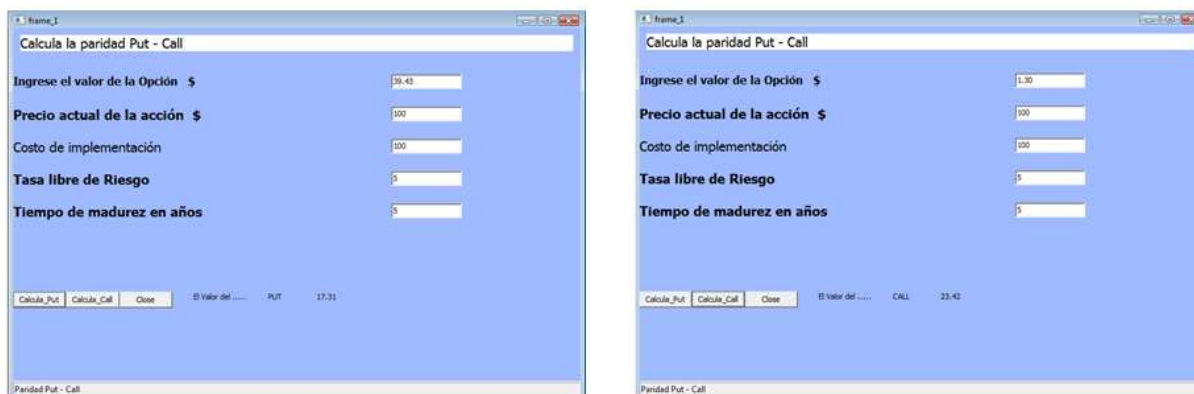


Figura 4.5 Paridad Put – Call

#### 4.5 Cálculo de la volatilidad estimada

Ingresamos Flujos de 5 períodos y calcula la volatilidad anual.

Tabla 4.1 Volatilidad estimada de flujos de caja

Periodo de Tiempo	Cash Flows	Retornos relativos de Cash Flow	Logaritmo Natural de los retornos de Cash Flow (X)
0	100	–	
1	125	$\$125/\$100 = 1.25$	$\ln(\$125/\$100) = 0.2231$
2	95	$\$95/\$125 = 0.76$	$\ln(\$95/\$125) = -0.2744$
3	105	$\$105/\$95 = 1.11$	$\ln(\$105/\$95) = 0.1001$
4	155	$\$155/\$105 = 1.48$	$\ln(\$155/\$105) = 0.3895$
5	\$ 146	$\$146/\$155 = 0.94$	$\ln(\$146/\$155) = -0.0598$

Volatilidad estimada(Log Cash ...)

Calcula la Volatilidad de 5 precios

Año	Cash Flow
Año 0	100
Año 1	125
Año 2	95
Año 3	105
Año 4	155
Año 5	146

%

Volatilidad Anual 25.58

Compute Close

Figura 4.6 Volatilidad estimada

$$volatilidad = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4.1)$$

$$volatilidad = 25.58\%$$

Este método es muy fácil llevar a cabo, la Volatilidad Estimada se calcula usando los flujos futuros. Se ingresa una serie de movimientos futuros, se tome los logaritmos naturales de estos ingresos relativos. La desviación estándar de estos ingresos del logaritmo naturales es la volatilidad, usada en un análisis de las Opciones Real. El número de ingresos es uno menos del número total de períodos. Es decir, para los lapsos de tiempo 0 a 5, nosotros tenemos seis movimientos pero sólo cinco ingresos.

#### 4.6 Distribución de Precios e Histograma de los posibles cambios de precios.

Calcula el precio de una opción Europea de compra/venta y grafica la distribución de precios o histograma de los posibles cambios de precios utilizando una aproximación Binomial.

Ingresamos el valor del capital, el precio de ejercicio, la tasa libre de riesgo anualizada en porcentaje, el tiempo de vencimiento y la volatilidad anualizada en porcentaje.

El precio se calcula, utilizando la formula Black\_Scholes y aproximación de redes binomiales. Las Pantalla han sido realizada en Python.

Distribución log - normal de precios (Call and Put)		
Precio Actual de la Acción	S (\$)=	100
Precio de ejercicio	X (\$)=	100
Tipo de interes libre de riesgo	r (%)=	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años)=	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%)=	30
	Black-Scholes Model	35.96
	Aproximación Binomial	35.37
calculo Intermedios		
Numeros de pasos de Tiempo		10
Intervalo deTiempo (dt)		0.5
Tamaño de movimiento a la baja (u)		1.2363
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8089
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		50.64

Figura 4.7 Ventana de Distribución log-normal de precios.

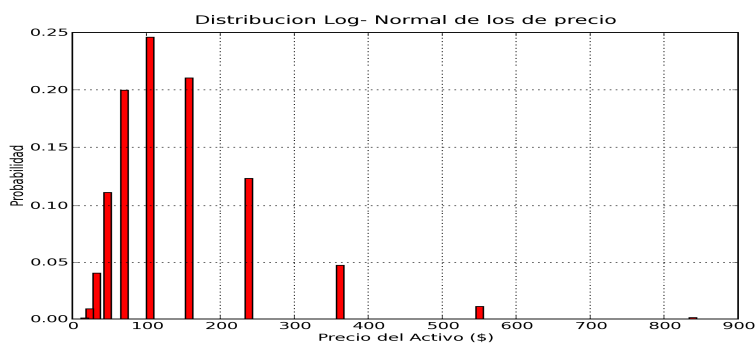


Figura 4.8 Distribución de Precios.

Se observa que los precios tienen una distribución log - normal.

#### 4.7 Opción de Abandono

La opción de abandono determina la flexibilidad de un valor de un proyecto al ser abandonada en un momento de la vida de la opción.

Ingresamos el valor actual del proyecto, el precio de ejercicio, la tasa libre de riesgos, la volatilidad, la madurez y el valor residual o de salvamento.

Si el valor del proyecto se incrementa de su valor actual, la empresa podría decidir continuar inyectando al proyecto fondos o vendiéndolo en el mercado a un precio justo. Si el valor del proyecto cae por debajo del valor de salvamento, la empresa tiene el derecho de ejercer la opción y vender a una contraparte a manera de póliza de seguro.

Análisis de Simulación de Opción de Abandono en Pantalla realizada en Python:

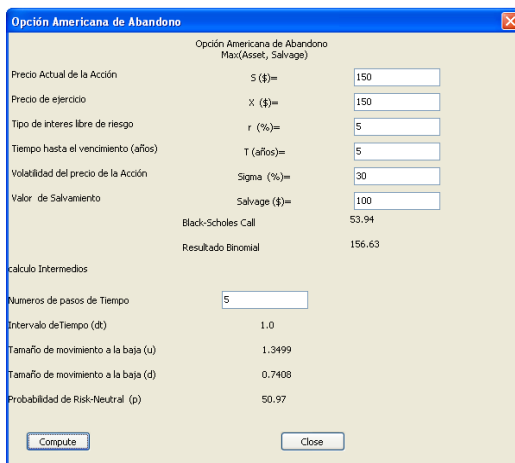


Figura 4.9 Ventana Opción de abandono.

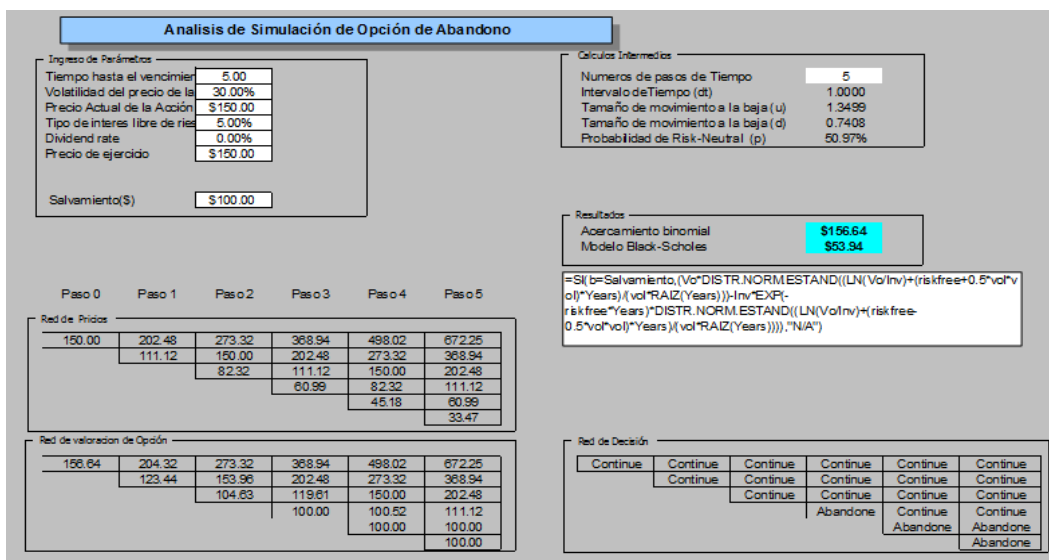


Figura 4.10 Análisis de Simulación de Opción de Abandono en Excel.

Se puede conducir algunas experimentaciones al cambiar cualquiera de los parámetros de entrada.

### 4.8 Opción de Contracción

Mediante la opción de contracción permite una flexibilidad de reducir el alcance de un proyecto, si las condiciones no son favorables. La reducción por un factor de contracción, crea ahorros de costos.

Los términos son fijados a través de arreglos contractuales con empresas que están dispuestas a absorber una capacidad de exceso y espacio. Disminuyendo en escala y suspendiendo parte de su fuerza de trabajo existente para obtener ahorro.

Ingresamos el valor actual del proyecto, el precio de ejercicio, la tasa libre de riesgos, la volatilidad, la madurez, el factor de contracción (entre 0 y 1), el valor de recuperación en la venta y número de pasos de Tiempo.

Calcula el precio utilizando la formula Black\_Scholes y redes binomiales.

Opción American de Contracción. Max(Asset, Asset*Contraction+Savings)	
Precio Actual de la Acción	S (\$) = 1000
Costo de Implementación	Inversión (\$) = 1000
Tipo de interes libre de riesgo	r (%) = 5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años) = 5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%) = 50
Variables Modificadas :	
Factor de Contracción	Contracción (<1) = 0.5
Valor de Rescate	Salvar (\$) = 400
	Black-Scholes Call 495.96
	Resultado Binomial 1105.78
calculo Intermedios ::	
Numero de pasos de Tiempo	5
Intervalo deTiempo (dt)	1.0
Tamaño de movimiento al alza (u)	1.6487
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.6065
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	42.68

Figura 4.11 Ventana Opción de contracción.

Decisiones óptimas establecerá contraer inmediatamente o mantener abierta la estrategia de la opción a futuro.

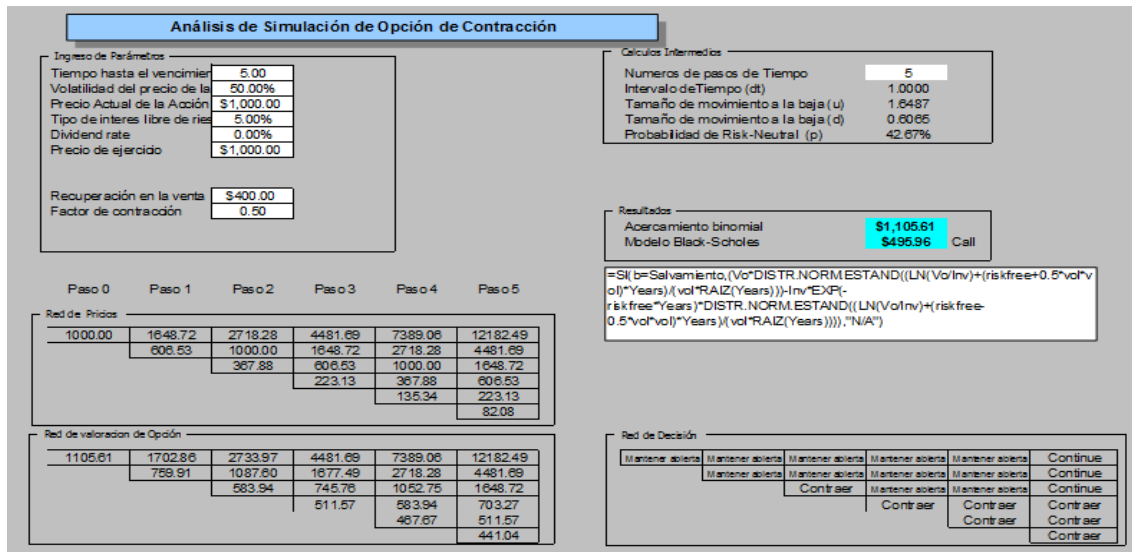


Figura 4.12 Análisis de Simulación de Opciones de Contracción en Excel

### 4.9 Opción de Expansión

La opción de expansión evalúa la flexibilidad para expandir desde un estado actual existente a un estado más grande.

Ingresamos el precio de la acción o VPN del proyecto, el precio de ejercicio, la tasa libre de riesgo, el tiempo de vencimiento, la volatilidad, el factor de expansión, el costo de expandir y el número de pasos de Tiempo.

Opción American de Expansión

Opción American de Expansión.  
 $\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{Cost})$

Precio Actual de la Acción S (\$) = 400

Costo de Implementación Inversión (\$) = 250

Tipo de interes libre de riesgo r (%) = 7

Tiempo hasta el vencimiento (años) T (años) = 5

Volatilidad del precio de la Acción Sigma (%) = 35

Factor de Expansión Expansión (>1) = 2

Black-Scholes Call 238.86

Resultado Binomial 638.18

calculo Intermedios

Numero de pasos de Tiempo 5

Intervalo de Tiempo (dt) 1.0

Tamaño de movimiento al alza (u) 1.4191

Tamaño de movimiento a la baja (d) 0.7047

Probabilidad de Risk-Neutral (p) 51.48

Compute Close

Figura 4.13 Ventana Opción de expansión.

Analisis de Simulación de Opción de Expansión

Ingreso de Parámetros

Tiempo hasta el vencimiento	5.00
Volatilidad del precio de la Acción	35.00%
Precio Actual de la Acción	\$400.00
Tipo de interes libre de riesgo	7.00%
Dividend rate	0.00%
Precio de ejercicio	\$400.00
Inversión	\$250.00
Factor de expansión	2.00

Calculos Intermedios

Numero de pasos de Tiempo	5
Intervalo de Tiempo (dt)	1.0000
Tamaño de movimiento al alza (u)	1.4191
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.7047
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	51.49%

Resultados

Acercamiento binomial	\$638.30
Modelo Black-Scholes	\$172.43

Red de Precios

Paso 0	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5
400.00	567.63	805.50	1143.06	1622.08	2301.84
	281.88	400.00	567.63	805.50	1143.06
		198.63	281.88	400.00	567.63
			139.98	198.63	281.88
				98.64	139.98
					69.51

Red de valoración de Opción

Paso 0	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5
638.30	950.91	1408.36	2068.78	3011.06	4363.68
	401.91	607.54	917.91	1377.90	2036.12
		243.75	368.92	566.90	885.25
			147.32	213.94	313.75
				98.64	139.98
					69.51

Red de Decisión

Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Expandir
	Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Expandir
		Mantener abierta	Mantener abierta	Mantener abierta	Expandir
			Mantener abierta	Mantener abierta	Expandir
				Mantener abierta	Expandir
					Continue
					Continue

$$=SI(b=Salvamiento,(Vol*DISTR.NORM.ESTAND((LN(Vol/Inv)+(riskfree+0.5*vol^2*oI)*Years)/(vol*RAIZ(Years))))-Inv*EXP(-riskfree*Years)*DISTR.NORM.ESTAND((LN(Vol/Inv)+(riskfree-0.5*vol^2*oI)*Years)/(vol*RAIZ(Years))),"N/A")$$

Figura 4.14 Análisis de Simulación de Opción de Expansión en Excel.

El valor de aplazar y esperar antes de ejecutar la opción de expansión permite valorar una estrategia.

Se puede cambiar los parámetros y escenarios para un análisis de operación o implementación de proyectos.



#### 4.10 Opción de escoger entre Expansión, Contracción, Abandono y Continuar

La opción de expansión, contracción y abandono, se aplica cuando un proyecto tiene 3 opciones mutuamente exclusivas a seleccionar en diferentes ocasiones hasta el tiempo de vencimiento del proyecto.

Ingresamos el precio de la acción, el precio de ejercicio, la tasa de interés libre de riesgo, el tiempo de vencimiento, la volatilidad, el factor de contracción con su valor de recuperación en la venta, el factor de expansión con su costo de implementación, el valor de salvamento del abandono y el números de pasos de tiempo para el cálculo de la red binomial.

Se puede cambiar los parámetros y escenarios para un análisis de operación o implementación de proyectos

The screenshot shows a window titled "Binomial :Option-Pricio para escoger: expansión, reducción, abandono , o continuar con...". The window contains a form for inputting parameters for an American-style option with expansion, contraction, and abandonment features. The formula for the option value is given as  $\text{Max}(\text{Asset} * \text{Expansion} - \text{Cost}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{Savings}, \text{salvage}, \text{Asset})$ .

Precio Actual de la Acción	S (\$)=	100
Costo de Implementación	Inversión (\$)=	100
Tipo de Interés libre de riesgo	r (%)=	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años)=	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%)=	15
Variables Modificadas :		
Factor de Expansión	Expansión (>1)=	1.3
Costo de la Expansión	CostoExpansión (\$)=	20
Factor de Contracción	Contracción (<1)=	0.9
Valor de Rescate Contracción	Salvar (\$)=	25
Valor de Rescate de Abandono	Recuperar (\$)=	100
	Black-Scholes Call	26.0
	Resultado Binomial	119.00
cálculo Intermedios ::		
Numeros de pasos de Tiempo		5
Intervalo de Tiempo (dt)		1.0
Tamaño de movimiento al alza (u)		1.1618
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8607
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		63.29

Buttons: Compute, Close

Figura 4.15 Análisis de Simulación de Opciones de Escoger en Pantalla realizada en Python.

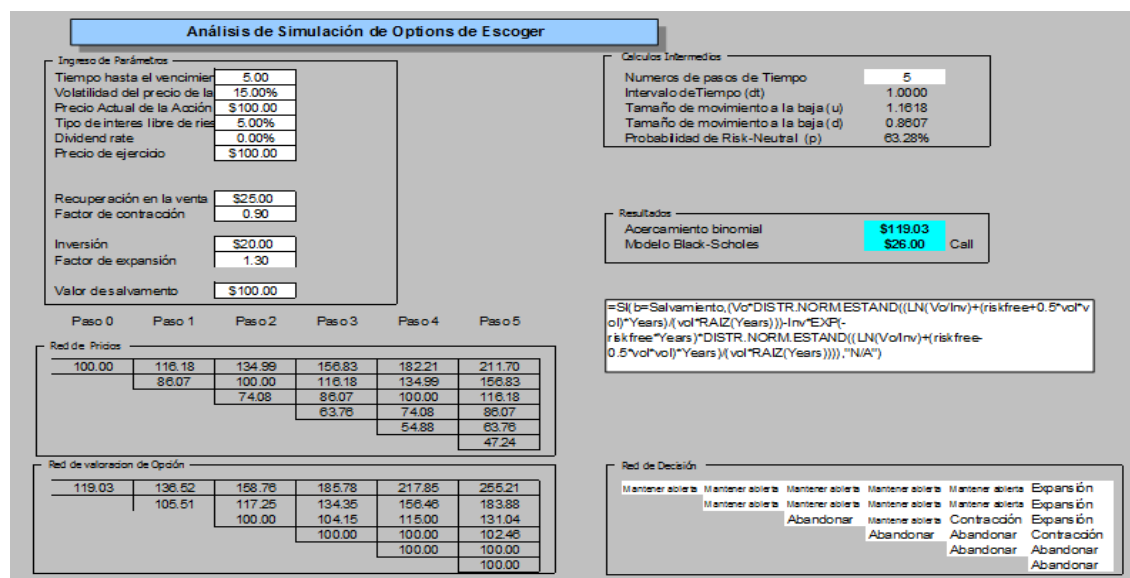


Figura 4.16 Análisis de Simulación de Opciones de Escoger en Excel

#### 4.11 Opción Real para Recuperación de una Inversión.

La red comienza con el valor presente neto del activo o proyecto, generando los valores potenciales futuros de los proyectos. Los parámetros de multiplicación,  $u$  y  $d$ , se calculan a partir de los datos de entrada de la volatilidad, y de la magnitud del incremento de tiempo. El valor de rescate se basa en la inversión hasta la fecha.

Se calcula la red de valoración y de decisión que tiene la misma forma que la red del activo pero se construye de derecha a izquierda. La red de valoración se construye comparando el nodo equivalente de la red del activo con el valor de rescate del incremento de tiempo final. Si el valor de rescate es mayor, se ingresa esa cantidad y se registra la decisión de rescate. De lo contrario, el valor del nodo de la red del activo se utiliza para el nodo de la red de valoración, y la decisión consiste en conservar la propiedad o el proyecto. El valor del nodo de la siguiente columna a la izquierda proviene de la regresión inversa a partir de

los dos nodos adyacentes. Ese valor implica la probabilidad neutral al riesgo,  $p$ , la tasa de interés libre de riesgo,  $r$  y la magnitud del incremento de tiempo.

	Tiempo	Costo
3	1.8	107.5
4	2.4	150.0
5	3.0	177.5
6		

Figura 4.17 Análisis Opción Real para  
Recuperación de una Inversión.

Valores de la red de valoración de la Red binomial obtenida en Python.

[177.5, 150.0, 107.5, 75.0, 50.0, 0]  
 [3094.24, 1105.83, 395.21, 177.5, 177.5, 177.5]  
 [1849.83, 661.10, 257.29, 172.25, 172.25]  
 [1105.88, 407.41, 200.37, 167.16]  
 [668.20, 275.32, 175.19]  
 [420.65, 209.13]  
 [285.57]

## Capítulo 5

### Opciones Reales: Exploración y Explotación de Petróleo

#### 5.1 Introducción

Dada la complejidad cada día mayor de los negocios que se establecen en el sector petrolero, se requiere contar con una concepción global de su manejo económico que permita abordar estructuradamente la toma de decisiones bajo riesgo e incertidumbre, incorporando la aplicación de herramientas para su análisis, como Valoración de Opciones Reales (ROV).

En el Oriente Ecuatoriano una compañía petrolera previa concesión realizada por el Ministerio de Energía y Recursos Naturales de una área de la selva situada en la provincia Sucumbíos, desea evaluar la posibilidad de seleccionar estrategias de búsqueda de petróleo. Los estudios sísmicos deberán proporcionar información adicional sobre el volumen de petróleo que existe en las extrañas de la tierra; la perforación proporcionará información referente a los volúmenes de reservas existentes de petróleo, con lo que los analistas pueden determinar si es rentable o no el nuevo pozo petrolífero.

Kulatilaka [6] especifica las alternativas que se deben analizar, incluyen los siguientes riesgos de la exploración petrolera:

- El área de selva inexplorada no será explotada para la producción hasta después de seis a quince años.
- Los recursos económicos necesarios para la exploración y el desarrollo posterior.
- Bajas probabilidades que los esfuerzos de exploración y explotación del pozo logren hallar petróleo y permitan la producción del mismo.

El esfuerzos de exploración podrían suspenderse, si las estimaciones relacionadas con el volumen de petróleo que existen en el suelo y/o las características geológicas del depósito de crudo indican que los costos de desarrollo superan a los beneficios que se obtendrían en la explotación, o que el precio del petróleo descienda a un nivel que no justifique la inversión.

Las actividades de exploración de petróleo determinan si existe petróleo o no y proporcionan la información que permite estimar mejor la dimensión del yacimiento. A su vez, las actividades de desarrollo proporcionan información que mejora la estimación y se encarga de proveer de la infraestructura necesaria para la producción.

Parte de la incertidumbre relacionada con las reservas del yacimiento se elimina antes del inicio de la producción de petróleo.

La exploración y el desarrollo constituyen inversiones de riesgo, con una serie de opciones que eliminan la incertidumbre, relacionadas con el volumen de crudo que se podría obtener de un yacimiento, pese a que, todas las opciones requieren la adquisición de de una oportunidad para tomar una decisión; dependiendo también de información para tomar las mejores decisiones para invertir.

Las inversiones para la búsqueda de crudo funcionan de la siguiente manera:

La primera inversión crea la opción de continuar la búsqueda o de pasar al desarrollo. La información generada se refiere a la cantidad de crudo existente en el subsuelo, que determina el volumen del yacimiento, y la probabilidad de éxito de extraer petróleo. La incertidumbre sobre la dimensión del pozo se disminuye mediante prospecciones geológicas o perforando pozos; pero la incertidumbre con respecto a la probabilidad de éxito solamente se resuelve con la perforación.

Las decisiones de exploración, sustentadas en investigaciones geológicas son incompletas, por que se desconoce la fluctuación del precio del petróleo a futuro. El valor del crudo a extraer se determina por el riesgo del mercado. Los modelos tradicionales de análisis de decisiones de exploración petrolífera han vinculado la información geológica a un precio del crudo en particular o a un precio previsto. El modelo de Opciones Reales garantiza que la determinación del precio por parte del mercado financiero de la relación entre riesgo y rentabilidad, está incorporada en las decisiones relativas a la exploración de petróleo.

La figura 5.1 nos indica como la incertidumbre de las existencias previstas de yacimiento se reduce con la actividad de búsqueda. Previo al inicio de la fase de exploración, las estimaciones de las posibles reservas de petróleo y la incertidumbre respecto al tamaño del pozo se obtienen de mapas o estudios gubernamentales disponibles.

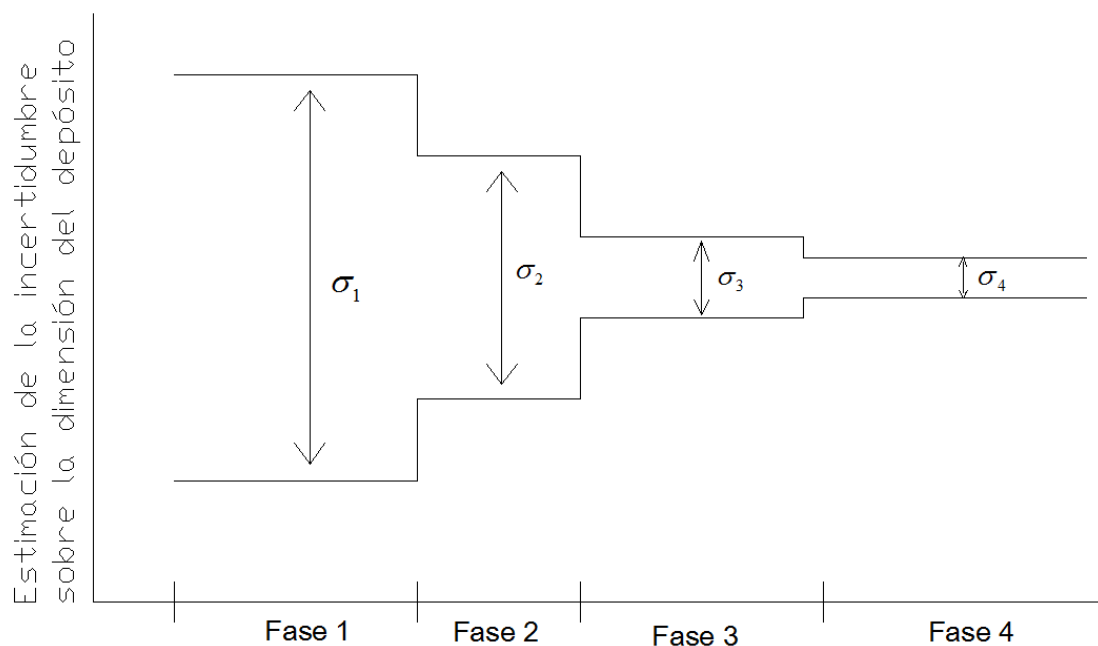


Figura 5.1. Secuencia de incertidumbre en inversiones para la búsqueda de petróleo.

Durante la primera fase de la exploración, se obtiene información, en base a la cual se estima el tamaño del pozo de petróleo, que tiene mayor validez debido a que la incertidumbre se ha reducido. Mediante la exploración se logra aumentar o disminuir la estimación del tamaño del pozo. Visualizando la figura 5.1 podemos apreciar cómo se va reduciendo la incertidumbre respecto a la dimensión del pozo a medida que se aplican las cuatro etapas de la exploración.

El dilema de invertir en análisis sísmicos o en perforación se sustenta en el valor del yacimiento, considerando el costo de exploración, las actualizaciones de las incertidumbres respecto al tamaño del depósito, la probabilidad de éxito que se resuelve mediante la perforación, sin considerar estudios sísmicos, y las opciones de exploración futuras. La figura 5.2 nos indica la secuencia de posibles inversiones en exploración petrolera. Las cinco decisiones posibles que se dan al inicio de cada fase son: aplazar, desarrollar

inmediatamente, explorar utilizando análisis sísmicos, explorar mediante la perforación, o explorar mediante análisis sísmicos y perforaciones a la vez.

Se aplaza la estrategia de inversión si los precios actuales del petróleo son bajos, por lo que no conviene realizar la inversión. No conviene abandonar el yacimiento antes de que finalice el contrato de arrendamiento, toda vez que existe la posibilidad de que se produzca un aumento en el precio del petróleo.

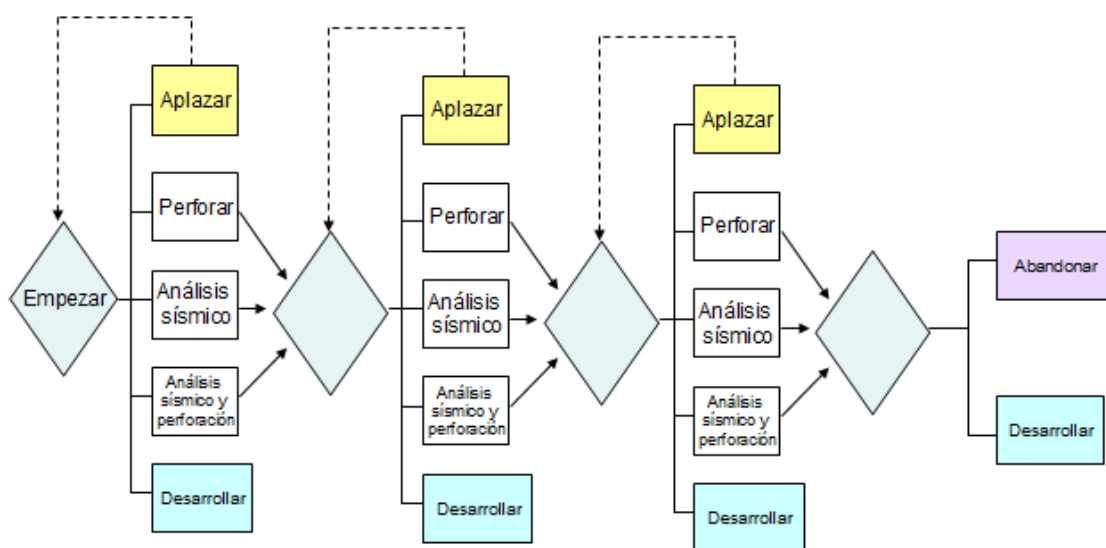


Figura 5.2. Estructura de una decisión de búsqueda de petróleo.

## 5.2 Fuente de riesgo en la exploración petrolera

La decisión de realizar la exploración se toma evaluando el yacimiento de petróleo, considerando las estrategias iniciales de exploración. Se selecciona la estrategia que proporciona el mayor VAN del yacimiento; que depende de tres fuentes de incertidumbre :

- los precios del crudo,



- el tamaño del depósito y
- la probabilidad de éxito

El precio actual del petróleo se publica diariamente en los mercados internacionales, y la volatilidad de los precios del petróleo se calcula como la volatilidad declarada por los contratos de opciones sobre el petróleo. En geología petrolífera las dimensiones del depósito tienen una función de distribución log-normal, y cuando se consigue el yacimiento existe una primera estimación del rango de incertidumbre. El volumen inicial de petróleo y su desviación estándar se fundamentan en la experiencia histórica de la región y en la experiencia con particularidades geológicas específicas.

### **5.3 Resultados en la exploración petrolera**

El primer resultado es el valor del yacimiento petrolero a partir de cada estrategia inicial de la primera fase y las siguientes inversiones dependen de los resultados de la primera fase que se desconocen. Si la estrategia óptima es aplazar, en el siguiente año se repite el mismo análisis, con precios del petróleo actualizados y con un plazo inferior para la expiración del contrato de arrendamiento del terreno. La estrategia óptima será el desarrollo inmediato cuando el rendimiento de la producción de petróleo es alto por lo que los directivos no están dispuestos a arriesgarse a abandonar el yacimiento después de haber tenido unos gastos de desarrollo considerables.

La figura 5.3 indica la mejor alternativa de inversión para la primera fase de la exploración en función de la estimación del tamaño del yacimiento de petróleo y de los precios actuales del crudo, manteniendo el resto de los parámetros constantes.

La figura 5.3 representa dos tipos de espera. En la parte inferior izquierda, la estrategia óptima es esperar para iniciar la exploración porque los precios del petróleo y las estimaciones relativas al tamaño del depósito son bajos.

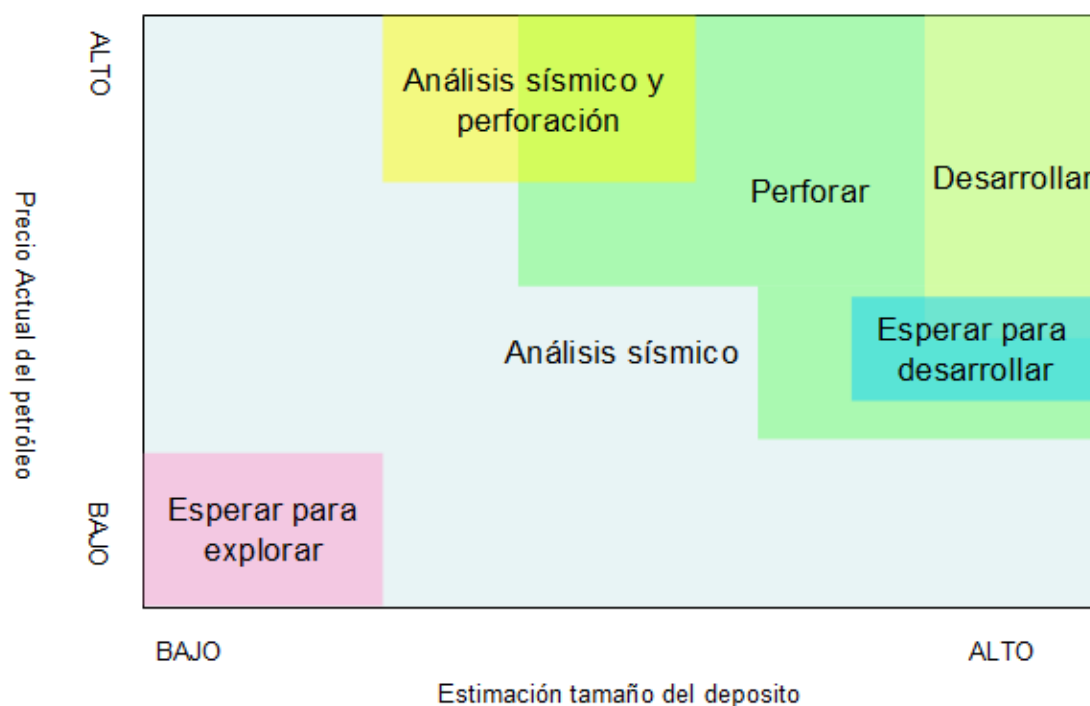


Figura 5.3. Estrategia para la exploración de crudo.

Una estrategia óptima es esperar para desarrollar cuando la estimación del tamaño del yacimiento es alta, pero los precios del petróleo son bajos, justificando su desarrollo.

Un incremento en el precio del crudo reactiva la exploración de los yacimientos de una fase de aplazamiento a una fase de exploración activa, creando una demanda de servicios de las empresas encargadas de realizar trabajo de exploración y explotación. Lo que aumenta el costo de continuar con la exploración, reduciendo el valor de las opciones de exploración.

El resultado final se refiere al valor de la información. Para la exploración de petróleo, el valor de la información corresponde al valor que estaría dispuesta a pagar la compañía petrolífera para eliminar las incertidumbres respecto al volumen del yacimiento o a la probabilidad de éxito.

Utilizando el método de Opciones Reales se puede solucionar la incertidumbre aplicando:

- El futuro.- decisiones futuras de perforación, los costos de desarrollo, evolución del riesgo de mercado, etcétera.
- Valores actuales.- el valor actual del precio del petróleo y la estimación actual del tamaño del yacimiento petrolero.
- El tipo de incertidumbre.- sigue un proceso estacionario en media, log-normal, etcétera.

Cuando los costes de desarrollo son elevados, el valor de hallar la incertidumbre relativa a la probabilidad de éxito es elevado, mientras que las inversiones en análisis sísmicos no tienen mucho valor porque no proporcionan la información crítica necesaria. Utilizando el método de las Opciones Reales, el valor de la información corresponde a las valoraciones del mercado financiero.

#### **5.4 Estudio de un caso.**

La empresa IVANHOE ENERGY ECUADOR que tiene su centro de operación en el Bloque 20 del oriente Ecuatoriano, se encuentra ubicado entre Sarayacu, Archidona y el Tena, junto al río Napo, proyecto al que se le aplicará la técnica de Valoración de Opciones

Reales (ROV, por sus siglas en inglés), para evaluar las decisiones y estrategias operativas y financieras de inversión.

Las compañías petroleras utilizan el método DCF para valorar proyectos de inmersión, pero al aplicar la técnica ROV como complemento del método DCF, se logra obtener un valor más verdadero del proyecto que si se aplicaría únicamente el método DCF, debido a que la ROV refleja variables de variabilidad que se presentan en los proyectos y la incertidumbre que caracteriza al mundo real.

La técnica ROV es una herramienta adicional que complementa en forma efectiva al método DCF. La valoración de las Opciones Reales utiliza el método DCF como una de sus herramientas; el ROV, combina e integra lo mejor de la planeación de escenarios, el manejo de carteras, el análisis de decisión y la fijación de precios de las opciones.

#### **5.4.1 Cálculo del Valor Presente Neto**

En el campo petrolero Pungarayacu, la empresa IVANHOE ENERGY ECUADOR, planea realizar perforaciones de posos petroleros, para explotar 1.4 millones de m<sup>3</sup>/d (50 MMpc/D] de petróleo crudo. Los costos de desarrollo esperados ascenderán a 177.5 millones de dólares estadounidenses (US\$) distribuidos en tres años.

Tabla 5.1 Plan de inversión para el campo petrolero Pungarayacu.

<b>Período</b>	<b>Tiempo (Años)</b>	<b>Costo de desarrollo total (millones de US\$)</b>
1	0.6	50.0
2	1.2	75.0
3	1.8	107.5
4	2.4	150.0
5	3.0	177.5

El plan de inversión para explorar y explotar petróleo abarca el tiempo de tres años, divididos en cinco períodos de tiempo de igual duración.

Factores tales como: porosidad y permeabilidad, del suelo se analizan en base a distribuciones de probabilidades, desconociendo con precisión, el volumen probable del petróleo existente. Utilizando varias configuraciones geológicas, sustentadas en modelos de simulación. Se puede establecer tres escenarios: bajo, medio y alto de existencias probables de petróleo.

La toma de decisiones se sustenta en los tres escenarios seleccionados. Para cada configuración se realizan predicciones de la producción de petróleo con software de simulación especiales.

La declinación de la producción de petróleo en el tiempo, determinan los flujos de fondos que se utilizan para determinar el VPN del proyecto. Se asume que el precio del petróleo es de US\$ 25 el barril al comienzo del proyecto, con un incremento del 1% anual, una tasa impositiva del 33% para los ingresos positivos netos y considerando no pago de impuestos para los ingresos negativos netos. En este escenario, el VPN correspondiente al escenario medio para el campo petrolero Pungarayacu es de US\$ 236.3 millones.

### 5.4.2 Recuperación de una inversión

La empresa IVANHOE ENERGY ECUADOR, operadora del campo petrolero Pungarayacu, desea protegerse frente a un resultado negativo, en la viabilidad del proyecto de inversión; por lo que resuelve negociar con PEDEVESA. PEDEVESA ofrece a IVANHOE ENERGY ECUADOR, por una prima inicial de US\$ 45 millones, conceder una garantía para adquirir el campo petrolero Pungarayacu y reintegrar a IVANHOE ENERGY ECUADOR todos los costos de desarrollo incurridos hasta la fecha de ejercicio de la opción, si IVANHOE ENERGY ECUADOR opta por ejercer la opción. El valor de rescate, en cualquier momento, corresponde a la cantidad invertida a la fecha.

Tabla 5.2 El valor de rescate para el campo petrolero Pungarayacu

<b>Valores de Rescate</b>		
<b>Período</b>	<b>Tiempo (Años)</b>	<b>Valor (millones de US\$)</b>
1	0.6	50.0
2	1.2	75.0
3	1.8	107.5
4	2.4	150.0
5	3.0	177.5

IVANHOE ENERGY ECUADOR realiza una valoración de las Opciones Reales para determinar si la flexibilidad para recuperar los gastos de desarrollo vale el precio pedido por PEDEVESA.

La valoración de Opciones Reales aplica cuatro etapas:

1. Identifica el activo subyacente,
2. Luego determina la volatilidad,

3. Construye las redes del activo y valoración de decisión.
4. y finalmente, interpreta el valor de la opción.

### **Identifica el activo subyacente i determinación de la volatilidad**

IVANHOE ENERGY ECUADOR identifica el activo subyacente como el VPN del proyecto petrolero Pungarayacu. El VPN tiene una distribución de probabilidades log-normal, por consiguiente la volatilidad del activo se basa en el logaritmo de los flujos de fondos futuros. La simulación Aplicando Monte Carlo a los DCF muestra una volatilidad anual de 66.41%, que incluye incertidumbres tanto privadas como públicas.

*Parámetros de entrada*

$$\sigma = 66.41\%$$

$$\Delta T = 0.6$$

$$\begin{aligned} u &= \exp(\sigma\sqrt{\Delta T}) \\ &= \exp(0.6641\sqrt{0.6}) \\ &= 1.67265 \end{aligned}$$

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.67265} = 0.59785$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{\exp(r_f * \Delta T) - d}{u - d} \\ &= \frac{\exp(0.05 * 0.6) - 0.59785}{1.67265 - 0.59785} \\ &= 0.40250 \end{aligned}$$

La tasa libre de riesgo, que se ha considerado para los tres años analizados es del 5% anual.

Construcción de las redes del activo y valoración de decisión

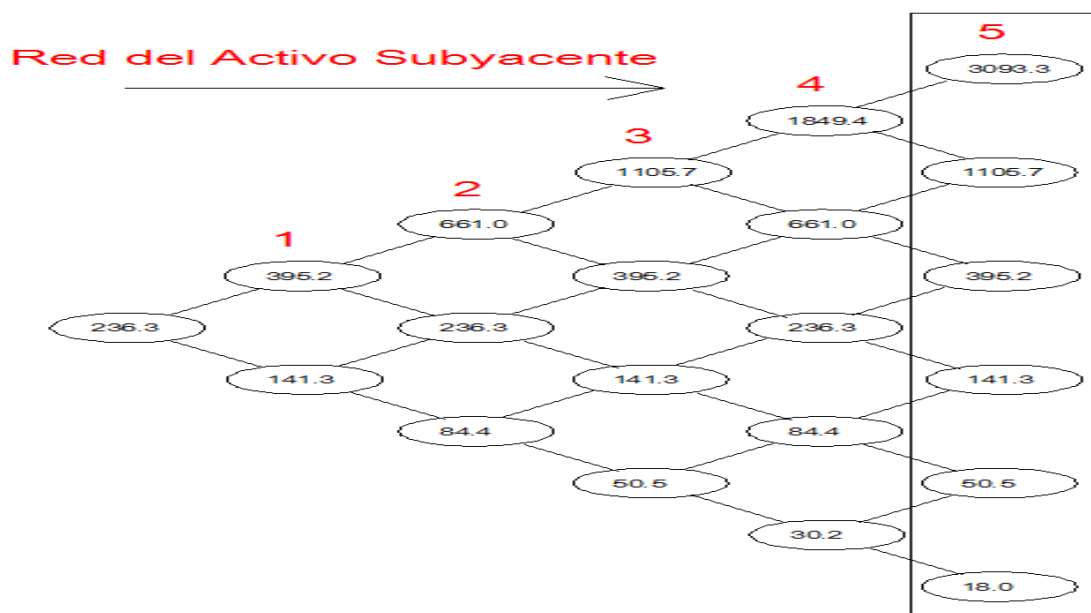


Figura 5.4. Construcción de las redes del activo.

Se construyen las redes del activo subyacente con incrementos de tiempo de 0.6 años utilizando una red binomiales de cinco incrementos. El valor del activo, S, o el VPN de proyecto petrolero Pungarayacu sin ninguna flexibilidad es de US\$ 236.3 millones.

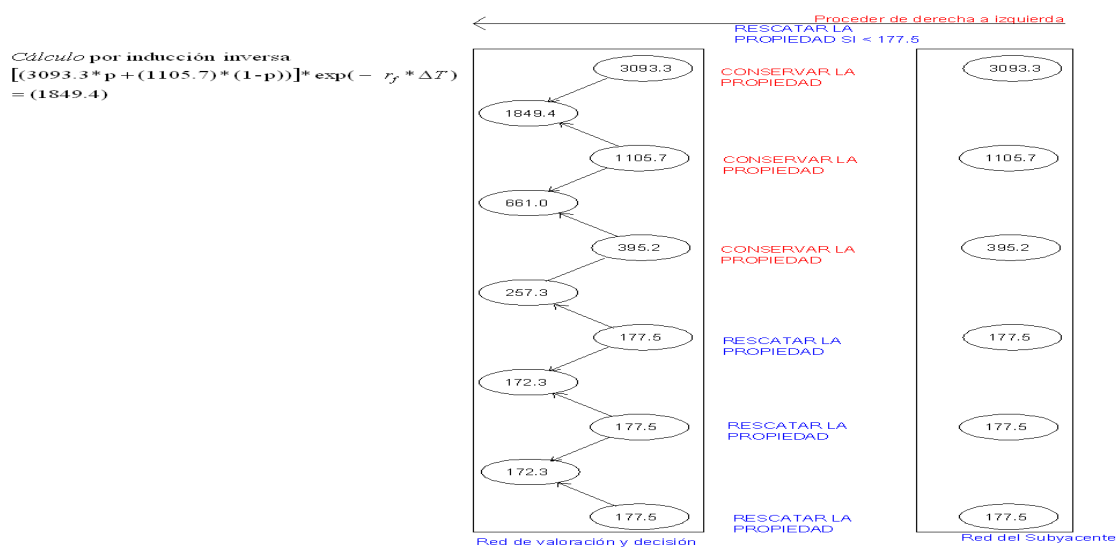


Figura 5.5. Construcción de las redes de valoración de decisión



La red de decisión muestra el valor de la mejor opción.

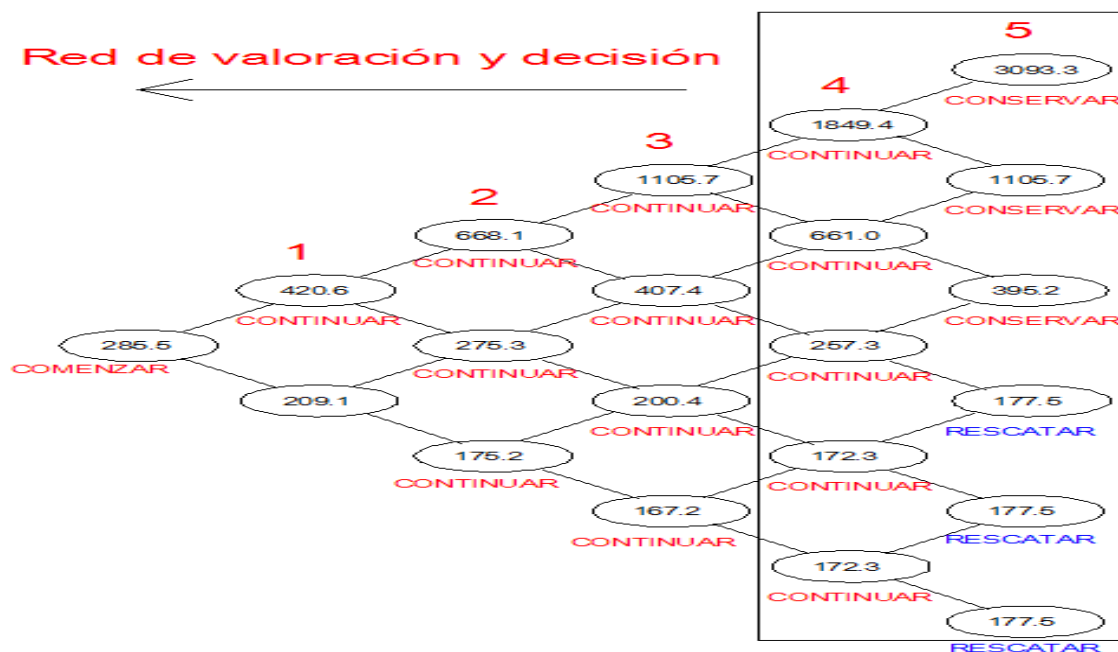


Figura 5.6. Red de valoración y de decisión.

La red de decisión muestra el valor de la mejor opción.

La flexibilidad contemplada en el contrato de PEDEVESA, eleva el VPN de proyecto petrolero Pungarayacu a US\$ 285.5 millones, que corresponde a US\$ 49.3 millones más que el VPN sin flexibilidad.

### Interpretación del valor de la opción

Los directores de IVANHOE ENERGY ECUADOR deberían aceptar la oferta por US\$ 45 millones ya que posiblemente PEDEVESA subvaluó la opción en US\$ 4.3 millones que corresponde a la diferencia entre el valor de la opción y el precio de la prima. Esta subvaloración indica que PEDEVESA tiene una percepción del riesgo y de la incertidumbre diferente a la de IVANHOE ENERGY ECUADOR.

Black-Scholes Option-Pricing Formula

Opción American de opción de rescate  
Custom Variables (Variables Modificadas)

Precio Actual de la Acción S = 236.3

Tipo de interes libre de riesgo r = 5

Tiempo hasta el vencimiento (años) T = 3

Volatilidad del precio de la Acción Sigma = 66.41

Black-Scholes Call 131.62

Resultado Binomial 285.57

calculo Intermedios

Numeros de pasos de Tiempo 5

Intervalo deTiempo (dt) 0.6

Tamaño de movimiento al alza (u) 1.6727

Tamaño de movimiento a la baja (d) 0.5978

Probabilidad de Risk-Neutral (p) 40.25

Compute Close

Ingreso de valores de rescate por periodos

	Tiempo	Costo
3	1.8	107.5
4	2.4	150
5	3.0	177.5
6		

Figura 5.7 Ventana de una opción de rescate.

### 5.4.3. Opción de Abandono

La opción de abandono permite obtener el valor de un proyecto petrolero que puede ser abandonado durante el tiempo que se le haya asignado en la concesión de un área de exploración y explotación.

Caso

Si una firma posee un proyecto petrolero que al utilizar el método tradicional de flujo de caja descontado, para un valor estimado en \$120M. Usando simulación de Monte Carlo, la volatilidad se estimaría en 25%. La tasa libre de riesgo considerada es de 5%, y el contrato de abandono estipula que se puede recuperar un ingreso de \$ 90 millones si los activos y el patrimonio se venden dentro de los próximos cinco años.

Los \$90 millones es el valor del salvamento y es fijo durante los próximos 5 años.

Se calculará el valor de la opción de abandono y se analizará si el desarrollo del proyecto es beneficioso para la empresa.

Opción Americana de Abandono  
Max(Asset, Salvage)

Precio Actual de la Acción	S (\$)=	120
Precio de ejercicio	X (\$)=	90
Tipo de interes libre de riesgo	r (%)=	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años)=	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%)=	25
Valor de Salvamento	Salvage (\$)=	90
	Black-Scholes Call	54.39
	Resultado Binomial	125.49
calculo Intermedios		
Numero de pasos de Tiempo		10
Intervalo deTiempo (dt)		0.5
Tamaño de movimiento a la baja (u)		1.1934
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8379
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		52.72

Buttons: Compute, Close

Figura 5.8 Ventana de una opción de abandono.

La Opción de Abandono generará un valor de \$125.49M, mostrando que el valor de la opción es \$5.49M ya que el valor presente del recurso es \$120M.

\$5.48M. es el valor máximo que la empresa petrolera debe estar dispuesta a pagar para contratar la opción de abandono.

Se pueden analizar escenarios realizando ensayos, por ejemplo cambiando el valor del salvamento a \$30M.

Opción Americana de Abandono		
Opción Americana de Abandono Max(Asset, Salvage)		
Precio Actual de la Acción	S (\$) =	120
Precio de ejercicio	X (\$) =	30
Tipo de interes libre de riesgo	r (%) =	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años) =	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%) =	25
Valor de Salvamento	Salvage (\$) =	30
	Black-Scholes PUT	0.01
	Resultado Binomial	120.01
calculo Intermedios		
Numero de pasos de Tiempo		10
Intervalo deTiempo (dt)		0.5
Tamaño de movimiento a la baja (u)		1.1934
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8379
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		52.72
<input type="button" value="Compute"/> <input type="button" value="Close"/>		

Figura 5.10 Diferente escenario de una opción de rescate.

Esto significa un descuento de \$90M del valor del activo, lo que da un resultado de \$120M o \$0M para la opción. Este resultado significa que la opción o el contrato no tienen valor porque el precio neto de seguridad es fijo y tan bajo que nunca se utilizará.

Recíprocamente, poniendo el nivel del salvamento a tres veces el valor del estado financiero, rendirían un resultado de \$360M,

Opción Americana de Abandono		
Opción Americana de Abandono Max(Asset, Salvage)		
Precio Actual de la Acción	S (\$) =	120
Precio de ejercicio	X (\$) =	360
Tipo de interes libre de riesgo	r (%) =	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años) =	5
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%) =	25
Valor de Salvamento	Salvage (\$) =	360
	Black-Scholes PUT	163.17
	Resultado Binomial	360.0
calculo Intermedios		
Numero de pasos de Tiempo		10
Intervalo deTiempo (dt)		0.5
Tamaño de movimiento a la baja (u)		1.1934
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8379
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		52.72
<input type="button" value="Compute"/> <input type="button" value="Close"/>		

Figura 5.11 Cambio en el valor de rescate de una opción de rescate.

y el resultados de valoración indica \$360M, que significa que no hay valor de la opción, no hay valor esperando y teniendo esta opción, o simplemente, ejecute la opción inmediatamente y venda el recurso si alguien está deseoso de pagar tres veces el valor del proyecto de inmediato.

#### **5.4.4. Opción de Contracción**

Una Opción de la Contracción o reducción evalúa el valor de la flexibilidad de poder reducir el rendimiento de la producción acortando el alcance de un proyecto cuando las condiciones no son como favorables, reduciendo el valor del recurso por un factor de reducción, pero creando ahorros de costos al mismo tiempo.

#### **Caso**

Una compañía de gas y petróleo que está trabajando en una plataforma de perforación en el mar cuya inversión costaría millones para llevar a cabo el proyecto. El análisis de VPN se estima en \$500M, durante los próximos 10 años de vida económica de proyecto. En los 10 años, la tasa libre de riesgo se mantendrá en 5%, y la volatilidad del proyecto se encuentra en 45% calculada usando los precios históricos del petróleo como una aproximación.

Si los precios de petróleo son altos y la producción es excelente, el proyecto es exitoso, por lo que la compañía continuará sus actividades petroleras. Sin embargo, si las cosas no son buenas (los precios del petróleo son bajos o moderados y la producción sólo es moderada), es muy difícil para la compañía abandonar la operación y funcionamiento por situaciones

medioambientales y legales que le impiden abandonar un equipo de explotación petrolera en el medio del océano.

La compañía petrolera decide protegerse a través de una Opción de la Reducción Americana. La empresa petrolera podría encontrar una compañía de petróleo más pequeña o socio interesado en un Joint Venture. Se estructura tal que la compañía petrolera paga hoy o cualquier momento dentro de los 10 años en función de la demanda de la compañía Petrolera grande, y como contraparte la empresa pequeña tendrá que hacerse cargo de parte de las operaciones petroleras; rescatando un 30% de los ingresos generados. La contraparte esta conforme porque no tiene que compartir la inversión y equipamiento inicial.

La compañía petrolera también se conforma, porque se cubre a posibles resultados negativos, reduciendo sus propios riesgos si los precios del petróleo descendieran o la producción no es la esperada, por lo que termina ahorrando unos \$75M en el valor presente de gastos, que podría destinar a otras inversiones.

Opción American de Contracción.	
Max(Asset, Asset*Contraction+Savings)	
Precio Actual de la Acción	S (\$) = 500
Costo de Implementación	Inversión (\$) = 500
Tipo de interes libre de riesgo	r (%) = 5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años) = 10
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%) = 45
Variables Modificadas :	
Factor de Contracción	Contracción (<1) = .70
Valor de Rescate	Salvar (\$) = 75
	Black-Scholes Call = 319.06
	Resultado Binomial = 514.16
calculo Intermedios ::	
Numeros de pasos de Tiempo	100
Intervalo deTiempo (dt)	0.1
Tamaño de movimiento al alza (u)	1.1529
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.8674
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	48.2

Figura 5.12 Ventana de una opción de contracción.

En este ejemplo, la opción de reducción usa una red del 100 pasos y se valora en \$14.16M. Esto significa que la cantidad máxima que la contraparte debe pagarse no debe exceder esta cantidad.

#### **5.4.5. Opción de Expansión**

La Opción de la Expansión valora la flexibilidad para extender de un estado existente actual a un estado más grande

##### Caso

Una compañía petrolera está pensando en una exploración y perforación en el mar. La plataforma proporciona un NPV esperado de \$1,000M. Este proyecto tiene muchos riesgos (el precio del petróleo y el rendimiento de la producción son inciertos); la volatilidad se calcula en 55 por ciento. La empresa está pensando en comprar una opción de expansión, invirtiendo recursos financieros adicionales de \$10M., para construir una plataforma ligeramente más grande que no necesita actualmente, pero si los precios del petróleo son alto y el volumen de producción es bajo, la empresa puede ejecutar la opción de expansión ampliando la plataforma de perforación para obtener más petróleo y poder vender al precio más alto; con un costo de \$50M. se incrementaría VPN en un 20%.

La vida económica de este proyecto es 10 años y la tasa libre de riesgo durante su vida útil es 5%.

Opción American de Expansión		
Opción American de Expand. Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)		
Precio Actual de la Acción	S (\$) =	1000
Costo de Implementación	Inversión (\$) =	50
Tipo de interes libre de riesgo	r (%) =	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años) =	10
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%) =	55
Factor de Expansión	Expansión (>1) =	1.2
	Black-Scholes Call	971.54
	Resultado Binomial	1176.68
calculo Intermedios		
Numeros de pasos de Tiempo		100
Intervalo deTiempo (dt)		0.1
Tamaño de movimiento al alza (u)		1.19
Tamaño de movimiento a la baja (d)		0.8403
Probabilidad de Risk-Neutral (p)		47.1
Compute		Close

Figura 5.13 Ventana de una opción de la expansión.

El valor de la opción es \$26,68M al aplicar una red de 100 pasos.

$$\begin{aligned}
 \$1000\text{M}(1.2) &= \$1200\text{M} && \text{(Valor de la Ampliación)} \\
 \$1200\text{M} - \$50\text{M} &= \$1150\text{M} && \text{(Costo de la Ampliación)} \\
 \$1176.68\text{M} - \$1150\text{M} &= \$26.68\text{M} && \text{(Valor de la Opción)}
 \end{aligned}$$

Por consiguiente, si la opción tiene un costo de \$10M merece la pena invertir en la opción de expansión.



## Capítulo 6

### **Análisis comparativo con otros sistemas de Opciones Reales**

Existen algunos software de Análisis de Opciones Reales que pueden ser utilizados previo la adquisición y sujetándose a los términos de licencia del usuario final.

Los más conocidos y difundidos son: Real Option SLS y Real Option Analysis Toolkit.

Los dos se utilizan para resolver problemas de opciones reales de abandono, contracción, expansión, opciones con dividendos, opciones con cambios en la tasa libre de riesgo, cambio en la volatilidad y otros tipos de opciones especiales denominadas opciones exóticas. Software que han sido desarrollados para aplicaciones académicas, ingeniería, consultoría, análisis financieros, etc.

En los softwares mencionados, es posible definir las variables de entradas y parámetros de opciones reales: precio de la acción o del activo, precio de ejercicio (strike price), tasa libre de riesgo anualizado, tiempo de vencimiento o madurez y volatilidad anualizada. Lo que permite calcular los posibles resultados, con opciones de almacenar o gravar el análisis y su reporte. Además admiten que sus resultados parciales se puedan visualizar en hojas de cálculo de Excel.

## 6.1 Real Option SLS (Super Lattice Solver)

Super Lattice Solver SLS, es un software elaborado por el Dr. Johnathan Mun [2], autor de varios libros de opciones como: “Real Options Analysis”. Este software contiene materiales y ejemplos presentados en cursos de entrenamiento en Opciones Reales, simulación y valoración de opciones que son impartidos por el Dr. Mun. Una versión de prueba con licencia recortada para pocos días, se puede obtener, visitando la dirección electrónica: [www.realoptionsvaluation.com](http://www.realoptionsvaluation.com).

Real Option SLS posee varios módulos simuladores de redes binomiales, que pueden ser utilizados para solucionar muchos tipos de opciones (Opciones reales que involucra capitales físicos e intangibles, opciones financieras la cual involucra capitales financieros y opciones de acciones).

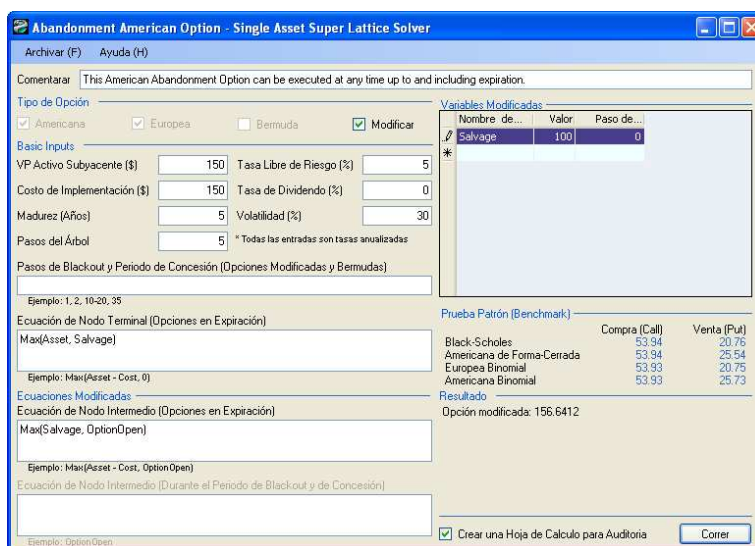


Figura 6.1 . Resultado SLS, para Opción de abandono

Super Lattice Solver, tiene la posibilidad de obtener la solución accesible en Excel, permitiendo a los usuarios acceder a la construcción de las redes (máximo 10 niveles) en forma directa, con lo que se logra facilitar el entendimiento de los árboles binomiales del activo subyacente y del la red binomial de la opción.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	<b>Option Valuation Audit Sheet</b>											
2												
3	<b>Assumptions</b>				<b>Intermediate Computations</b>							
4	PV Asset Value (\$)				\$150.00				Stepping Time (dt)		1.0000	
5	Implementation Cost (\$)				\$150.00				Up Step Size (up)		1.3499	
6	Maturity (Years)				5.00				Down Step Size (down)		0.7408	
7	Risk-free Rate (%)				5.00%				Risk-neutral Probability		0.5097	
8	Dividends (%)				0.00%							
9	Volatility (%)				30.00%				<b>Results</b>			
10	Lattice Steps				5				Auditing Lattice Result (10 steps)		156.92	
11	Option Type				Modificar				Super Lattice Results		156.64	
12												
13	Terminal Equation				Max(Asset, Salvage)							
14	Intermediate Equation				Max(Salvage, OptionOpen)							
15	Intermediate Equation (Blackouts)											
16												
17	<b>Custom Variables</b>											
18	Name	Salvage										
19	Value	100.00										
20	Starting Step	0										
21												
22												
23	<b>Underlying Asset Lattice</b>											

Figura 6.2 . Hoja en Excel Generada por SLS, para presentación de resultados

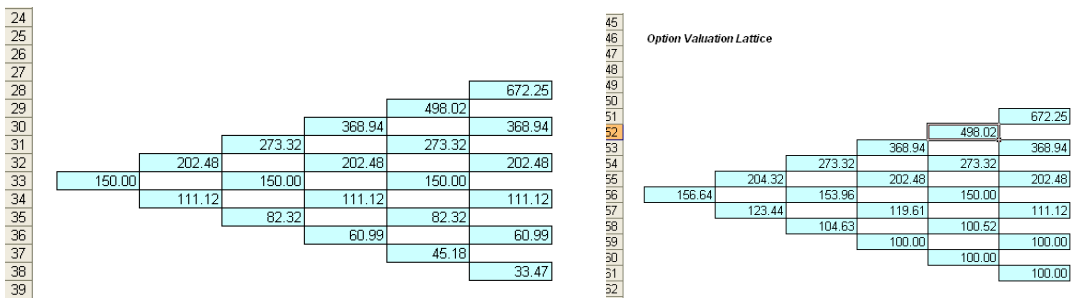


Figura 6.3 .Redes binomiales generadas en Excel, para una Opción de abandono

El software también le permite guardar o abrir archivos de análisis que pueden ser recuperados para uso futuro.

## 6.2 Real Option Analysis Toolkit

Real Option Analysis Toolkit, es un subprograma que se encuentra en el paquete computacional *Crystal Ball*, el mismo que permite analizar problemas relacionados con incertidumbre, variabilidad y riesgo.

Real Options Analysis Toolkit se utiliza para valorar opciones estratégicas, aplicando la teoría de las opciones financiera a las inversiones de capital.

Real Options Analysis Toolkit contiene redes binomiales que incluyen opciones simples y complejas (abandono, expansión, etc.), cálculos mediante los modelos de Black-Scholes y también modelos que estiman la volatilidad.

Real Options Analysis Toolkit, posee una interfase para la lectura de datos, requeridos para la valoración. Los parámetros y argumentos de entrada pueden cambiarse ayudándonos a entender las diferentes opciones.

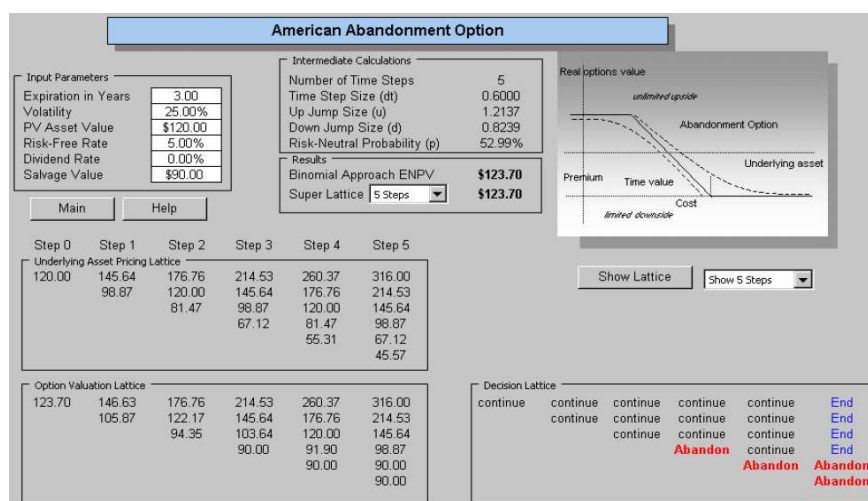


Figura 6.4 . Resultado Real Options Analysis Toolkit, para Opción de abandono

También en la misma ventana del Software Real Options Analysis Toolkit está disponible hojas de cálculo con Funciones de Excel y resultados de las redes para el análisis de Opciones Reales.

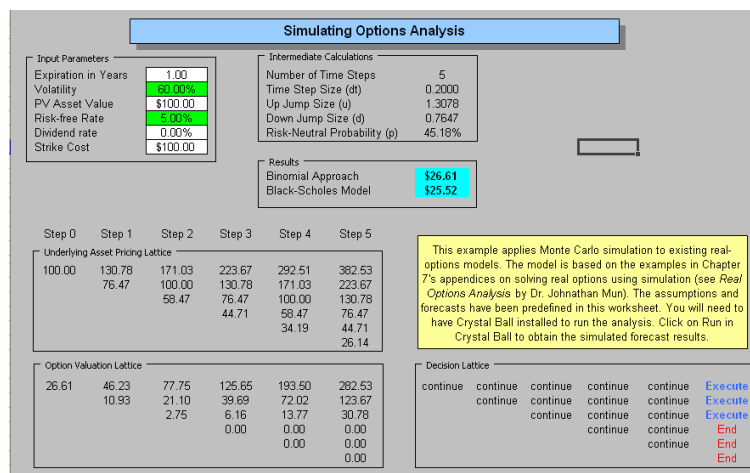


Figura 6.5 .Redes binomiales generadas en Excel, Real Options Analysis Toolkit

### 6.3 Opciones Reales Utilizando Python

El Software desarrollado en Python tiene aplicaciones similares a los paquetes Real Option SLS y Real Option Analysis Toolkit.

Para ejecutar el programa requiere un computador con procesador Pentium o superior y memoria RAM mínimo de 128 MB. Este programa ha sido desarrollado en el sistema operativo Windows, pese a que se le puede ejecutar en cualquier plataforma toda vez que el interprete de Python tiene versiones para prácticamente cualquier plataforma en uso: sistemas PC bajo Linux, sistemas PC bajo Microsoft Windows, sistemas Macintosh de Apple, etc. Además se necesita las librerías wxpython, pylab, Black\_Scholes y zprob para su ejecución. Salmón [17] define zprob.

Antes de aplicarlo, se recomienda que el usuario se familiarice inicialmente con los conceptos básicos de opciones para comprender los resultados logrados en un análisis.

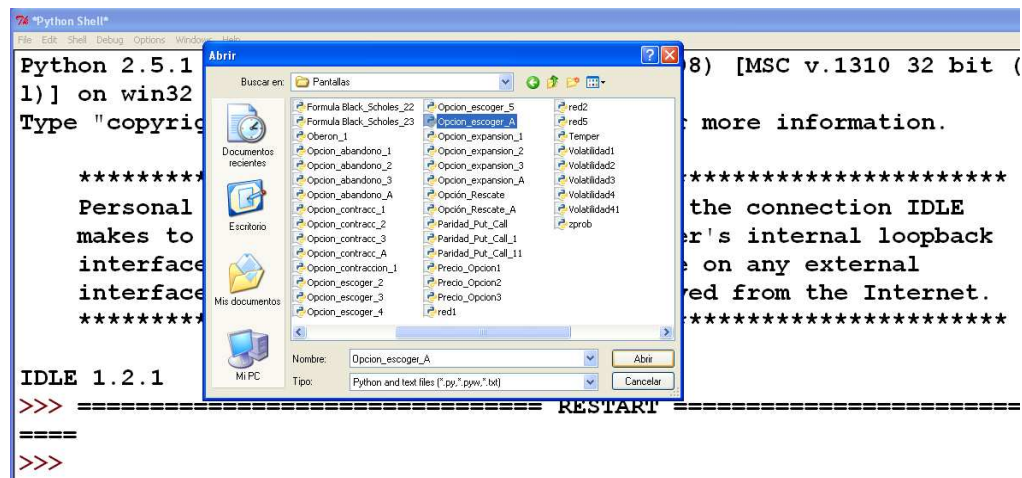


Figura 6.6 Shell de Python

En el Shell de Python buscamos el archivo de la aplicación de la opción que deseamos y ejecutamos:

```
Opción_abandono_A.py - E:\TESIS USFQ\Software\Pantallas\Opcion_abandono_A.py
File Edit Format Run Options Windows Help
Python Shell
Check Module Alt+X
Run Module F5

#!/usr/bin/env python
# -*- coding: ISO-8859-1 -*-
# generated by wxGlade 0.3.5.1 on Sat Aug 09 16:21:32 2008
#-----
# Name:          Opcion_abandono_A.py
# Author:        Augusto Bourgeat
# Created:       09/08/08
# Copyright:    Augusto y Cybelle
# Programa calcula aproximación Binomial de una opción de abandono
#-----
from pylab import *
from combinacion import *
from Black_Scholes5 import *
import wx
#-----

class MyDialog(wx.Dialog):
    def __init__(self, *args, **kwargs):
        #-----
```

Figura 6.7 Carga del archivo para Opción de Abandono en Python

Un ejemplo de opción de abandono:

Para valorar un proyecto Petrolero a través de la teoría de opciones, establecemos que el valor de mercado del activo subyacente corresponde al valor del proyecto sin flexibilidad de 120.000.000 de dólares, estimado a través del descuento de flujos de caja (VAN). El modelo binomial de valoración, desarrollado por John Cox, Stephen Ross y Mark Rubinstein, precisa desarrollar el árbol binomial del subyacente y valorar la opción con las condiciones conocidas de riesgo neutral. De esta forma, el valor total del proyecto será:

$$\text{Valor del proyecto} = \text{Valor del proyecto sin flexibilidad} + \text{Valor de la opción de abandonar.}$$

Consideremos que el proyecto tiene la opción de abandonar (vender) el negocio en el tercer año por un valor de 90.000.000 dólares. En ese caso, tendríamos una opción de venta (put) europea a tres años, con un strike de 90.000.000 dólares.

Para establecer los árboles binomiales es necesaria conocer la volatilidad del activo subyacente, que se establece en el 25%; si los accionistas querrían ganar un 5% en este negocio, dado su riesgo operativo y financiero, la tasa libre de riesgo sería = 5%.

El período de decisión = 3 años.

Volatilidad = 25%

Valor presente de los futuros flujos de caja = 120 millones de dólares.

Valor de salvamento = 90 millones de dólares.

Tasa de interés libre de riesgo = 5%

Al ingresar en el software de opciones reales en Python, los parámetros aparecerían en las celdas de la parte superior de la ventana de aplicación:

The screenshot shows a window titled "Opción Americana de Abandono" with a close button in the top right corner. The window contains the following data:

Opción Americana de Abandono Max(Asset, Salvage)		
Precio Actual de la Acción	S (\$)=	120
Precio de ejercicio	X (\$)=	90
Tipo de interes libre de riesgo	r (%)=	5
Tiempo hasta el vencimiento (años)	T (años)=	3
Volatilidad del precio de la Acción	Sigma (%)=	25
Valor de Salvamiento	Salvage (\$)=	90
	Black-Scholes PUT	3.36
	Resultado Binomial	123.7
calculo Intermedios		
Numeros de pasos de Tiempo	5	
Intervalo deTiempo (dt)	0.6	
Tamaño de movimiento a la baja (u)	1.2137	
Tamaño de movimiento a la baja (d)	0.8239	
Probabilidad de Risk-Neutral (p)	52.99	

At the bottom of the window, there are two buttons: "Compute" and "Close".

Figura 6.8 Ingreso de los parámetros de una Opción de Abandono.

La Figura 6.8, muestra en la parte inferior, los cálculos intermedios necesarios para la construcción de la red binomial:

$$u = 1.2137$$

$$d = 0.8239$$

$$p = 52.99\%$$

$$dt = 0.6$$



Partiendo del árbol binomial del activo subyacente (valor del proyecto sin flexibilidad), valoramos la opción de abandono a través del método binomial y obtenemos el árbol que aparece en la tabla 6.1.

Tabla 6.1 Datos Árbol binomial de la Opción de abandono en Python

[316.03, 214.53, 145.63, 98.86, 90.00, 90.00]
[260.39, 176.76, 119.99, 91.89, 90.00]
[214.54, 145.63, 103.62, 90.00]
[176.76, 122.16, 94.34]
[146.63, 105.86]
[123.70]

La opción de abandono en este caso tendría un valor de 123.702.936 dólares, que unidos al valor del proyecto sin flexibilidad, proporcionarían un valor económico positivo de 3.702.936 dólares. Por lo que el proyecto con esta opción generaría un valor positivo de 3.702.936 dólares. Este tipo de opciones protege al inversor de pérdidas mayores cuando la incertidumbre del proyecto resulta desfavorable.

Se puede construir la red de decisión, la misma que despliega los nodos de decisión individuales de la red de valoración, cuando el proyecto debe abandonarse o cuando el proyecto debe continuar, dejando abierto la opción de abandono para otro período de tiempo.

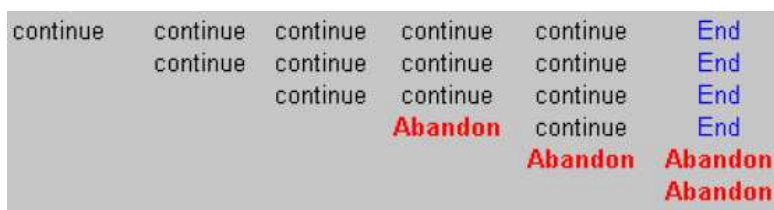


Figura 6.9 Red de decisión de una Opción de Abandono.

Como se puede apreciar, los resultados son los mismos en Real Option SLS, Real Option Analysis Toolkit y en el Software desarrollado para opciones reales en Python.

Se ha demostrado que el software desarrollado para opciones reales en Python logra resultados equivalentes que los obtenidos mediante software comerciales.

Python tiene la ventaja de que es plataforma de libre utilización, que no requiere previamente adquirir licencias.

Por la facilidad de su aplicación y módulos matemáticos de los que dispone, Python permite implementar aplicaciones en proyectos de inversión en cualquier campo de investigación que se requiera, como es el caso para aplicaciones financieras en el proceso de toma de decisión, facilitando a los gerentes su labor.

Al haber desarrollado la aplicación de Opciones Reales, se esta en capacidad de comprender la programación, con sus funciones y fórmulas, lo que nos permite mejorar y construir otros modelos, que sean dinámicos, obtener gráficos, y lograr simulaciones acordes a los requerimientos de los usuarios potenciales del sistema de Opciones Reales con Python.

## Capítulo 7

### Conclusiones y Recomendaciones

#### Conclusiones

Esta investigación se ha orientado a corroborar la importancia de las Opciones Reales en la implementación de estrategias aplicadas a proyectos de inversión.

Se cumplió con el objetivo de modelar y analizar funciones de Opciones Reales en decisiones de proyectos, procediendo a elaborar y desarrollar modelos computacionales en base a Python para resolver aplicaciones de proyectos de inversión aplicables en la exploración, explotación y desarrollo de pozos petroleros.

Las Opciones Reales no constituyen Opciones Financieras, pese a que las técnicas de las Opciones Financieras constituyen la base para la valoración de las Opciones Reales.

Las Opciones Reales son el nexo entre la teoría de las finanzas y la planificación estratégica empresarial; aplicables en proyectos de exploración y explotación de pozos petroleros, explotación de minas, diseño de un nuevo producto e inversiones en investigación y desarrollo.

La metodología de las Opciones Reales permite modelar el comportamiento de las propiedades reales de un proyecto; siendo su esquema aplicable para valorar empresas y tomar decisiones, estratégicas en la dirección de empresas.

En la evaluación de proyectos de inversión, con ambientes de flexibilidad futura y alta incertidumbre, es aconsejable emplear técnicas de valoración de Opciones Reales que son más efectivas que las técnicas del valor presente neto, toda vez que las Opciones Reales, complementan los métodos de valoración de los flujos de caja.

La técnica de valoración en base a las Opciones Reales, añade la flexibilidad en la toma de decisiones; debido a que incorpora variables de tiempo idóneo para ejecutar el proyecto, capacidad de incrementar la producción, posibilidad de reducir e incluso de abandonar el proyecto en plena ejecución, para eliminar pérdidas o aprovechar oportunidades que brinda el entorno.

Los parámetros utilizados en las Opciones Reales pueden ser difíciles de cuantificar, por cuanto, implican realizar simulaciones sobre el modelo de Flujos de Caja existente y examinar rendimientos y volatilidad de precios.

Mediante la comprensión en esta investigación de aplicaciones de Opciones Reales se destaca el valor de la flexibilidad en la Administración empresarial; reconociendo que el mundo real, caracterizado por el cambio, la incertidumbre y las interacciones competitivas, en el que se desenvuelven los gerentes, que desempeñan un rol activo, modificando los planes a medida que disponen de nueva información y surgen nuevas posibilidades.

En este trabajo se presentan modelos para casos específicos de ingreso, abandono, contracción, reducción, expansión, cierre y recuperación de una inversión de un campo petrolero; proyectos petroleros que involucran flexibilidad futura u (Opciones Reales) que pueden ser objeto de toma de decisiones correctas en el momento óptimo de invertir.

La valoración y explotación de un campo petrolero involucra múltiples etapas de inversión; la primera es la exploración, cuyo objetivo es determinar cuánto petróleo existe y el costo de extraerlo; la segunda etapa es la de desarrollo, que implica la instalación de plataformas y pozos de producción necesarios para extraer el recurso y la última etapa que corresponde a la extracción del petróleo durante un horizonte de tiempo determinado. Por cuanto la etapa de desarrollo incluye el gasto más elevado del proceso de inversión, se considera como la etapa más importante en la valoración de una opción.

Las Fuentes de incertidumbre que pueden considerarse en proyectos petroleros son la cantidad de recurso que poseen los yacimientos, la tasa de interés, el precio y la volatilidad.

La aplicación de Opciones Reales por medio de redes binomiales es factible de programar utilizando herramientas computacionales; pudiendo ser aplicable a una variedad de casos de interés en la industria del petróleo.

Las valoraciones por Opciones Reales incluye el valor de la flexibilidad futura en la toma de decisión de los gerentes, cuando los entornos son inciertos, durante periodos que rigen altas tasas de interés y cuando las oportunidades de inversión son a largo plazo; por consiguiente, a diferencia de lo que se cree generalmente, estos parámetros no son necesariamente perjudiciales para el valor de una oportunidad de inversión, si se los utiliza en nuestro beneficio.

El trabajo de Black y Scholes está siendo utilizado en el área financiera, por académicos como Merton, Rubinstein, Cox y Hull que han contribuido activamente, sustentándose en modelos matemáticas que requiere de equipos multidisciplinarios en el área de la física, matemática, finanzas y estadística.

En Ecuador aún no contamos con un mercado financiero formal en el que se negocien derivados; consideramos que en la etapa inicial, las instituciones financieras podrían efectuar transacciones en futuros y Opciones financieras.

Creo que no está tan lejano el momento en que la teoría de Opciones Reales desarrollada en los últimos 30 años trascienda del ámbito académico y comience a ser aplicada por profesionales, no sólo en el área financiera sino también en el área de la evaluación de proyectos de inversión.

## **Recomendaciones**

Las recomendaciones se basan principalmente en las experiencias obtenidas durante el desarrollo del modelo de Opciones Reales y sugerencias para futuras investigaciones.

Al iniciar un proyecto se debe buscar un apoyo económico que respalde el financiamiento de la investigación, debido a que requiere de gastos, tiempo, información y otros recursos, que podrían retardar la elaboración del proyecto.

En la elaboración de los modelos de Opciones Reales se recomienda la utilización de paquetes computacionales que ahorran tiempo y esfuerzo en el desarrollo y análisis de las operaciones.

En los módulos que se imparte en la maestría de matemática Aplicada en la Universidad San Francisco de Quito se incluya una asignatura de Programación por Objetos como Visual C o Visual Basic que servirán de gran aporte para el desarrollo de cualquier tipo de tesis de desarrollo de programas de aplicación.

La presente investigación puede servir de base para nuevas investigaciones y aplicaciones que profundicen el análisis de los modelos de Opciones Reales, aplicables a otros campos como proyectos de exploración y explotación de yacimientos mineros, diseño de un nuevo producto, inversión en investigación y desarrollo, proyectos agropecuarios, de manufactura y otros.

Se sugiere utilizar el método de Opciones Reales, como complemento del VAN, en proyectos de inversión, que poseen ambientes de incertidumbre.

Aplicación básicas de Opciones Reales utilizando redes binomiales, se recomienda sean implementadas inicialmente en hojas de calculo, para ejercitarse o comprobar la valoración de diferentes modelos de opciones; Posteriormente programar utilizando herramientas computacionales para aplicaciones en mayores periodos de tiempo para casos de interés.

## Bibliografía

- [1] Mascareñas, J. (1998) Las decisiones de inversión como opciones reales: Un enfoque conceptual. Capital Budgeting, España.
- [2] Mun, J. (2006) Real Options Analysis. Tools and Techniques for Valuing. Wiley, USA.
- [3] Figlewski, S., W. Silber y M. Subrahmanyam (1990) Financial options. From Theory to Practice. Irwin, USA.
- [4] Hull, J. (2003) Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones. Prentice Hall, Madrid.
- [5] Brealy, R., S. Meyers y F. Allen (2006) Principios de Finanzas Corporativas. McGraw Hill, Madrid.
- [6] Kulatilaka, N. y M. Amram (2000) Opciones reales. Evaluación de Inversiones en un mundo incierto. Gestión 2000, Barcelona.
- [7] Copeland, T. and V. Antikarov (2001) Real Options. Texere Publishing, US.
- [8] Black, F. and M. Scholes (1973) The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy.
- [9] Hull, J. y A. White (1996) A Compilation of Articles By John Hull and Alan White. Risk Publications, London.



- [10] Bailey, W. (2004) Valoración de Opciones Reales. Oilfield Review, Volumen 15.
- [11] Downey, A., J. Elkner y C. Meyers (2002) Aprenda a Pensar como un Programador con Python. Massachussets.
- [12] Hetland, M. Practical Python. Apress, Berkeley.
- [13] Marzal, A e I. Gracia (2003) Introducción a la Programación con Python. Edición Internet.
- [14] Hunter, J y D. Dale (2007) The Matplotlib User's Guide
- [15] Smart, J. y K. Hock (2008) Cross Platform GUI Programming with wxWidgets. Prentice Hall, USA.
- [16] Rappin, N. y R. Dunn (2006) wxPython in Action. Manning, USA.
- [17] Salmoni, A. (2003) Paquete Estadístico SalStat. Descripción y uso elemental.
- [18] Nelken, E. ()1996 The Handbook of Exotic options. Instruments, Analysis and Applications. Irwin, USA.
- [19] Benninga, S. (2000) Financial Modeling. MIT Press, USA.
- [20] Lamothe, P. (1993) Opciones Financieras. Un Enfoque Fundamental. McGraw Hill, Madrid.

## Glosario

**Arbitraje.** Una estrategia comercial libre de riesgo diseñada para ganar de las diferencias de precio de dos instrumentos similares que se comercian en los diferentes mercados. El comerciante compra el instrumento financiero más barato y simultáneamente vende el instrumento más caro.

**At-the-money** Una opción que se ejerce al precio de ejercicio (strike price), es decir igual al precio del recurso subyacente.

**Basis Point (bp).** Una centésima de un punto porcentual. 1/100 de 1%. 0.01%.

**Bid/ask.** Es el precio de compra (bid) y el precio de venta (offer/ask) para cualquier instrumento.

**Black-Scholes Model.** Es el modelo para valorar el precio de una opción desarrollada por Fischer Black y Myron Scholes en 1973. El valor teórico de una opción es calculado con cinco parámetros: el precio del recurso subyacente, precio de ejercicio, las tasas de interés, tiempo al vencimiento y, volatilidad. El modelo asume que los ingresos del recurso subyacente se distribuyen normalmente (lognormal), que no hay ningún costo en la transacción y que la volatilidad y la tasa de interés permanecen constantes a lo largo de la vida de la opción.

**Correlación.** Es una medida estadística de la relación entre dos variables y normalmente se expresa como un coeficiente entre +1 y -1.

**Desviación estándar.** La cuantificación de incertidumbre es un objetivo principal de estadísticas. La medida más familiar de incertidumbre es la desviación estándar que mide la dispersión de valores (en el caso de recursos financieros sus ingresos) alrededor del promedio.

**Distribución normal (Distribución Lognormal).** Una distribución estadística que describe el comportamiento de una variable aleatoria. Los precios de los recursos

financieros se mueven al azar, y se asume que ellos se distribuyen normalmente. Como sus precios pueden subir indefinidamente pero no pueden caer bajo cero, su comportamiento se describe por un modelo de distribución lognormal. Ambas clases de distribución son registradas en una curva campaniforme que puede ser completamente descrito por su promedio ( $\mu$ ) y su desviación estándar ( $\sigma$ ).

Aproximadamente dos de tres resultados (68%) ocurrirá dentro de una desviación estándar de la media, 19 de 20 resultados (95%) dentro de dos desviaciones estándar de la media, y 369 de 370 (99.7%) ocurrirá dentro de tres desviaciones estándar de la media.

**In-the-money.** Describe que una opción cuyo precio de ejercicio (strike price) es más ventajoso que el precio de mercado actual. En una opción Call, es In-the-money, si el precio del recurso subyacente es menor el precio de ejercicio. En una opción Put, es In-the-money, si el precio del recurso subyacente está debajo del precio de ejercicio.

**Opción (Option).** Un contrato que le da el derecho al comprador, pero no la obligación, de comprar o vender un recurso subyacente a un cierto precio (strike price) en o antes de una fecha convenida (fecha del vencimiento).

Para este derecho, el comprador paga una prima al vendedor. El vendedor de una opción adquiere la obligación de comprar o vender al precio pactado. Una opción de compra (call option) confiere al comprador el derecho para comprar y una opción de venta (put option) el derecho para vender.

**Opción Americana (American-style Option).** Una opción que puede ejercerse cuando quiera o durante su vida, incluyendo su fecha de expiración. Le da al comprador el privilegio, de negociación, son más caras que las opciones de tipo Europeo.

**Opción de Compra (Call Option).** Una opción que le da el derecho al comprador pero no la obligación para comprar un recurso subyacente a un precio predeterminado.

**Opción de Venta (Put Option).** Una opción para vender un activo a un cierto precio en una cierta fecha.

**Opción Exótica.** Cualquier opción con un pago raro o complicado. Una opción no estándar.

**Out-of-the-money.** Describe una opción cuyo precio de ejercicio es mayor que el precio del recurso subyacente en el caso de una opción de Compra (call), o menor que, en el caso de una opción de venta (put) . Una opción Out-of-the-money no tiene ningún valor intrínseco.

**Pago (Payoff).** El efectivo obtenido por el propietario de una opción.

**Posición corta (Short).** Posición que supone la venta de un activo.

**Posición Larga (Long).** Posición que supone la adquisición de un activo.

**Precio del ejercicio (strike price.).** Es el precio fijo a que un comprador de la opción tiene el derecho para comprar un recurso, en el caso de un Call; y vender un recurso, en el caso de una opción de un Put.

**Rendimiento. (Yield)** La tasa de interés que hace que el valor presente de los flujos de caja de una inversión, se igualen al precio (o costo) de la inversión. También llamado tasa interna de rentabilidad.

**Riesgo del Mercado. (Market Risk)** Los riesgos provocados por los cambios en las condiciones del mercado.

**Simulación de Monte Carlo.** Proceso matemático para simulación aleatoria de variables.

**Tipo de interés libre de riesgo (Risk Free Rate).** El tipo de interés que se puede ganar sin asumir riesgos.

**Valor de Tiempo.** Uno de los componentes del valor de una opción.

**Valor Intrínseco.** Para una Opción de compra, es el mayor valor entre cero y la diferencia entre el precio activo y el precio de ejercicio. Para una opción de venta, es el mayor valor entre cero y la diferencia entre el precio de ejercicio y el precio activo.

**Variable estocástica.** Variable cuyo valor futuro es incierto.

**Volatilidad.** Medida de la fluctuación del precio de un recurso, valorada en términos de desviaciones estándar; la volatilidad de un recurso es el cambio de precio en porcentaje de un activo, en un período de un año. Así si un recurso tiene una volatilidad de 15%, significa que se espera que el recurso fluctúe dentro de un rango de 15% por arriba o por debajo de su precio.

## Anexo 1

### Analogía entre una Opción Americana y una Opción de Inversión en un Proyecto

	<b>Opción de Compra Americana</b>	<b>Opción de Inversión</b>
Activo subyacente	Acción	Valor del Proyecto
Precio de ejercicio	Precio de ejercicio $K$	Costo de construir el Proyecto
Fuente de incertidumbre	Precio de la acción, $S(t)$	Valor del Proyecto
Ganancia de esperar	Derecho a no ejercer Postergar el costo de $K$	Derecho a no invertir Postergar el costo del Proyecto
Pérdida de esperar	Dividendo	Pérdida de no producir
Valor de la opción ejercida	$S(t)-K$	VPN
Valor de la opción sin ejercer	$C(t)$	Valor de la opción de invertir

### Analogía entre una Opción de Compra Americana y una reserva petrolífera sin desarrollar

La valoración y explotación de un pozo petrolero es un problema de inversión de múltiples etapas. La primera de ella involucra la exploración, etapa cuyo objetivo es determinar cuánto petróleo existe y cuál es el costo de extraerlo. La segunda etapa que toma lugar sólo si la primera ha sido exitosa, involucra la etapa de desarrollo. Consta de la instalación de plataformas y pozos de producción necesarios para extraer el recurso. La última etapa corresponde a la extracción del petróleo en algún horizonte de tiempo. Dado que la etapa de desarrollo involucra el gasto de capital más cuantioso de este proceso de inversión, es aquí donde el valor de la opción es el más importante.

<b>Opción de Compra Americana</b>	<b>Reservas sin Desarrollar</b>
Precio de la acción	Valor de las reservas desarrolladas
Precio de ejercicio	Costo de desarrollo
Tiempo restante para la expiración	Expiración del derecho de desarrollar
Volatilidad del precio de la acción	Volatilidad del valor de las reservas desarrolladas
Dividendo de la acción	Ingreso neto de producción de las reservas desarrolladas menos desgaste del recurso

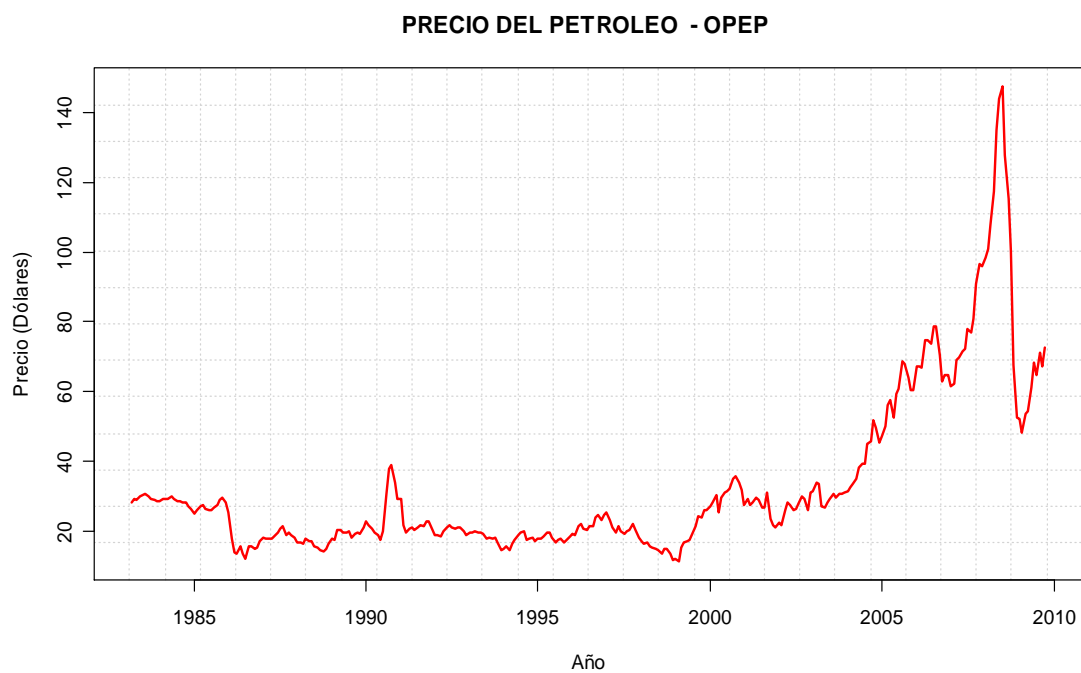
Fuente: Paddock, Siegel y Smith (1988).

## Anexo 2

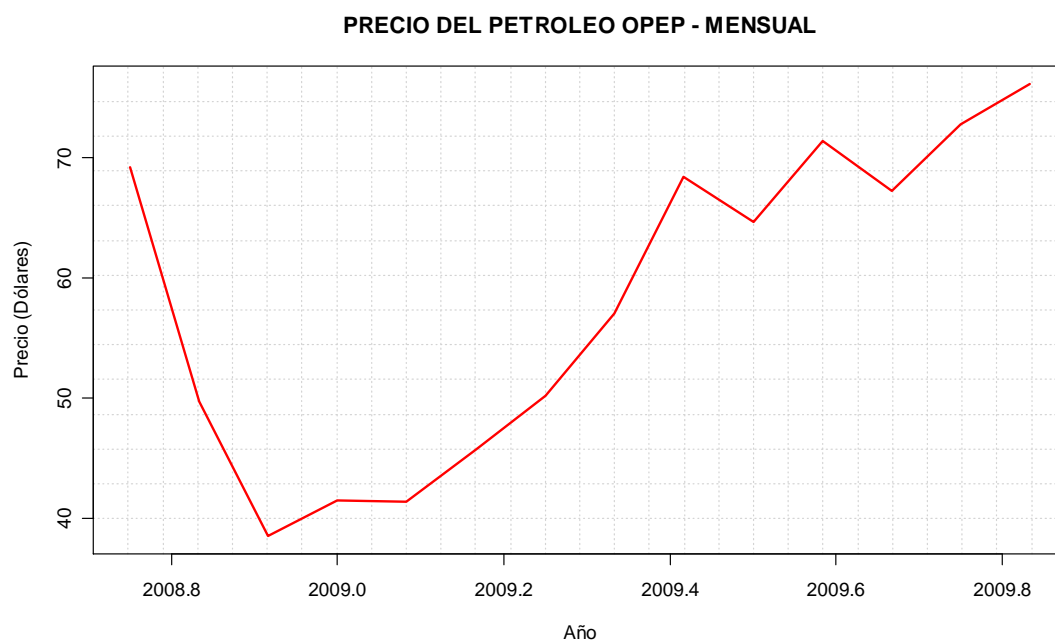
Tabla de Desviación Standard anualizada de los retornos del petróleo del crudo Brent que son estimados usando datos diarios. La desviación estándar de los diferentes años varía desde 13.50 en 1984 a 75.90 en 1996.

Año	Precio promedio	Volatilidad
		Desviación Standard Anual
1984	27.33	13.50%
1985	27.00	24.07%
1986	14.00	75.90%
1987	17.00	27.75%
1988	15.50	37.80%
1989	18.00	31.06%
1990	21.25	68.98%
1991	20.50	61.94%
1992	19.00	23.79%
1993	17.54	27.32%
1994	18.00	33.70%
1995	17.33	22.05%
1996	21.00	40.47%
1997	20.00	31.86%
1998	13.75	50.55%
1999	11.00	42.60%
2000	27.83	46.78%
2001	25.00	47.87%
2002	24.40	38.89%
2003	31.00	42.20%
2004	38.00	43.75%
2005	53.17	36.52%
2006	64.86	31.56%
2007	78.00	32.78%
2008	97.75	64.75%
2009	58.49	35.49%

## Precio del petróleo Anual en US\$ por barril.

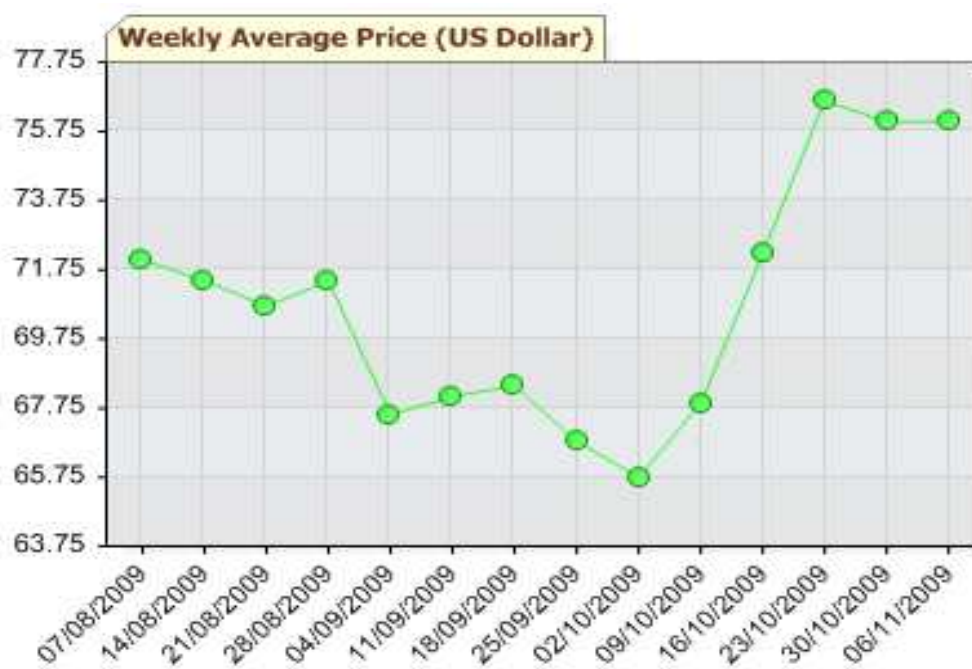


## Precio del petróleo Mensual en US\$ por barril.





### Precio del petróleo Semanal en US\$ por barril.



### Precio del petróleo Diario en US\$ por barril



Fuente: Organization of the Petroleum Exporting Countries (<http://www.opec.org>)

### Anexo 3

#### Opción Europea

Considere una opción de compra (CALL) de estilo europea que en el vencimiento pagará el

$$\text{Max}(S_t - K, 0)$$

K es el precio de ejercicio,  $S_t$  es el precio Spot para entrega inmediata al vencimiento, se asume que es  $t$  años desde hoy y  $r$  es la tasa de interés libre de riesgo.

El precio de una opción de compra puede escribirse como:

$$C = e^{-rt} E[\text{Max}(S_t - K, 0)]$$

donde  $E(A)$  es el valor esperado de  $A$ .

Utilizando notación de integrales, podemos escribir:

$$E[A] = \int A * p(A) * dA$$

El valor esperado de  $A$  es la integral del producto del valor de  $A$  veces la probabilidad de alcanzar ese valor,  $p(A)$ . La integral se calcula para todos posibles valores de  $A$ .

Los postulados de la teoría del precio para entrega inmediata sigue una distribución log\_normal. Asumimos que el precio para entrega inmediata hoy es  $S_0$ , y la volatilidad del precio es  $\sigma$ .

$z$  es una variable aleatoria normalmente distribuida con una media de cero y una desviación estándar de 1. Entonces:

$$S_t = S_0 e^{\mu * t + \sigma * z * \sqrt{t}}$$

Donde

$$\mu = r - \frac{\sigma^2}{2}$$

Remplazando, obtenemos

$$C = e^{-rt} \int_{-\infty}^{+\infty} [\text{Max}(S_0 e^{\mu * t + \sigma * z * \sqrt{t}} - K, 0)] * n(z) * dz$$

Aquí  $n(z)$  es la función de distribución normal típica.

$$n(z) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Sin embargo, la integral es cero para los valores de  $z$  que es menor que

$$g = \frac{\left( \ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \mu * t \right)}{\sigma * \sqrt{t}}$$

Por consiguiente, podemos volver a escribir la integral como

$$C = e^{-rt} \int_g^{+\infty} \left[ \left( S_0 e^{\mu * t + \sigma * z * \sqrt{t}} - k \right) * n(z) \right] * dz$$

Aplicando cálculo integral, podemos obtener la solución analítica de la fórmula de Black-Scholes para el precio de un CALL. La fórmula para un PUT se deriva de una forma similar.

$$C = S_0 * N(x) - K * e^{-rt} * N(x - \sigma \sqrt{t})$$

Con

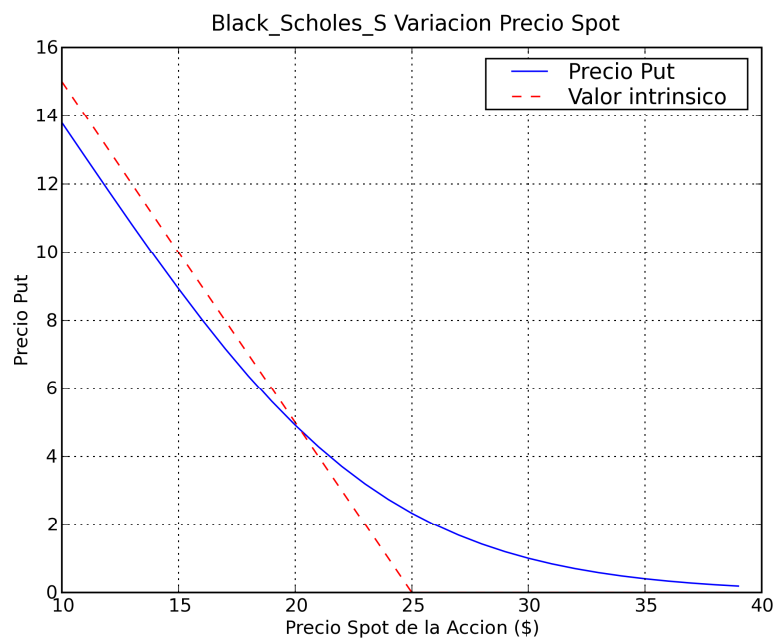
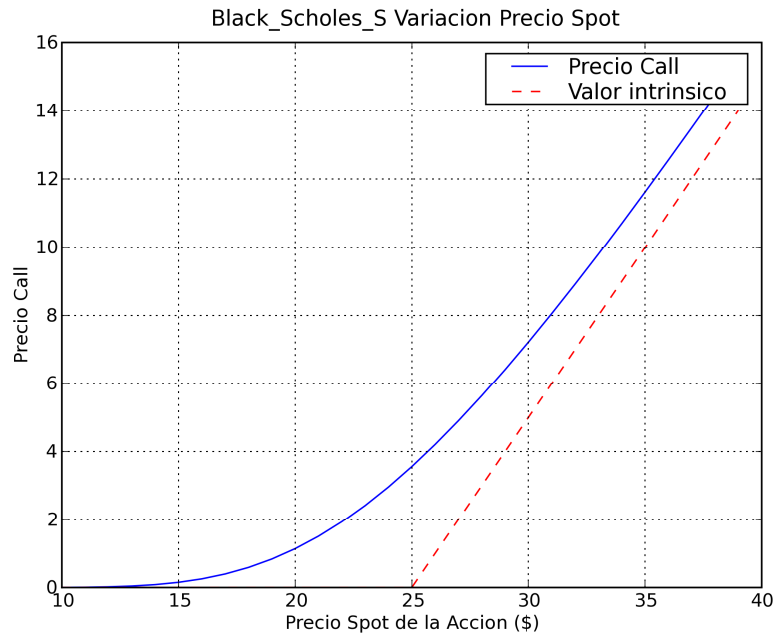
$$x = \frac{\left( \ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + r * t \right)}{\sigma * \sqrt{t}} + \frac{\sigma * \sqrt{t}}{2}$$

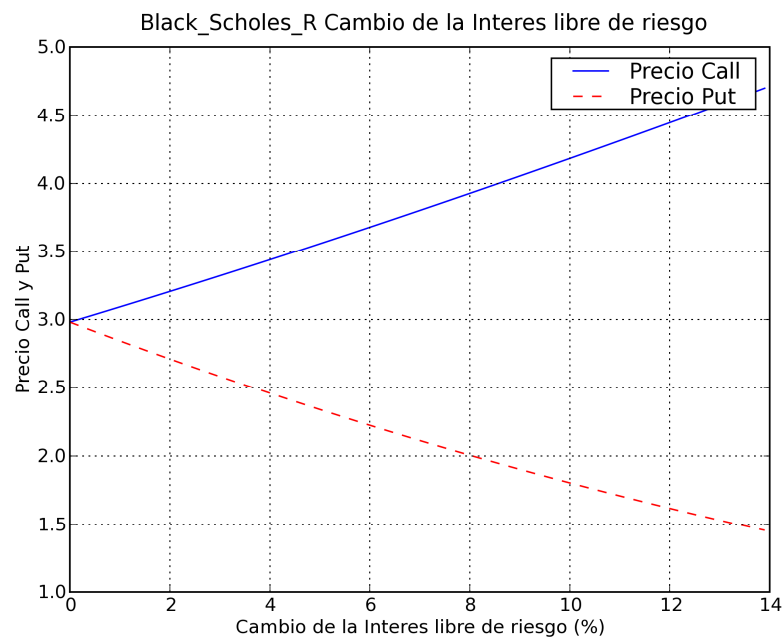
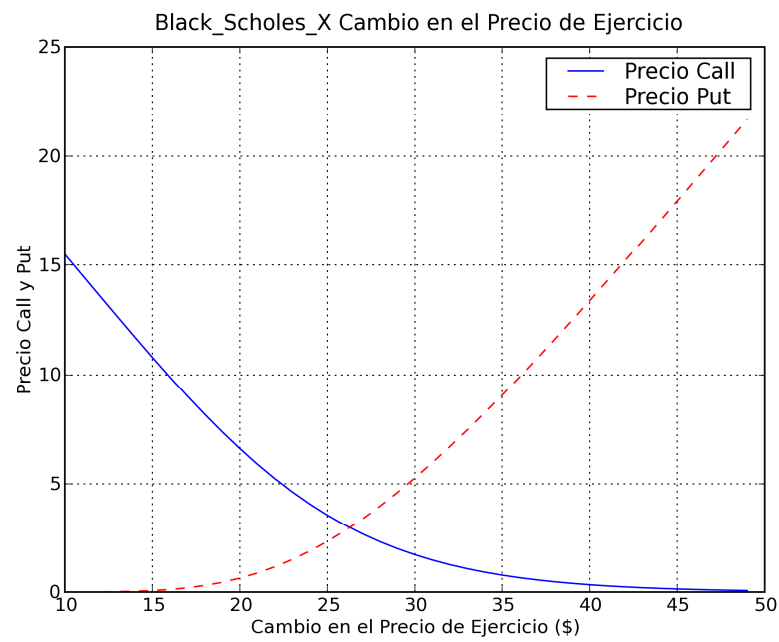
The Handbook of Exotic options. Instruments, Analysis and Applications, Nelken [18]

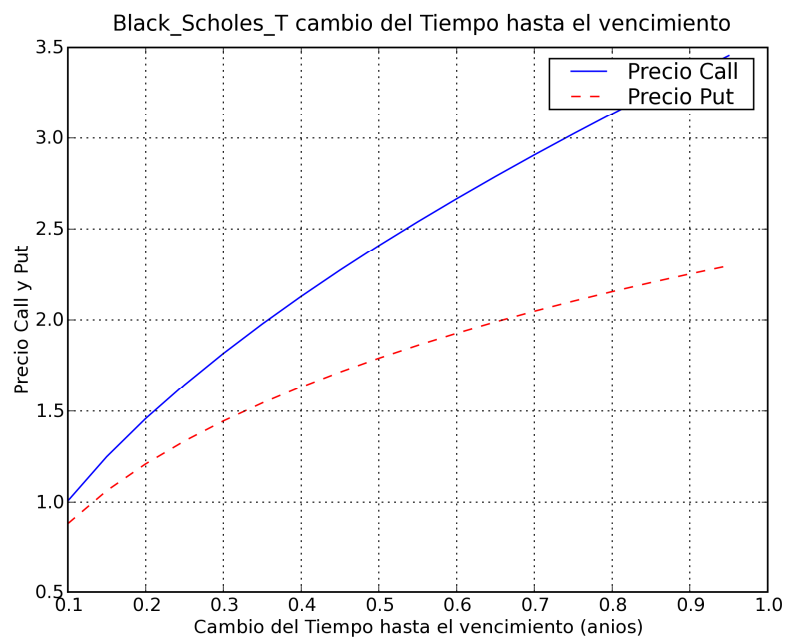
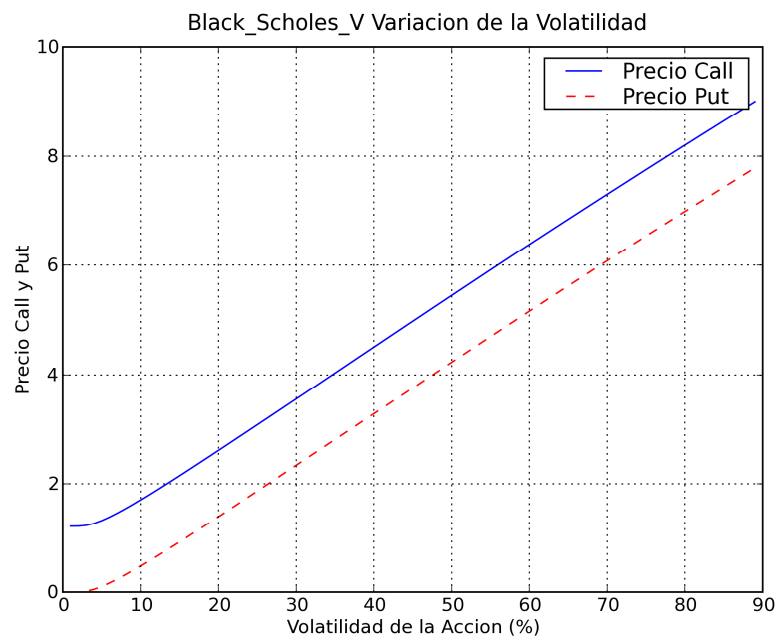
## Anexo 4

### Efectos de los cambios en el Precio de una Opción

Gráficos en Python:  $S_0=\$25$ ,  $X=\$25$ ,  $r=5\%$  anual,  $\sigma=5\%$  anual,  $T=1$ .







Financial Modeling, Benigna [19] , Opciones Financieras, Lamothe [20].