

**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ**

**Colegio de Administración y Economía**

**Impacto de la Incertidumbre en la Demanda sobre las Decisiones de  
Producción y Almacenamiento: Un Enfoque Teórico**

**Martín Eduardo Bonilla Cabezas**

**Economía**

Trabajo de fin de carrera presentado como requisito  
para la obtención del título de  
Economista

Quito, 17 de mayo de 2024

# **UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ**

**Colegio de Administración y Economía**

## **HOJA DE CALIFICACIÓN DE TRABAJO DE FIN DE CARRERA**

**Impacto de la Incertidumbre en la Demanda sobre las Decisiones de  
Producción y Almacenamiento: Un Enfoque Teórico**

**Martín Eduardo Bonilla Cabezas**

**Nombre del profesor, Título académico**

**Carlos Uribe-Terán, Ph.D.**

Quito, 17 de mayo de 2024

## © DERECHOS DE AUTOR

Por medio del presente documento certifico que he leído todas las Políticas y Manuales de la Universidad San Francisco de Quito USFQ, incluyendo la Política de Propiedad Intelectual USFQ, y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo quedan sujetos a lo dispuesto en esas Políticas.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en la Ley Orgánica de Educación Superior del Ecuador.

Nombres y apellidos: Martín Eduardo Bonilla Cabezas

Código: 00208273

Cédula de identidad: 1724581812

Lugar y fecha: Quito, 17 de mayo de 2024

## ACLARACIÓN PARA PUBLICACIÓN

**Nota:** El presente trabajo, en su totalidad o cualquiera de sus partes, no debe ser considerado como una publicación, incluso a pesar de estar disponible sin restricciones a través de un repositorio institucional. Esta declaración se alinea con las prácticas y recomendaciones presentadas por el Committee on Publication Ethics COPE descritas por Barbour et al. (2017) Discussion document on best practice for issues around theses publishing, disponible en <http://bit.ly/COPETHeses>.

## UNPUBLISHED DOCUMENT

**Note:** The following capstone project is available through Universidad San Francisco de Quito USFQ institutional repository. Nonetheless, this project – in whole or in part – should not be considered a publication. This statement follows the recommendations presented by the Committee on Publication Ethics COPE described by Barbour et al. (2017) Discussion document on best practice for issues around theses publishing available on <http://bit.ly/COPETHeses>.

## RESUMEN

Este trabajo explora cómo la incertidumbre en la demanda afecta las decisiones de producción y almacenamiento de una empresa a través de un modelo teórico donde la demanda está influenciada por un shock estocástico  $\theta$  con función de probabilidad  $f(\theta)$ . La función de demanda  $P = \theta P(Q)$  y la función de producción  $Q = Q(\sum x_i, L)$  exhiben propiedades económicas típicas, incluyendo rendimientos marginales decrecientes. Demostré que la incertidumbre en la demanda conduce a condiciones de sobreabastecimiento o desabastecimiento cuando se analiza la producción marginal del insumo  $x_i$ . Con un valor esperado de  $\theta$  mayor a uno las empresas tienden a producir más para evitar quedarse sin existencias. Mientras que un valor esperado de  $\theta$  entre cero y conlleva a la firma a reducir su producción y evitar la sobreproducción. Aunque mi estudio es estático, resalta la necesidad de modelos dinámicos para captar los ajustes temporales de inventarios y la toma de decisiones secuenciales para un análisis más completo.

## ABSTRACT

This paper explores how demand uncertainty affects a firm's production and inventory decisions through a theoretical model where demand is influenced by a stochastic shock  $\theta$  with probability function  $f(\theta)$ . The demand function  $P = \theta P(Q)$  and the production function  $Q = Q(\sum x_i, L)$  exhibit typical economic properties, including diminishing marginal returns. I demonstrated that demand uncertainty leads to conditions of overstocking or understocking when analyzing the marginal production of input  $x_i$ . With an expected value of  $\theta$  greater than one, firms tend to produce more to avoid stockouts, whereas an expected value of  $\theta$  between zero and one leads firms to reduce production to avoid overproduction. Although my study is static, it highlights the need for dynamic models to capture temporal inventory adjustments and sequential decision-making for a more comprehensive analysis.

**TABLA DE CONTENIDO**

1	Introducción .....	8
2	Revisión de la literatura .....	9
3	Metodología .....	11
3.1	Modelo Teórico .....	11
3.2	Enunciado del Teorema .....	13
3.3	Demostración del Teorema .....	13
4	Análisis .....	14
Caso 1	.....	14
Caso 2	.....	15
5	Conclusiones .....	16
6	Referencias .....	17

**ÍNDICE DE FIGURAS**

1 Función de producción para $0 < E[\theta] < 1$ .....	15
1 Función de producción para $E[\theta] > 1$ .....	16

# 1 Introducción.

Mi motivación para realizar esta investigación surge de la observación de cómo las firmas enfrentan la incertidumbre en la demanda de sus productos y las consecuencias que esta incertidumbre tiene sobre sus decisiones de producción e inventarios. En particular, me intriga cómo los shocks de demanda, caracterizados por una variable aleatoria  $\theta$  con una función de probabilidad  $f(\theta)$ , pueden llevar a situaciones de sobreabastecimiento o desabastecimiento. La pregunta de investigación que guía este trabajo es: ¿cómo la incertidumbre de la cantidad demandada, caracterizada por el shock  $\theta$ , afecta las condiciones de sobreabastecimiento o desabastecimiento de insumos en la maximización esperada de una firma?

Para abordar esta pregunta, desarrollo un modelo teórico en el que una firma busca maximizar su ganancia esperada enfrentando un shock de demanda  $\theta$ , representado por una función de probabilidad  $f(\theta)$ . Utilizo técnicas de optimización y análisis matemático para demostrar un teorema que formaliza cómo esta incertidumbre genera condiciones de sobreabastecimiento o desabastecimiento siguiendo la teoría neoclásica en economía. La metodología incluye la derivación de condiciones de primer orden para la maximización esperada, y el análisis de la producción marginal del insumo en donde se encuentran las características que permiten demostrar el teorema.

Los resultados de mi investigación muestran que la incertidumbre en la demanda, modelada a través de un shock  $\theta$  con una función de probabilidad específica, tiene un impacto significativo en las decisiones de producción de la firma. En particular, se demuestra que la variabilidad en  $\theta$  puede llevar a decisiones de producción que resultan en sobreabastecimiento o desabastecimiento.

Este hallazgo proporciona un nuevo entendimiento de cómo las firmas pueden manejar la incertidumbre de demanda para optimizar sus niveles de inventario y producción.

## **2 Revisión de la literatura.**

La gestión de inventarios es un tema ampliamente estudiado en la literatura económica, especialmente en contextos de incertidumbre. Arrow, Harris y Marschak (1951) proporcionan un marco teórico fundamental para la política óptima de inventarios bajo incertidumbre, destacando la importancia de mantener niveles de inventario que minimicen los costos asociados con la escasez y el exceso de existencias. Schwarz (1981) extiende este análisis al considerar la incertidumbre de la demanda y su impacto en las decisiones de inventario, mostrando que los costos de inventario aumentan significativamente cuando la demanda es incierta. Silver, Pyke y Peterson (1998) analizan diversas técnicas de gestión de inventarios y presentan modelos prácticos que las empresas pueden utilizar para optimizar sus niveles de inventario bajo incertidumbre.

En esta sección también describe las investigaciones sobre cómo la incertidumbre de la demanda afecta las decisiones de producción. Chen, Frank y Wu (2005) estudian las prácticas de inventario de las empresas estadounidenses y encuentran que la incertidumbre en la demanda juega un papel crucial en la determinación de los niveles de producción e inventario. Fisher (1997) discute cómo las empresas pueden diseñar sus cadenas de suministro para ser más ágiles y capaces de responder a cambios inesperados en la demanda.

Por otro lado, la función de demanda y los shocks estocásticos son elementos clave en el análisis económico de la producción e inventarios. Blanchard y Quah (1989) analizan los efectos dinámicos de los shocks de demanda y oferta en la economía, mostrando cómo estos shocks pueden

tener efectos duraderos en la producción y el empleo. Ramey y Shapiro (1998) investigan los efectos de los shocks de demanda relacionados con la defensa en la economía de Estados Unidos, encontrando impactos significativos en la producción y el empleo en sectores específicos. Davis y Haltiwanger (2001) analizan la creación y destrucción de empleo en respuesta a cambios en los precios del petróleo y otros shocks de demanda, proporcionando una visión detallada de la dinámica del mercado laboral (un efecto similar se puede encontrar si se maximiza los beneficios para el empleo en esta investigación).

La literatura sobre modelos de producción también explora cómo las empresas toman decisiones de producción e inventario bajo incertidumbre. Cachon y Terwiesch (2009) proporcionan una introducción integral a la gestión de operaciones, destacando cómo las empresas pueden alinear la oferta con la demanda en contextos inciertos. Por otro lado, Kahn y Thomas (2007) desarrollan un modelo de inventarios y producción que captura los efectos de los shocks de demanda en la dinámica en estos. Dentro de este contexto de incertidumbre, Froot, Scharfstein y Stein (1993) exploran cómo las empresas pueden coordinar sus políticas de inversión y financiamiento para gestionar el riesgo asociado con la incertidumbre de la demanda. Su trabajo subraya la importancia de una gestión de riesgos efectiva para minimizar el impacto negativo de la variabilidad de la demanda en la rentabilidad empresarial. Y Zsidisin y Ellram (2003) investigan la gestión del riesgo en la cadena de suministro desde una perspectiva de la teoría de la agencia, destacando cómo las empresas pueden mitigar los riesgos de suministro mediante contratos y otros mecanismos. Y por último, Chopra y Sodhi (2004) proporcionan un marco para entender y mitigar los riesgos en la cadena de suministro, incluyendo aquellos derivados de la incertidumbre de la demanda.

Sin embargo, aunque muchos estudios se centran en modelos estáticos, también es necesario enfatizar la importancia de enfoques dinámicos para capturar los ajustes temporales de inventarios y las decisiones secuenciales. Iyer y Bergen (1997) analizan cómo las empresas ajustan sus inventarios a lo largo del tiempo en respuesta a la variabilidad de la demanda. Su trabajo resalta la necesidad de modelos dinámicos para comprender completamente las respuestas empresariales a la incertidumbre de la demanda. Williams y Tokar (2008) investigan sobre la gestión dinámica de inventarios, destacando las prácticas y teorías que permiten a las empresas adaptarse a cambios en la demanda de manera efectiva. Su revisión proporciona una base sólida para futuras investigaciones que busquen desarrollar modelos dinámicos de inventarios y producción.

### **3 Metodología.**

#### **3.1 Modelo Teórico.**

Considero un modelo teórico donde una firma enfrenta una demanda incierta caracterizada por un shock  $\theta$ , que es una variable aleatoria con  $\theta > 0$ . La función de demanda se expresa como:

$$P = \theta P_{(Q)} \quad [1]$$

donde  $P$  es el precio del producto,  $Q$  es la cantidad producida y  $\theta$  es el shock de demanda que sigue una función de probabilidad  $f(\theta)$ . La función de demanda cumple con la condición de que  $\partial P / \partial Q < 0$ , lo que refleja una típica curva de demanda descendente.

La función de producción de la firma sigue las teorías neoclásicas y se representa como:

$$Q = Q(\sum x_i, L) \quad [2]$$

donde  $\sum x_i$  representa la suma de los insumos utilizados en el proceso de producción y  $L$  es la cantidad de trabajo empleada. La función de producción está sujeta a la condición de que la producción marginal es positiva pero decreciente, lo que implica que  $\partial Q / \partial x_i > 0$  y  $\partial^2 Q / \partial x_i^2 < 0$ . Esto refleja la ley de rendimientos decrecientes, donde cada unidad adicional de insumo contribuye menos al output total que la unidad anterior.

Los beneficios de la firma,  $\Pi$ , se calculan como la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales. La firma compete en un mercado de competencia monopolística.

$$\Pi = \theta P_{(Q)} \cdot Q(\sum x_i, L) - \sum P_i \cdot x_i - w \cdot L \quad [3]$$

En donde los ingresos totales se definen como el producto del precio y la cantidad producida,  $\theta P_{(Q)} \cdot Q(\sum x_i, L)$ . Los costos totales para la firma se representan por la suma de los costos del insumo  $x_i$  por el su precio  $P_i$  y por el costo del salario  $w \cdot L$  donde  $w$  es el salario por unidad de tiempo.

Sin embargo, debido a la incertidumbre del shock, la firma busca maximizar sus beneficios esperados para el posible resultado del shock. Entonces la función de beneficios de la firma se representa como:

$$E[\Pi] = E[\theta] P_{(Q)} \cdot Q(\sum x_i, L) - \sum P_i \cdot x_i - w \cdot L \quad [4]$$

### 3.2 Enunciado del teorema.

“La incertidumbre de la cantidad demandada caracterizada por un shock  $\theta$  con función de probabilidad  $f(\theta)$  crea una condición de sobreabastecimiento o desabastecimiento de insumos en la maximización esperada de una firma”.

### 3.3 Demostración del teorema.

Para empezar demostración debemos maximizar la función de beneficios esperados [4] en función de los insumos. Se realiza la derivada de primer orden:

$$\frac{\partial E[\Pi]}{\partial x_i} = E[\theta] \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x_i} \cdot Q_{(\sum x_i, L)} + E[\theta] \frac{\partial Q}{\partial x_i} \cdot P_{(Q)} - P_i \quad [5]$$

Para la cual, en la condición óptima,  $\partial E[\Pi]/\partial x_i = 0$ , se encuentra:

$$E[\theta] \frac{\partial Q}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot Q_{(\sum x_i, L)} + P_{(Q)} \right] = P_i \quad [6]$$

De donde se puede identificar la producción marginal del insumo y expresarla como:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_i} = \frac{P_i}{E[\theta] \left[ \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot Q_{(\sum x_i, L)} + P_{(Q)} \right]} \quad [7]$$

Esta expresión producción marginal del insumo por si sola ya demuestra que el valor esperado de la incertidumbre influye en la asignación de insumos (desabastecimiento o sobreabastecimiento) para la producción de la firma en el contexto de su maximización de beneficios esperados. Pero con el fin de aclarar esta condición es necesario un análisis de estática comparativa con el caso en el que no haya incertidumbre,  $\theta = 1$ , a un nivel de producción  $Q^*$  con un insumo  $x_i^*$ . Al realizar la maximización con estos argumentos y relacionarla con [7], se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_i} = \frac{1}{E[\theta]} \cdot \frac{\partial Q^*}{\partial x_i^*} \quad [8]$$

Una expresión que indica que la producción marginal del insumo en condiciones de incertidumbre varia respecto a la producción marginal del insumo en certidumbre.

## 4 Análisis.

Para comprender la condición de desabastecimiento o sobreabastecimiento del insumo  $x_i$  como parte de la maximización de beneficios esperados de la firma, se analiza el comportamiento del valor esperado de la incertidumbre  $E[\theta]$ .

### 4.1 Caso 1. Cuando el valor esperado se encuentra en $0 < E[\theta] < 1$ :

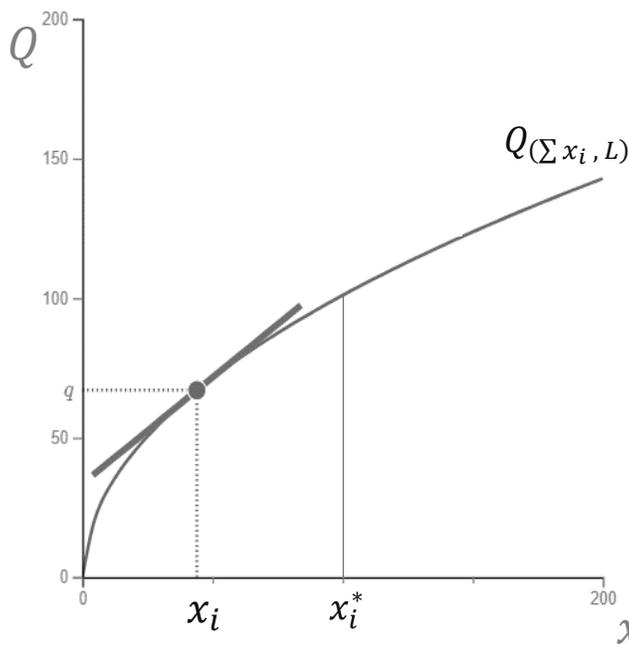


Figura 1: Función de producción de la firma para el insumo. La elección del insumo  $x_i$  está por debajo del insumo  $x_i^*$  cuando  $0 < E[\theta] < 1$ . Esto demuestra un incentivo para el desabastecimiento del insumo  $x_i$  de la firma.

En este caso se espera que la incertidumbre de la demanda se encuentre entre cero y uno, lo que implica una reducción de la cantidad demandada. Por lo tanto, la producción marginal del insumo [7] incrementa su valor. Esto equivale a una mayor pendiente en el gráfico de la función de producción lo que indica que la firma tiene incentivos a reducir su cantidad de insumos  $x_i < x_i^*$  y por ende a desabastecerse de este insumo.

#### 4.2 Caso 2. Cuando el valor esperado es $E[\theta] > 1$ :

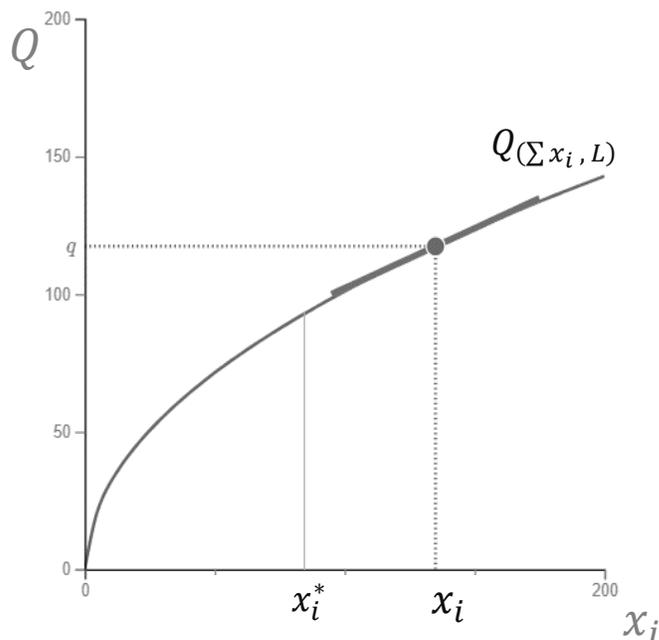


Figura 2: Función de producción de la firma para el insumo. La elección del insumo  $x_i$  está por encima del insumo  $x_i^*$  cuando  $E[\theta] > 1$ . Esto demuestra un incentivo para el sobreabastecimiento del insumo  $x_i$  de la firma.

Por otro lado, cuando se espera que la cantidad demanda aumente,  $E[\theta] > 1$ , la producción marginal del insumo [7] se reduce. Esto implica una pendiente más inclinada como se muestra en el Gráfico 2 en donde la elección óptima se encuentra en  $x_i^* < x_i$ . Por lo tanto, la firma tiene incentivos para sobreabastecerse.

## 5 Conclusiones.

La investigación demostró que la incertidumbre en la demanda, modelada a través de un shock  $\theta$  con función de probabilidad  $f(\theta)$ , influye significativamente en las decisiones de producción de

una firma. Específicamente, encontramos que esta incertidumbre puede llevar a condiciones de sobreabastecimiento o desabastecimiento de insumos. La variabilidad en el shock  $\theta$  obligó a la firma a un reajuste de los medios de producción, afectando así sus niveles óptimos de inventario. En escenarios donde la incertidumbre esperada aumentó con respecto al periodo anterior, las firmas tendieron a producir más para evitar desabastecimientos, incurriendo en mayores costos de almacenamiento. En contraste, en una incertidumbre esperada menor, la producción se redujo y se ajustó para evitar la sobreproducción.

El teorema desarrollado y demostrado proporcionó un marco teórico claro para entender cómo la incertidumbre de la demanda afecta las decisiones de maximización esperada de una firma. Sin embargo, esta investigación se realizó bajo un enfoque estático. Aunque los resultados obtenidos son significativos, se recomienda explorar una aproximación dinámica a esta misma pregunta. Un análisis dinámico podría incorporar aspectos como el ajuste de inventarios en el tiempo, la evolución de la demanda y las decisiones secuenciales de producción, ofreciendo así una perspectiva más completa y realista del problema.

En resumen, este estudio aportó contribuciones al entendimiento de las dinámicas de inventarios y producción bajo incertidumbre de demanda, sentando las bases para investigaciones futuras que profundicen en estos aspectos desde una perspectiva dinámica.

## **6 Referencias.**

Arrow, K. J., Harris, T., & Marschak, J. (1951). Optimal inventory policy. *Econometrica*, 19(3), 250-272. <https://doi.org/10.2307/1906812>

- Blanchard, O. J., & Quah, D. (1989). The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. *The American Economic Review*, 79(4), 655-673
- Cachon, G. P., & Terwiesch, C. (2009). *Matching supply with demand: An introduction to operations management*. McGraw-Hill/Irwin.
- Chen, H., Frank, M. Z., & Wu, O. Q. (2005). What actually happened to the inventories of American companies between 1981 and 2000? *Management Science*, 51(7), 1015-1031.
- Chopra, S., & Sodhi, M. S. (2004). Managing risk to avoid supply-chain breakdown. *MIT Sloan Management Review*, 46(1), 53-61.
- Davis, S. J., & Haltiwanger, J. (2001). Sectoral job creation and destruction responses to oil price changes and other shocks. *Journal of Monetary Economics*, 48(3), 465-512.
- Fisher, M. L. (1997). What is the right supply chain for your product? *Harvard Business Review*, 75(2), 105-116.
- Froot, K. A., Scharfstein, D. S., & Stein, J. C. (1993). Risk management: Coordinating corporate investment and financing policies. *The Journal of Finance*, 48(5), 1629-1658.
- Gali, J. (1992). How well does the IS-LM model fit postwar US data? *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 709-738.
- Iyer, A. V., & Bergen, M. E. (1997). Quick response in manufacturer-retailer channels. *Management Science*, 43(4), 559-570.
- Kahn, J. A., & Thomas, J. K. (2007). Inventories and the business cycle: An equilibrium analysis of (S, s) policies. *The American Economic Review*, 97(4), 1165-1188.

Ramey, V. A., & Shapiro, M. D. (1998). Costly capital reallocation and the effects of government spending. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* Gandalf, 48, 145-194.

Schwarz, L. B. (1981). A model for assessing the value of warehouse risk-pooling: Risk pooling over outside-supplier leadtimes. *Management Science*, 27(11), 1211-1219.

Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998). *Inventory management and production planning and scheduling*. Wiley.

Williams, B. D., & Tokar, T. (2008). A review of inventory management research in major logistics journals. *The International Journal of Logistics Management*, 19(2), 212-232.

Zsidisin, G. A., & Ellram, L. M. (2003). An agency theory investigation of supply risk management. *The Journal of Supply Chain Management*, 39(3), 15-27.