



UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO

Colegio de Administración y Economía

## Selección de portafolios eficientes

Maritza Paola Lema Bueno

Magdalena Barreiro, PhD, Directora de Tesis

Tesis de grado presentada como requisito  
para la obtención del título de Licenciada. en Finanzas

Quito, diciembre de 2014

**UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO**

**Colegio de Administración y Economía**

**HOJA DE APROBACIÓN DE TESIS**

**Selección de portafolios eficientes**

**Maritza Paola Lema Bueno**

Magdalena Barreiro, PhD

Directora de la tesis

---

Candy Abad, PhD

Coordinadora del Área

---

Tom Gura, PhD

Decano del Colegio de

Administración para el Desarrollo

---

Quito, diciembre de 2014

© PÁGINA DERECHOS DE AUTOR

Por medio del presente documento certifico que he leído la Política de Propiedad Intelectual de la Universidad San Francisco de Quito y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo de investigación quedan sujetos a lo dispuesto en la Política.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo de investigación en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma:

---

Nombre: Maritza Paola Lema Bueno

C. I.: 0604116947

Lugar: Quito

Fecha: 22/12/2014

## DEDICATORIA

Este trabajo va dedicado a mis padres, José Lema y María Bueno quienes han sido un pilar fundamental en mi vida.

A mi hermano, David Lema, quien me supo apoyar en todo momento.

A mi esposo, Xavier Sanunga, quien me apoya siempre en todo momento y sobre todo por su paciencia.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco enormemente a mi directora Magdalena Barreiro, quien con sus conocimientos y experiencia me supo guiar de la mejor manera para la realización de este trabajo.

## RESUMEN

El presente trabajo desarrolla un caso práctico de inversión utilizando la teoría de optimización de media-varianza demostrada por Markowitz. Además de presentar una revisión del marco teórico de dicha teoría, este trabajo busca dar un ejemplo práctico de las limitaciones que impone la selección de activos basada en un historial de largo plazo versus la realidad de invertir en un plazo relativamente corto. El ejemplo de portafolio aquí utilizado muestra claramente la parte práctica de del proceso de optimización y selección de portafolios eficientes.

## ABSTRACT

This paper develops a case of investment using the mean-variance optimization theory demonstrated by Markowitz. Besides presenting a review of the theoretical framework of this theory, this paper aims to provide a practical example of the limitations of the asset selection based on a long-term record versus the reality of investing in a relatively short time period. The portfolio example used here clearly shows the practical part of the optimization process and the selection of efficient portfolios.

## TABLA DE CONTENIDOS

DEDICATORIA .....	5
AGRADECIMIENTOS .....	6
RESUMEN.....	7
ABSTRACT .....	8
TABLA DE CONTENIDOS.....	9
INTRODUCCIÓN .....	13
ANTECEDENTES.....	15
OBJETIVOS .....	17
CAPÍTULO 1 .....	18
1. PORTAFOLIO .....	18
1.1. Retornos esperados: individuales y del portafolio.....	19
1.2. Retornos individuales para varios períodos.....	20
1.3. Cálculo de los retornos de un portafolio .....	21
1.4. Riesgo.....	21
1.5. Diversificación del Riesgo en un Portafolio.....	24
1.5.1 Riesgo Único .....	25
1.5.2. Riesgo de Mercado.....	25
CAPÍTULO 2 .....	27
2. ADMINISTRACIÓN PASIVA Y ACTIVA DE INVERSIONES .....	27
2.1. Diversificación eficiente .....	28
2.1.1. Curvas de Indiferencia .....	29
2.2. Modelo de Markowitz .....	30
2.2.1. Conjunto factible y conjunto eficiente de portafolios .....	31
2.3. Maximización de la utilidad esperada .....	33
2.4. Introducción de un activo libre de riesgo .....	33
2.4.1. Línea del mercado de capitales (CML) .....	34
CAPÍTULO 3 .....	42
3. PORTAFOLIOS DE ACCIONES EN LA BOLSA DE VALORES DE NEW YORK. ....	42
3.1. Selección de Acciones.....	43
3.2. Construcción de los portafolios.....	45

3.2.1. Portafolio de mínima varianza. ....	45
3.2.2. Portafolio de máximo Sharpe con restricción y sin restricciones.....	46
3.3. Simulación del portafolio con restricciones .....	50
3.4. Simulación de portafolio sin restricciones .....	52
CAPÍTULO 4.....	56
4.1. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	56
BIBLIOGRAFÍA.....	59

**TABLA DE ILUSTRACIONES**

<i>Ilustración 1: Riesgo sistemático y no sistemático</i> _____	26
<i>Ilustración 2: Curvas de Indiferencia</i> _____	29
<i>Ilustración 3: Conjunto Eficiente de Markowitz</i> _____	32
<i>Ilustración 4: Frontera eficiente que incluye un activo sin riesgo</i> _____	34
<i>Ilustración 5: Línea de Mercado de Capitales</i> _____	35
<i>Ilustración 6: Pendiente de la Línea de Mercado de Capitales</i> _____	36
<i>Ilustración 7: Frontera Eficiente</i> _____	48
<i>Ilustración 8: Frontera Eficiente combinado con la Línea de Mercado</i> _____	49
<i>Ilustración 9: Tendencia de precios del Portafolio</i> _____	51
<i>Ilustración 10: Retornos del Portafolio</i> _____	53

**LISTA DE TABLAS**

<i>Tabla 1: Rendimientos esperados</i>	20
<i>Tabla 2 : Acciones de la Bolsa de Valores de New York</i>	43
<i>Tabla 3: Cálculo de diferentes índices</i>	44
<i>Tabla 4: Matriz de Varianza y Covarianza</i>	45
<i>Tabla 5: Portafolio mínima varianza</i>	45
<i>Tabla 6: Portafolio máximo Sharpe con restricciones</i>	46
<i>Tabla 7: Portafolio máximo Sharpe sin restricciones</i>	47
<i>Tabla 8: Portafolio Combinado</i>	47
<i>Tabla 9: Portafolio con Restricciones</i>	50
<i>Tabla 10: Análisis de Resultados</i>	50
<i>Tabla 11: Compra de Acciones</i>	52
<i>Tabla 12: Resultados</i>	52
<i>Tabla 13: Portafolio con restricciones</i>	54
<i>Tabla 14: Portafolio sin restricciones</i>	54

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar la selección de portafolios a través de la teoría de Portafolios Eficientes de Markowitz. Se pretende comparar un portafolio de seis acciones cuyos pesos serán seleccionados a través de la optimización media-varianza con tan solo la restricción de que no se obtengan posiciones cortas o de venta de los activos, con otro compuesto por las mismas acciones cuyos pesos también serán seleccionados a través de optimización media-varianza pero con mayores restricciones para lograr diferentes objetivos de optimización. Las acciones del portafolio serán seleccionadas de entre una muestra de 22 acciones de acuerdo a su relación riesgo-rendimiento medida a través del Sharpe.<sup>1</sup>

El presente trabajo consta de cuatro capítulos. En el primer capítulo se describe de manera breve los conceptos de riesgo y rendimiento individual y del portafolio y la matemática asociada para su estimación.

En el segundo capítulo se detallará la forma de crear el espacio de combinaciones riesgo- rendimiento y la generación de la frontera eficiente en el modelo creado por Markowitz. El modelo de Markowitz se mejorará al incluir un activo libre de riesgo el cual nos permitirá encontrar la frontera eficiente de Tobin [12] y en ésta se determinaran los portafolios eficientes de acuerdo a las preferencias del inversionista con respecto al riesgo.

El tercer capítulo presenta la selección de las acciones que conformarán los dos portafolios, uno de los cuales estará conformado por pesos individuales calculados a

---

<sup>1</sup> Sharpe =  $(\text{Retorno Esperado}(i) - \text{retorno del activo libre de riesgo}) / \text{desviación estándar}(i)$

través de la optimización media-varianza de Markowitz mientras que los pesos del segundo portafolio serán establecidos aleatoriamente. En este capítulo se muestra también la obtención de la matriz varianza-covarianza para los portafolios la que servirá para estimar dos sub-portafolios dentro de los principales antes mencionados: un portafolio de mínima varianza y un portafolio óptimo o de máximo Sharpe. Es a partir de estos dos portafolios que se generará la frontera eficiente de portafolios para cada uno de los portafolios elegidos. Se presenta los resultados de las inversiones. Para la evaluación de los portafolios se mantendrán las posiciones establecidas en un comienzo por un período de tres meses bajo la modalidad de inversión pasiva de “comprar y mantener”. El desempeño del portafolio será evaluado en comparación al desempeño del índice Standard and Poor 500 escogido como referencia. Dicha evaluación se hará a través de las siguientes medidas: Sharpe, Treynor, y alfa de Jensen.

En el capítulo 4 se presentan, conclusiones y recomendaciones

## ANTECEDENTES

Teoría de selección de carteras, ocupa un lugar destacado Harry Markowitz, que en 1952 publicó en la revista Journal of Finance. En este trabajo plantea un modelo de conducta racional del inversionista para la selección de carteras de títulos-valores con liquidez inmediata. [3]

Posteriormente, en 1959, publicó su libro Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría. Existían contradicciones al modelo de Markowitz las principales causas radicaba en la complejidad matemática del método debido a que es un programa cuadrático paramétrico, el algoritmo de resolución era complejo; por otra, el número de estimaciones de rentabilidades esperadas, varianzas y covarianzas a realizar es muy elevado. En el año de 1964, 1978 William Sharpe plantea una simplificación consistente en suponer la existencia de una relación lineal entre el rendimiento del título y el de la cartera de mercado.[3]

El problema de la selección de portafolio consiste en que el inversionista debe seleccionar el portafolio óptimo entre un conjunto de portafolios posibles [2] buscando un equilibrio entre la maximización del rendimiento y la minimización del riesgo de la inversión entre otras restricciones. [2]

La primera formulación matemática del problema de seleccionar un portafolio buscando un cierto equilibrio entre riesgo y rendimiento se debe a Markowitz [3]. La teoría de Markowitz combina elementos probabilísticos y de la teoría de la optimización; se supone conocida la distribución de probabilidad de la rentabilidad que proporcionan los activos, y se resuelve un problema de minimización del riesgo, medido en términos de

varianza, sujeto a que se alcance un beneficio esperado predeterminado, estudio que le hizo acreedor del premio nobel en 1990. [2]

La presencia de la incertidumbre hace necesario que las decisiones de inversión se basen en expectativas acerca del verdadero valor futuro de la inversión [4]. Pero en un mercado que funciona bajo condiciones de incertidumbre no es posible conocer con anticipación y certeza los valores futuros de los activos en los cuales se invierte. Estos modelos tratan de responder interrogantes como: ¿Cómo se puede evitar el riesgo? ¿Cómo hacer para que los inversionistas tengan una menor probabilidad de pérdida en sus inversiones? ¿Cómo lograr una aproximación a lo que puede ser la rentabilidad o el precio futuro de un activo? ([4], [5], [6]).

Para tratar de dar respuesta a estos interrogantes, se han desarrollado diversos métodos que buscan dar estrategias y herramientas para que los inversionistas puedan lograr reducir el grado de incertidumbre cuando se acercan a este mercado. El Modelo de Medias y Varianzas (MMV) creado por Markowitz es el modelo base para el desarrollo de otros modelos, como es el modelo de mercado de Sharpe [5] llamado Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM), después de éstos modelos se han mejorado y se han creado modelos como el CAPM multifactor entre los que sobresale el modelo de los tres factores de Fama y French [5], el Modelo de Valoración de Precios a través del Arbitraje (APT) y el modelo de Valoración de Precios a través de Opciones (OPM) [6]

## OBJETIVOS

### Objetivo General

El objetivo del presente trabajo es poner en práctica el modelo de Media-Varianza de Markowitz con la finalidad de generar un portafolio eficiente óptimo sin más restricciones que la de no mantener posiciones cortas o de venta con un portafolio similar pero al que se le han añadido restricciones de pesos máximos y mínimos – también sin posiciones cortas. Se busca tener una mejor idea de las ventajas y limitaciones de la Teoría de Marcowitz cuando el número de activos es limitado y cuando el desempeño histórico del activo difiere del desempeño más reciente.

### Objetivos Específicos

- Presentar una metodología de selección de acciones basada en su desempeño riesgo-rendimiento versus al activo libre de riesgo a través del uso del Sharpe.
- Entender mejor la teoría de Marcowitz a través de la aplicación práctica con valores reales de los mercados.
- Entender mejor las implicaciones de una estrategia de inversión pasiva, es decir una en la que durante todo el período de observación del portafolio mantendremos las posiciones originales sin variación en el contexto de un mercado eficiente.

## CAPÍTULO 1

### 1. PORTAFOLIO

Un portafolio es un conjunto de valores con una combinación única de riesgo y rendimiento esperado. La selección de este portafolio enfrenta al inversionista a un gran dilema el cual es elegir éste de entre un conjunto de portafolios posibles. Aunque hay varios criterios que pueden definir el portafolio óptimo de acuerdo a cada individuo, el criterio básico de optimización se puede utilizar se basa en la maximización del retorno esperado para un riesgo máximo aceptable según la aversión al riesgo del inversionista o la minimización del riesgo sujeto a un nivel de rendimiento.

Si  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  es el conjunto que representa activos que conformarán el portafolio, entonces un portafolio se define mediante

$$P = W_1 A_1 + W_2 A_2 + \dots + W_n A_n \quad (1.1)$$

Donde

$$W = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$w_i$  = Indica la fracción del portafolio  $P$  invertida en el activo  $i$ , o peso de  $i$  ( $w_i$ ) por lo tanto debe cumplirse la condición  $= \sum_{k=1}^n w_k = 1$

Es decir que la suma de los pesos de las diferentes acciones no puede ser diferente de 1

### 1.1. Retornos esperados: individuales y del portafolio

El retorno es el beneficio que se obtendrá de mantener una inversión durante un tiempo determinado. Para obtener el retorno individual en un período de cada activo que va formar parte del portafolio tendremos:

$$\text{Retorno} = \frac{(Pv - P_c) + D}{P_c} \quad (1.3)$$

Dónde:

P<sub>v</sub> = Es el precio venta del valor

P<sub>c</sub> = Es el precio de compra del valor

D = es el dividendo que se paga al final del periodo

Ejemplo:

Un inversor compra una acción de Escalade en \$1.000 y la vende luego de un período por \$1.200. Durante este periodo recibe un dividendo por importe de \$30.

$$\text{Retorno} = \frac{(1200 - 1000) + 30}{1000} * \frac{365}{365} \quad (1.4)$$

$$\text{Retorno} = 0.23 \quad (1.5)$$

El retorno de este valor es para un periodo de tendencia.

## 1.2. Retornos individuales para varios períodos

Los retornos individuales para n periodos cuando n es suficientemente grande y no se tiene evidencia de que el retorno de un período tenga diferente probabilidad de ocurrencia que otro se obtienen a través de un promedio aritmético simple, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\text{Retorno}_i = \frac{\sum_k^n r_i}{n} \quad (1.6)$$

Ejemplo:

Contaremos con 10 acciones de las cuales obtendremos los retornos de 24 períodos.

Date	USEG	UEIC	SCS	DNO,L	HNI	BDE	ESCA	PLCC	ITG	ONTY
03/01/2000										
01/02/2000	-0,01759576	0,07898841	0,07379233	-0,03259294	-0,03736615	0,4953962	0,45391749	0,34830669	0,08732818	0,44538894
01/03/2000	-0,13607054	0,20526313	-0,01100424	1,16013114	0,33380468	-0,5014658	-0,0651393	0,04255961	-0,09453619	-0,2861268
03/04/2000	-0,15754627	-0,16799173	-0,02096513	-0,07223185	-0,03165895	-0,56383677	0,09180755	-0,23671563	0,0618754	-0,28981095
01/05/2000	0,1369976	0,07061757	0,04149973	0,17851197	0,00401262	-0,42595222	0	0	-0,10536052	0,04800922
01/06/2000	-0,16109515	0,11007665	0,33531012	0,20387481	-0,06012417	0,39281399	-0,04944828	-0,03797925	0,15719366	0,13849302
03/07/2000	-0,10716883	-0,2503842	0	-0,11243663	0,12812495	-0,04956207	0,05818196	0,10697212	0,20806654	-0,30839206
01/08/2000	0	0,21474014	-0,02651113	0,07929493	0,01327336	0,49172545	0,04671762	-0,00873368	-0,01303961	0,4177352
01/09/2000	-0,09984533	0,02046428	0,01872899	0,05612211	-0,08989239	-0,97544433	0,00826451	0,05683347	-0,18407309	0,02409755
02/10/2000	0,30010459	-0,27522043	0,05046287	-0,00661538	-0,02335191	-0,82461394	0,24673147	-0,26043243	-0,10360898	-0,15415068
01/11/2000	-0,14738351	-0,24488055	-0,26655129	0	0,01524062	-0,27180872	-0,25499598	-0,05526268	-0,17385748	-0,21622311
01/12/2000	-0,13783247	0,07112319	0,03571808	0	0,04770922	-0,08486622	0,05646661	-0,10788896	0,32191822	-0,29924289
02/01/2001	-0,03509132	0,30756089	0,07544375	-0,0449597	-0,02016875	0,2787134	0,13549026	0,01673679	0,11878066	0,43610208
01/02/2001	0,62996828	-0,10694908	-0,04889863	-0,19697333	-0,0011325	-0,2787134	-0,06728201	-0,05107493	0,09112437	-0,24605847
01/03/2001	0,11051028	-0,13421298	-0,15491027	-0,19656837	-0,07834443	-0,09274205	0,03950244	-0,11560201	-0,00584284	-0,04913638
02/04/2001	0,17172219	0,14946439	0,02365419	-0,01736851	0,08286677	0,01400801	0,01745245	-0,02985296	-0,04893667	0,22502704
01/05/2001	0,18811078	0,08164733	0,07984289	0,05790111	0,01733339	-0,23012303	0,01032711	0,16705408	0,03536714	-0,02614528
01/06/2001	-0,20048207	-0,14410034	-0,11553736	-0,22974488	-0,04246321	0,179399	0,02033968	0,04184711	-0,00416667	-0,04885639
02/07/2001	-0,13531128	-0,21209372	0,25415173	-0,08702257	0,06222236	0,07816477	-0,02377022	0,00816331	0,04262175	-0,10088899
01/08/2001	-0,04369627	0,00684465	-0,11726125	0,05639709	-0,05703054	0,08500435	0,23475967	0,10779657	0,09974317	-0,1191301
04/09/2001	-0,07735814	0,02824667	-0,07808844	-0,12490084	-0,09847975	-0,61352955	-0,14603156	-0,09969936	-0,04415787	-0,22444422
01/10/2001	-0,12552067	-0,02280448	0,03858599	-0,02490118	0,09155132	-0,16914346	0,32244803	0,03564734	0,14915619	-0,19322679
01/11/2001	0,20287881	0,12184533	0,08538205	0,33933287	0,06667268	0,18934617	0,32072904	0,01926842	-0,11357091	0,0735439
03/12/2001	0,15804242	0,03308039	0,03848743	-0,17654119	0,07665988	0,44468582	0,1401212	0,16822779	0,01912203	0,02653956
02/01/2002	-0,1481658	-0,06978176	0,06575138	0,12116036	0,0065049	-0,2155602	-0,03360433	-0,02283949	0,11427891	-0,07667537
RETORNO	0,00700715	-0,00535234	0,01571183	0,03874454	0,01691517	-0,11033769	0,06512439	0,00388883	0,02564272	-0,03348217

Tabla 1: Rendimientos esperados

Elaboración: Propia

### 1.3. Cálculo de los retornos de un portafolio

El retorno esperado de un portafolio es el promedio ponderado de los retornos individuales determinado en una relación lineal.

$$E(r)P = \sum_{i=1}^n W_i R_i \quad (1.7)$$

Dónde:

$\sum_{i=1}^n$  = sumatoria de los retornos individuales desde el retorno 1 hasta el retorno

$W_i$  = peso del retorno de cada activo

$R_i$  = retorno de cada activo

Ejemplo:

VALORES	A	B	C
R <sub>i</sub>	10%	20%	40%
W <sub>i</sub>	50%	30%	20%

$$E(r)P = 0.5(10) + 0.3(20) + 0.20(40) \quad (1.8)$$

$$E(r)P = 5\% + 6\% + 8\% \quad (1.9)$$

$$E(r)P = 19\% \quad (1.10)$$

### 1.4. Riesgo

El riesgo es la incertidumbre producida en el rendimiento de una inversión debida a los cambios producidos en el sector en el que se opera y a la inestabilidad de los mercados financieros.

Como consecuencia, los retornos esperados pueden diferir en más o en menos del retorno esperado. Por esta razón, el riesgo individual de los activos se estima a partir de la varianza y desviación estándar de la serie histórica de retornos de los mismos.

#### 1.4.1. Estimación de riesgo individual para cada valor

Varianza.-

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_k^n (r_i - E(r_i))^2 \quad (1.11)$$

Desviación estándar.-

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k^n (r_i - E(r_i))^2} \quad (1.12)$$

Los retornos continuos estimados como  $\ln(P_1/P_0)$  miden la variación periódica de los precios. La varianza y la desviación estándar miden la dispersión de la distribución de los retornos. Por lo tanto, podríamos considerar a este riesgo como un riesgo total que no analiza la fuente de tal variación sino simplemente la mide.

#### 1.4.2. Estimación del riesgo para un portafolio

Para la estimación del riesgo de un portafolio debemos tomar en cuenta cuatro factores muy importantes:

- Que tan riesgosos son los elementos individuales?

- Qué peso tiene cada elemento?
- Que correlación tienen entre sí?
- Cuantos activos conforman el portafolio?

La estimación del riesgo de un portafolio de n elementos medido a través de la varianza y desviación estándar del mismo sería:

$$\sigma_p^2 = [w_1, w_2 \dots \dots \dots w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_2^2 & \sigma_{2n} \\ \sigma_n^2 & \sigma_{n2}^2 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

$$\sigma^2 p = [\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}] \quad (1.14)$$

Ejemplo:

Acción	A	B	C
$\sigma$	20%	40%	30%
$W_i$	70%	20%	10%
$\rho_{A,B,C}$	0.9		

$$\sigma^2 p = (0.7)^2 (0.2)^2 + (0.2)^2 (0.4)^2 + (0.1)^2 (0.3)^2 + (0.7)(0.2)(0.1)(0.2)(0.4)(0.3)0.9 \quad (1.15)$$

$$\sigma^2 p = (0.0196) + (0.0064) + (0.0009) + (0.0003024) \quad (1.16)$$

$$\sigma^2 p = 0.0272024 \quad (1.17)$$

$$\sqrt{\sigma^2 p} = 0,16493 \quad (1.18)$$

### 1.5. Diversificación del Riesgo en un Portafolio

La diversificación consiste en invertir en el mayor número de valores con la finalidad de que la porción de cada una sea más pequeña y de esta manera lograr reducir la variabilidad de las rentabilidades. Adicionalmente, la diversificación será más efectiva si la correlación entre los activos es baja. Cuando el número de activos es grande, el riesgo total del portafolio dependerá más del promedio de las covarianzas de los riesgos individuales de cada activo.

Las ecuaciones 1.16 y 1.17 nos muestran que los elementos que inciden en el riesgo del portafolio son los pesos de los activos participantes, el riesgo individual de ellos medidos por la varianza individual y finalmente la correlación entre ellos. Cabe anotar que el riesgo individual y la correlación son los elementos que determinan la covarianza a la que nos referimos anteriormente.

“No poner todos los huevos en la misma canasta” principio básico de la diversificación permite al administrador del portafolio disminuir el riesgo inherente de la cartera buscando una mejor relación riesgo y rendimiento. [7]

La diversificación da como resultado la reducción del riesgo, porque la desviación estándar de una cartera será menor al promedio ponderado de las desviaciones estándar de los valores componentes. [2]

Mediante la diversificación podemos disminuir el riesgo de un portafolio el inversionista puede incluir una cantidad menor de los activos más riesgosos; escoger instrumentos de menor riesgo individual; escoger instrumentos que tengan una correlación baja entre ellos; o una combinación de las tres estrategias anteriores.

Sin embargo, la diversificación tiene un límite pues no todos los riesgos pueden ser eliminados por completo o mitigados como veremos.

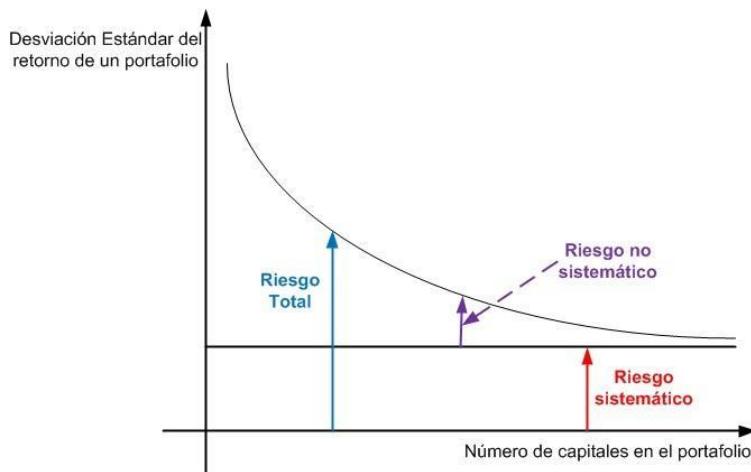
### 1.5.1 Riesgo Único

El riesgo único o no sistemático.- Es propio, resulta del hecho de que mucho de los peligros que rodean a una determinada empresa son específicamente suyos. Es particular para cada activo y por lo tanto es diversificable y no tiene una medida directa [3]

### 1.5.2. Riesgo de Mercado

Es el riesgo inherente al propio mercado se deriva del hecho de que hay otros peligros en el conjunto de la economía que amenazan a todos los mercados y que no puede eliminarse mediante diversificación. Las acciones tienden a moverse al mismo sentido es por esta razón que los inversores están expuestos a las incertidumbres del mercado independientemente del número de acciones que posean. [2]

Sin embargo, al riesgo lo podemos considerar desde dos perspectivas: si el riesgo es diversificable lo llamaremos riesgo único. Si el riesgo, por otro lado, no se puede diversificar, entonces lo llamaremos riesgo de mercado. También se los conoce como riesgo no sistemático y sistemático, respectivamente.



**Ilustración 1: Riesgo sistemático y no sistemático**

(ALLEN, MYERS, & BREALEY, 2010)

De acuerdo al modelo CAMP, el rendimiento de una acción está relacionado con el rendimiento de un índice de mercado durante un mismo periodo. Si el valor del índice de mercado subió, es probable que la acción haya subido

Para la predicción los retornos lo realizamos mediante la beta. La beta es la pendiente del modelo de mercado, está pendiente mide la sensibilidad de los rendimientos del valor de los rendimientos del índice del mercado

En el CAMP, el riesgo total medido por la varianza de cualquier activo consta de dos partes: el riesgo único o no sistemático y el riesgo de mercado o sistemático. Esta distinción de riesgo es básica para entender el CAPM antes definido, puesto que este modelo considera solamente el riesgo de mercado. Es también básico para el entendimiento de lo que es un portafolio perfectamente diversificado al que solo debería afectar el riesgo de mercado.

## CAPÍTULO 2

### 2. ADMINISTRACIÓN PASIVA Y ACTIVA DE INVERSIONES

Los inversionistas que participan en el mundo financiero pueden optar por varias alternativas o modalidades. Sin embargo, a partir de la hipótesis de mercados eficientes, es común diferenciar dos estrategias: pasiva y activa.

#### Administración Pasiva.-

Aquellos que optan por una estrategia de inversión pasiva consideran que los mercados son eficientes y son difíciles de superar, escogen portafolios que sigan a un índice que se convierte en su *benchmark* y no realizarían ajustes frecuentes a su portafolio<sup>2</sup>. Se sentirán contentos al comparar los rendimientos con el benchmarking de acuerdo con el portafolio que elijan. [2]

Los inversionistas pasivos no se enfocan en elegir las acciones con mejores perspectivas de rendimiento, por el contrario, se enfocan en realizar una buena asignación de activos que les permita obtener rendimientos de mercado en el largo plazo. Por ello, la estrategia pasiva de inversión va acompañada de la modalidad “compre y mantenga” como se la conoce comúnmente.

#### Administración activa.-

Existen inversionistas que conocen bien el mercado y consideran que se le puede ganar fácilmente, tratan de encontrar el momento adecuado para comprar, vender y buscan reconocer oportunidades específicas de inversión. Además implica la creencia de que las situaciones de mala valuación ocurren y pueden ser identificarse con consistencia razonable. [2]

---

<sup>2</sup> Fondo índice: Son carteras de mercado

Utilizan y le dan gran valor al análisis técnico y análisis fundamental para encontrar patrones en los precios de las acciones que tengan un potencial de rendimiento superior al mercado en corto, mediano y largo plazo y que por una valoración errada como se mencionó anteriormente estén subvaluadas (buenas para ser compradas) o sobrevaluadas (buenas para ser vendidas).

El inversionista activo tiene una rotación de cartera mayor que la del inversionista pasivo. Por ello incurre en mayores costos transaccionales. Si bien se conocen casos de mucho éxito de este tipo de estrategia activa la evidencia empírica muestra que en general, el exceso de retorno que ésta consigue es neutralizada o incluso superada por los costos administrativos de la constante compra-venta de los instrumentos financieros.

## 2.1.Diversificación eficiente

La teoría de Markowitz se enmarca en la alternativa de inversión pasiva. Harry Markowitz en su artículo escrito en 1952, hizo mucho énfasis en la diversificación de carteras y mostró como un inversor puede reducir las desviaciones típicas de la rentabilidad de las carteras eligiendo acciones que no se muevan exactamente igual –es decir, que tengan baja correlación entre ellas. Posteriormente continúo con el desarrollo los principios básicos de la formación de carteras. [3]

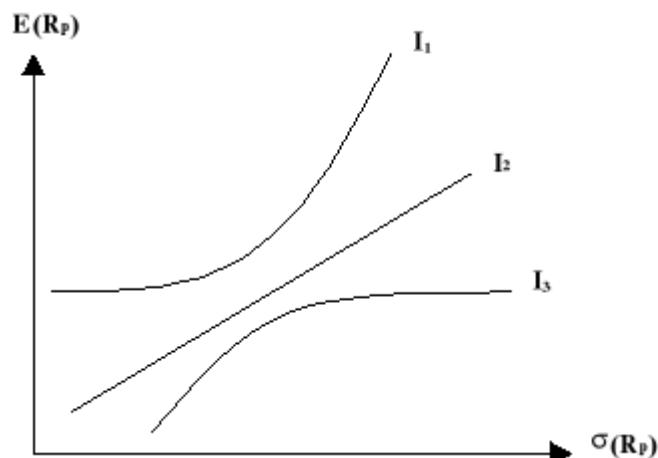
El administrador de inversiones tiene diferentes combinaciones de carteras a partir de un conjunto de N valores. Combinando estos valores en diferentes proporciones puede obtener una amplia gama de selección de riesgo y rentabilidad esperada. [3]

El rendimiento del portafolio incrementa la riqueza y por el contrario, la varianza aleatoriamente puede reducir o aumentar la riqueza. Para individuos adversos al riesgo, la desviación estándar está en relación inversa con la utilidad esperada ([2].

El inversionista prefiere mayores rendimientos esperados a menores rendimientos, así como menores desviaciones estándar a mayores desviaciones estándar (aversión al riesgo)

### 2.1.1. Curvas de Indiferencia

Cada línea curva indica una curva de indiferencia para el inversionista y representa todas las combinaciones de carteras que proporcionan al inversionista un nivel dado de utilidad esperada. [3]



**Ilustración 2: Curvas de Indiferencia**

(ALLEN, MYERS, & BREALEY, 2010)

El inversionista debe determinar la combinación de rendimiento esperado y desviación estándar de cada cartera que le dé la máxima satisfacción. Este punto siempre se ubicará en la curva que se encuentre más hacia el nor-occidente del conjunto. [3]

La pendiente de las curvas de indiferencia proyecta curvas de indiferencia convexas con respecto al eje de la desviación estándar. Por lo tanto, si bien aumente el rendimiento del portafolio, los individuos reflejarán un menor deseo de correr riesgos. La aversión al

riesgo creciente con respecto a la desviación estándar implica la convexidad de las curvas de indiferencia. [3]

## 2.2. Modelo de Markowitz

El modelo de Harry Markowitz (1952) es sólo un modelo de diversificación de inversión. Sin embargo, el modelo resuelve, una vez elegidos el número y los activos que conformarán el portafolio, qué cantidades invertir en cada uno de ellos de acuerdo con el criterio de la media y varianza [3].

El modelo de diversificación busca encontrar el portafolio con la combinación riesgo rendimiento esperado que haga máxima la utilidad esperada del inversionista. Sujeta a una restricción:

Maximizar la utilidad esperada

$$s. a. \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (2.1)$$

La restricción presupuestal indica que la unidad representa el presupuesto total del portafolio. Si esta suma es mayor a uno, el agente está invirtiendo un capital mayor al presupuesto total del portafolio, si es menor que uno, está invirtiendo un capital inferior; y si es igual a la unidad, está invirtiendo exactamente el valor total del presupuesto. [2]

El conjunto factible es un subconjunto del espacio riesgo- rendimiento, el cual contiene todas las combinaciones riesgo rendimiento esperado que se pueden formar a partir de riesgo- rendimiento. No se elige entre todos los portafolios factibles, pues sólo se lo

hace entre portafolios eficientes. El subconjunto de portafolios eficientes se denomina conjunto eficiente de portafolios. [4]

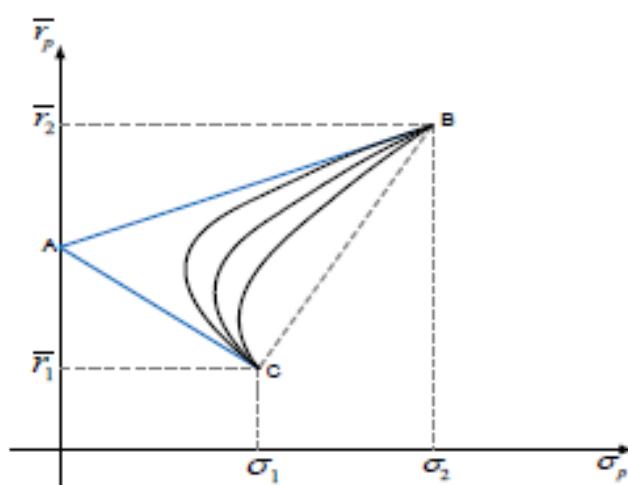
### 2.2.1. Conjunto factible y conjunto eficiente de portafolios

El mercado de valores encontramos diferentes combinaciones de rendimientos esperados y desviación estándar mediante el cual los inversionistas pueden construir diferentes portafolios para optimizar sus inversiones. Realizada la selección de títulos o valores que conformarán el portafolio, se puede conformar un número infinito de combinaciones, dependiendo de las proporciones invertidas en cada uno de estos títulos.

[7]

El conjunto de todas las combinaciones posibles que pueden formarse a partir de los N activos individuales que conforman el portafolio, se conoce como conjunto factible.

Debido a que existen infinitas combinaciones posibles entre los activos que conforman el portafolio, el conjunto factible es infinito. Es conveniente reducir el conjunto de elección. Esto se logra considerando sólo eficientes, para lo cual se emplea el criterio de la media y la varianza como argumento de eficiencia: [5]

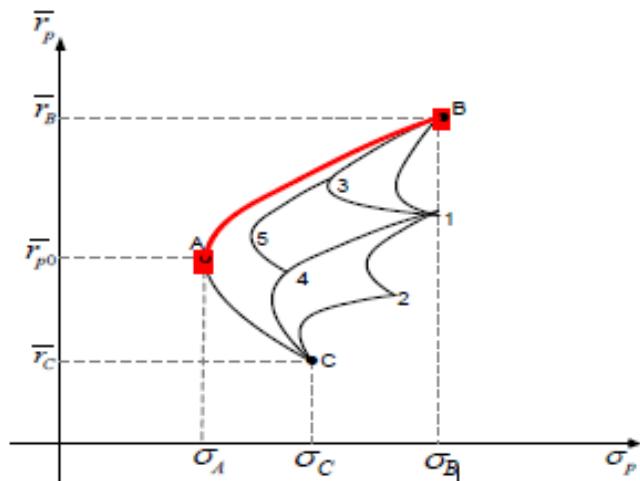


**Figura 2.2: Frontera Factible de Portafolios**

(BUSHONG, 2007).

El conjunto factible de portafolios comprende el área entre A, B y C (Figura 2.2), la cual tiene forma de sombrilla. El portafolio de máximo y mínimo rendimiento es el constituido únicamente por el activo individual de mayor y menor retorno esperado entre los n activos del portafolio puntos B y C. El portafolio de mínimo riesgo libre requiere necesariamente la combinación de varios activos individuales diferentes, el cual se localiza en el punto A de la (Figura 2.2).

Los portafolios eficientes corresponden a la frontera izquierda de dicha área, puesto que representan el mínimo riesgo para cada nivel de rendimiento. Sin embargo, los portafolios ubicados entre los puntos A y C, sin incluir el portafolio A, no hacen parte de la frontera eficiente, la frontera eficiente corresponde a la curva entre A y B (curva roja de la Figura 2.3). [6]



**Ilustración 3: Conjunto Eficiente de Markowitz**

(VILLAMIL, 2007)

### 2.3. Maximización de la utilidad esperada

La máxima utilidad esperada del modelo media-varianza se logra en el punto de tangencia de la frontera eficiente Markowitz con la curva de indiferencia del inversionista en el espacio riesgo- rendimiento. [2]

William Sharpe, propuso el modelo en el que la utilidad esperada se encuentra en relación directa con el rendimiento esperado del portafolio y en relación inversa con el riesgo del mismo. [3]

Minimizar

(2.2)

$$s.a \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\tau > 0$$

En este modelo,  $\tau$  denota la tolerancia al riesgo, la cual determina el grado de inclinación o pendiente de la recta de indiferencia. Un mayor valor de  $\tau$  indica mayor tolerancia al riesgo. En este caso, el portafolio óptimo depende de  $\tau$ , es decir, depende de las preferencias de cada inversionista. [7]

### 2.4. Introducción de un activo libre de riesgo

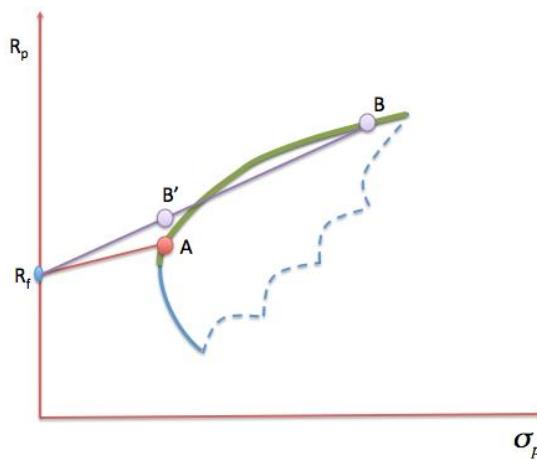
El modelo de Markowitz se mejorará al incluir un activo libre de riesgo<sup>3</sup>. El método de Markowitz consiste en invertir durante un periodo de tendencia por lo cual el rendimiento del activo libre de riesgo durante ese periodo es seguro. La desviación estándar del activo libre de riesgo, es cero.

---

<sup>3</sup> Activo libre de riesgo : varianza del retorno esperado es cero

El activo libre de riesgo por definición tiene un rendimiento seguro, debe ser algún tipo de valor de ingreso fijo sin posibilidades de incumplimiento. Las letras del Tesoro son las inversiones más segura que pueden realizarse [3]

Al introducir un activo libre de riesgo, el inversionista puede invertir una parte de su dinero en este activo y el resto en la cartera optima del conjunto factible. La inclusión de este activo amplía el conjunto factible.



**Ilustración 4: Frontera eficiente que incluye un activo sin riesgo**  
 (MASCAREÑAS, 2012)

#### 2.4.1. Línea del mercado de capitales (CML)

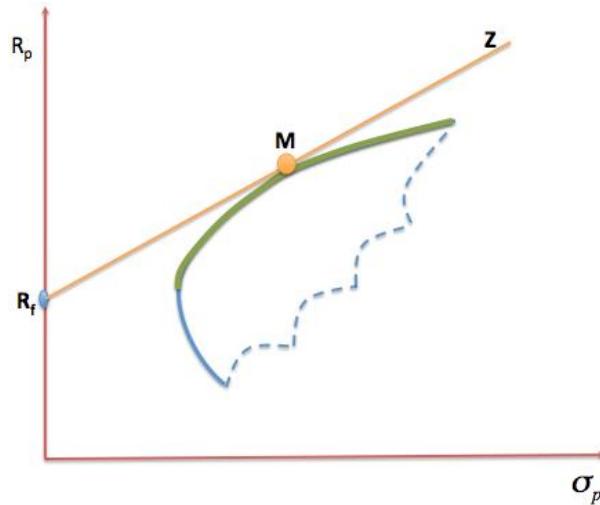
La Línea del mercado de capitales (Capital Market Line) es la línea tangente trazada desde la rentabilidad del activo libre de riesgo hasta la región factible de las carteras de mercado en su frontera eficiente.

Las carteras eficientes se ubicaran en esta recta. El inversor consigue mayor rentabilidad esperada combinando la cartera y un activo libre de riesgo.

La línea del mercado de capitales se interpreta como una relación de equilibrio entre el riesgo de un portafolio eficiente y su rendimiento. El inversionista elige la cantidad de riesgo que está dispuesto a soportar de acuerdo con sus preferencias y la línea del

mercado de capitales le informa el rendimiento de equilibrio para ese nivel de riesgo.

[5]



**Ilustración 5: Línea de Mercado de Capitales**

(MASCAREÑAS, 2012)

La pendiente de la CML representa la relación entre la rentabilidad esperada y el riesgo asociado. Se la denomina comúnmente precio del riesgo. [7]

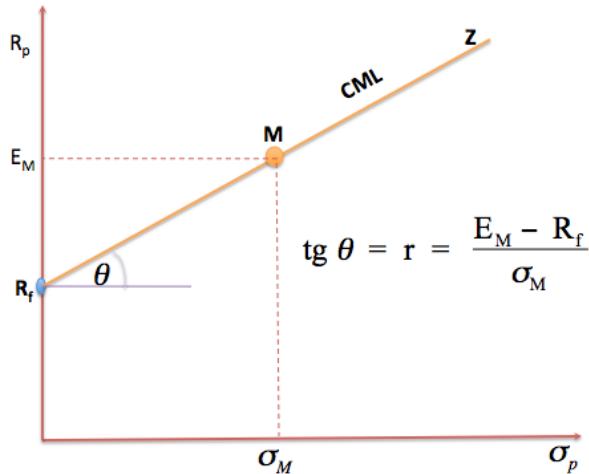
### Ecuación de la CML

$$E_P = R_f - r\sigma_P \quad (2.3)$$

$$E_M = R_f - r\sigma_M \quad (2.4)$$

$$r = \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \quad (2.5)$$

$$E_P = R_f + \frac{E_M - R_f}{\sigma_M} \sigma_P \quad (2.6)$$



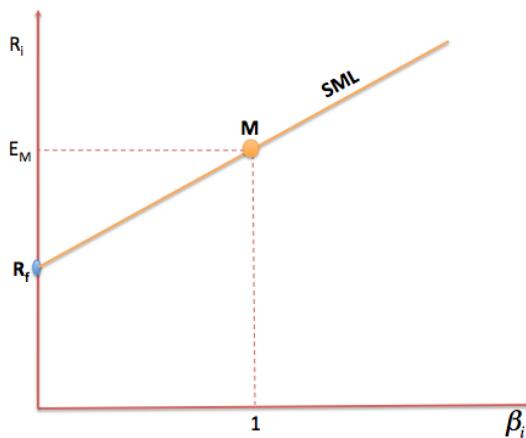
**Ilustración 6: Pendiente de la Línea de Mercado de Capitales**

(MASCAREÑAS, 2012)

#### 2.4.2. Línea del Mercado de Títulos (SML). El CAPM

Línea del mercado de títulos (Securities Market Line - SML), es la base del modelo de valoración de activos financieros (Capital Assets Pricing Model o CAPM) desarrollado por el premio Nobel William Sharpe y por John Lintner [7]

En el equilibrio todos los títulos y carteras (eficientes o no) se situarán en la SML. Una medida adecuada del riesgo de cada activo es la covarianza de su rendimiento con el del mercado, representándose sobre la SML. Así que cuando un inversor considere añadir un nuevo título a su cartera deberá saber que el único riesgo por el que será premiado será la covarianza del rendimiento del activo con el del mercado y no su riesgo total medido por la varianza o desviación típica. [7]



**Figura 2.7 Línea del mercado de Títulos**

(MASCAREÑAS, 2012)

### Ecuación de la SML

$$R_i = R_f + \beta_i [R_m - R_f] \quad (2.7)$$

El coeficiente  $\beta$  indica la volatilidad de la rentabilidad del título en relación a las variaciones de la rentabilidad del mercado. Aquellos títulos o carteras con una  $\beta > 1$  tendrán un riesgo superior al de la cartera de mercado y se denominan agresivos; mientras que los que tengan la  $\beta < 1$  tendrán un riesgo menor que la cartera de mercado y se les denomina defensivos. Así que la medida significativa del riesgo de un título es su volatilidad, es decir, su riesgo sistemático. [7]

La SML también nos permite calcular el rendimiento esperado de las carteras. Para ello basta con calcular la  $\beta$ ta de la cartera a través de la media de las  $\beta$ etas de cada título, ponderadas por la parte del presupuesto invertido en las mismas, de esta manera tendríamos que la  $\beta$ eta de la cartera. [6]

Ejemplo de inversión de un activo libre de riesgo y un activo riesgoso

	A	B
$W_i$	0.4	0.6
$\sigma$	0.4	0.2
$r$	20%	12%
$\rho_{A,B,C}$	0.5	

Calculo de rendimiento esperado del activo riesgoso

$$E(r_{pr}) = \sum_{i=1}^n w_i r_i \quad (2.8)$$

$$E(r_{pr}) = 0.4(20) + 0.6(12) \quad (2.9)$$

$$E(r_{pr}) = 15.2\% \quad (2.10)$$

Calculo del riesgo esperado del activo riesgoso

$$\sigma^2(p) = W_{ir}\sigma^2_{pr} \quad (2.11)$$

$$\sigma^2(p) = (0.16)(1600) + (0.36)(400) + 2(0.24)(800)(0.5) \quad (2.12)$$

$$\sigma^2(p) = 256 + 144 + 192 \quad (2.13)$$

$$\sqrt{\sigma^2(p)} = \sqrt{592} \quad (2.14)$$

$$\sigma_{pr} = 24.3\% \quad (2.15)$$

La matemática del portafolio desarrollada nos indica que la contribución al riesgo de un portafolio por parte de sus componentes depende de tres factores:

1. El peso que el instrumento tenga dentro de la cartera
2. El riesgo individual del instrumento medido por la desviación estándar
3. La correlación del instrumento con los demás instrumentos de la cartera

Sin embargo, el número de los instrumentos integrados en la cartera es de mucha importancia, puesto que de él depende cuánto riesgo podamos diversificar hasta que el riesgo que permanezca en la cartera sea únicamente el riesgo no diversificable o riesgo de mercado.

Continuando con el ejemplo para la inclusión del activo libre de riesgo asumamos una nota del tesoro de USA que ofrece un rendimiento seguro del 5%.

Las proporciones en las que estamos invirtiendo serían: Portafolio riesgoso= 80% y activo libre de riesgo= 20%

Cálculo del rendimiento esperado del portafolio completo

$$E(r_c) = 0.8 * 15.2\% + 0.2(5\%) \quad (2.16)$$

$$E(r_c) = 13.16\% \quad (2.17)$$

Cálculo del riesgo esperado del portafolio completo

$$\sigma_{pc} = 0.8(24.3\%) \quad (2.18)$$

$$\sigma_{pc} = 19.44\% \quad (2.19)$$

Al invertir en un activo libre de riesgo nuestro riesgo de la cartera disminuyó de un 24.3% a un 19.44%, pero también disminuye el retorno del 15.2% al 13.6%.

Además podemos ejemplificar una inversión de un Portafolio riesgoso= 20% y activo libre de riesgo= 80%

Cálculo del rendimiento esperado del portafolio completo

$$E(r_c) = 0.2 * 15.2\% + 0.8(5\%) \quad (2.20)$$

$$E(r_c) = 7\% \quad (2.21)$$

Cálculo del riesgo esperado del portafolio completo

$$\sigma_{pc} = 0.2(24.3\%) \quad (2.22)$$

$$\sigma_{pc} = 5\% \quad (2.23)$$

#### 1.4.1. Cálculo del índice de Sharpe

Para nuestro ejemplo anterior calcularemos el Sharpe para la inversión riesgosa y el Sharpe completo

Sharpe del Portafolio Riesgoso-

$$SHARPE (R) = \frac{Er_{pr} - rf}{\sigma_{pr}} \quad (2.24)$$

$$SHARPE (R) = \frac{15.2 - 5}{24.3} \quad (2.25)$$

$$SHARPE (R) = 0.42 \quad (2.26)$$

Sharpe del Portafolio Completo.-

$$SHARPE (C) = \frac{Er_{pc} - rf}{\sigma_{pc}} \quad (2.27)$$

$$SHARPE(C) = \frac{13.16 - 5}{19.44} \quad (2.28)$$

$$SHARPE(C) = 0.42 \quad (2.29)$$

El rendimiento del activo riesgoso es de 0.42. Al incluir un activo libre de riesgo de igual manera tenemos un rendimiento del 0.42

Con el modelo Markowitz, el portafolio óptimo es el mismo para todos los inversionistas sin importar su grado de aversión al riesgo, pero por otro lado, para formar el portafolio completo, la selección de los pesos y el activo libre de si depende de la aversión al riesgo de cada uno entonces los ubicaría en diferentes puntos de la CML.

## CAPÍTULO 3

### 3. PORTAFOLIOS DE ACCIONES EN LA BOLSA DE VALORES DE NEW YORK.

En este capítulo se construye dos portafolios utilizando datos estadísticos de la bolsa de valores de New York . Se considera información de 22 acciones con un periodo de tiempo de 13 años a partir del 03 de enero del 2000 hasta 03 de enero del 2013. Los precios de las acciones son mensuales y los valores se los puede ver en las tablas del Anexo 1.

Se formará un portafolio de seis acciones cuyos pesos serán seleccionados a través de la optimización media-varianza con tan solo la restricción de que no se obtengan posiciones cortas o de venta de los activos, con otro compuesto por las mismas acciones cuyos pesos también serán seleccionados a través de optimización media-varianza pero con mayores restricciones para lograr diferentes objetivos de optimización.

Con la información recopilada, se procede a calcular los rendimientos mensuales de cada acción, luego, a partir de los rendimientos históricos se construye la matriz de varianzas y covarianzas.

Nº	ACCION	SIMBOLO
1	US ENERGY	USEG
2	UNIVERSAL ELECTRONICS	UEIC
3	STEELCASE	SCS
4	DOMINIO PRINTING	DNO,L
5	HNI CORP	HNI
6	BLACK DIAMON	BDE
7	ESCALADE	ESCA
8	PAULSON CAPITAL	PLCC
9	INVESTMENT TECHNOLOGY	ITG
10	ONCOTHYREON	ONTY
11	IDERA PHARMACEUTICALS	IDRA
12	ARRHYTHMIA RESEARCH	HRT
13	BIOQUELL	BQE,L
14	BALLARD POWER	BLDP
15	CRA INTERNATIONAL	CRAI
16	MAGDONALS	MCD
17	STAR BUFFET	STRZ
18	VIRNETX HOLDING	VHC
19	GREEKNET	GKNT
20	AMBIENT	AMBT
21	CLEARFIEL	CLFD
22	PLANTRONIES	PLT

**Tabla 2 : Acciones de la Bolsa de Valores de New York**

**(Yahoo Finance, 2013)**

La selección de las acciones de la bolsa de New York fue al azar, verificando que se pueda obtener los datos históricos mensuales de los 13 años que es el período de tiempo a analizar, las acciones se muestran en la tabla 3.1.

### 3.1. Selección de Acciones

Con los precios mensuales de cada una de las acciones calculamos los retornos individuales de un período de 13 años, seguidamente realizamos los cálculo de la media, varianza, e índice de Sharpe para cada una de las acciones. Podemos ver los valores en la tabla 3.2.

ACCION	MEDIA	DESV STD	RF	SHARPE
USEG	-0,50%	16,65%	0,24%	-0,04
UEIC	0,03%	12,00%	0,24%	-0,02
SCS	0,41%	10,90%	0,24%	0,02
DNO,L	1,80%	13,67%	0,24%	0,11
HNI	0,52%	10,77%	0,24%	0,03
BDE	-1,38%	18,12%	0,24%	-0,09
ESCA	0,83%	17,70%	0,24%	0,03
PLCC	-0,82%	14,85%	0,24%	-0,07
ITG	-0,59%	11,79%	0,24%	-0,07
ONTY	-2,08%	25,30%	0,24%	-0,09
IDRA	-1,90%	21,93%	0,24%	-0,10
HRT	0,12%	21,11%	0,24%	-0,01
BQE,L	0,90%	12,65%	0,24%	0,05
BLDP	-3,02%	18,73%	0,24%	-0,17
CRAI	-0,27%	11,53%	0,24%	-0,04
MCD	0,75%	6,35%	0,24%	0,08
STRZ	0,10%	24,21%	0,24%	-0,01
VHC	0,40%	37,30%	0,24%	0,00
GKNT	-2,68%	24,99%	0,24%	-0,12
AMBT	-2,82%	31,47%	0,24%	-0,10
CLFD	-0,91%	22,12%	0,24%	-0,05
PLT	0,33%	14,56%	0,24%	0,01

**Tabla 3: Cálculo de diferentes índices**

**Elaboración: propia**

Con los datos obtenidos, procedemos a seleccionar las acciones con el índice de Sharpe positivo como: Dominio Printing (DNO,L), HNI Corp (HNI), Escalade (ESCA), Bioquell (BQE,L), Ballard Power (BLDP), Magdonals (MCD) , Greeknet (GKNT) y Ambient (AMBT).

Una vez seleccionadas estas acciones procedimos a construir un portafolio de mínima varianza, uno de máximo sharpe y un portafolio combinado. La varianza del portafolio también puede obtenerse mediante su forma matricial, para lo cual estimamos crear la matriz de varianza y covarianza con la siguiente formula. Donde la varianza va en diagonal principal y la covarianza en la diagonal secundaria:

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{2n} \\ \sigma_1^2 & \sigma_{n2} & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

	MATRIZ DE VARIANZA Y COVARIANZA									
	(DNO,L)	(HNI)	(ESCA)	(BQE,L)	(BLDP)	(MCD)	(GKNT)	(AMBT)		
(DNO,L)	0,01797	0,00522	0,00242	0,00306	0,00202	0,00237	0,00476	-0,00106		
(HNI)	0,00522	0,01126	0,00518	0,00262	0,00283	0,00150	0,00363	-0,00231		
(ESCA)	0,00242	0,00518	0,03025	0,00369	0,00890	0,00041	0,00895	-0,00534		
(BQE,L)	0,00306	0,00262	0,00369	0,01538	0,00395	0,00052	0,00283	-0,00057		
(BLDP)	0,00202	0,00283	0,00890	0,00395	0,03759	0,00066	0,01890	0,01753		
(MCD)	0,00237	0,00150	0,00041	0,00052	0,00066	0,00390	0,00170	-0,00423		
(GKNT)	0,00476	0,00363	0,00895	0,00283	0,01890	0,00170	0,05975	0,01519		
(AMBT)	-0,00106	-0,00231	-0,00534	-0,00057	0,01753	-0,00423	0,01519	0,09637		

**Tabla 4: Matriz de Varianza y Covarianza****Elaboración: propia**

### 3.2. Construcción de los portafolios

#### 3.2.1. Portafolio de mínima varianza.

Para la construcción de este portafolio se puso únicamente la restricción que la sumatoria de los pesos de todos los valores no sea  $>1$  procedimos a minimizar la varianza a través de la función Solver de Excel.

PORTAFOLIO DE MINIMA VARIANZA						
EMPRESAS	Medias de retornos	Pesos	Retorno Portafolio	Varianza Portafolio	Des. Std Port	Sharpe
DOMINIO PRINT	1,8%	0,31%	0,54%	0,0025694	5,07%	0,05826
HNI CORP (HNI)	0,6%	9,80%				
ESCALADE (ESCA)	1,0%	5,55%				
BIOQUELL (BQE)	0,8%	11,64%				
BALLARD POWER	-2,3%	0,00%				
MAGDONALS (M)	0,8%	66,49%				
GREEKNET (GKN)	-2,6%	0,00%				
AMBIENT (AMB)	-2,9%	6,20%				
SUMATORIA PESOS	1					

**Tabla 5: Portafolio mínima varianza****Elaboración: propia**

### 3.2.2. Portafolio de máximo Sharpe con restricción y sin restricciones

Para la construcción del portafolio de máximo Sharpe con restricciones, se indica que la sumatoria de los pesos de todo los valores no sea  $> 1$  y también que los pesos sean iguales o inferiores al 25% por acción. Este portafolio por tener restricciones adicionales ya no constituye el portafolio óptimo tangente pero si el óptimo que satisface nuestras restricciones.

<b>PORAFOLIO DE MÁXIMO SHARPE CON RESTRICCIONES</b>						
<b>EMPRESAS</b>	<b>Medias de re Pesos</b>	<b>Retorno Port: Varianza Port Des. Std Port Sharpe</b>				
DOMINIO PRINTING	1,8%	25,00%	1,06%	0,0050505	7,11%	0,11545
HNI CORP	0,6%	8,62%				
ESCALADE	1,0%	16,38%				
BIOQUELL	0,8%	25,00%				
BALLARD POWER	-2,3%	0,00%				
MAGDONALS	0,8%	25,00%				
GREEKNET	-2,6%	0,00%				
AMBIENT	-2,9%	0,00%				
SUMA		1				

**Tabla 6: Portafolio máximo Sharpe con restricciones**

#### **Elaboración: propia**

Por otro lado, en el portafolio de máximo sharpe sin restricciones, la única condición que deben cumplir es, la sumatoria de los pesos no debe ser  $> 1$ , por lo que este portafolio si constituye el portafolio óptimo tangente a la línea del mercado o CML.

PORTAFOLIO DE MAXIMO SHARPE SIN RESTRICCIONES							
EMPRESAS	Medias de retornos		Retorno Portafolio		Varianza Portafolio		Des. Std Port Sharpe
	Pesos	Portafolio	Portafolio	Des. Std Port Sharpe			
DOMINIO PRINTING	1,8%	36,9%	0,011724664	0,0048926	6,99%	0,13331	
HNI CORP	0,6%	0,0%					
ESCALADE	1,0%	9,0%					
BIOQUELL	0,8%	8,6%					
BALLARD POWER	-2,3%	0,0%					
MAGDONALS	0,8%	45,5%					
GREEKNET	-2,6%	0,0%					
AMBIENT	-2,9%	0,0%					
SUMA	1						

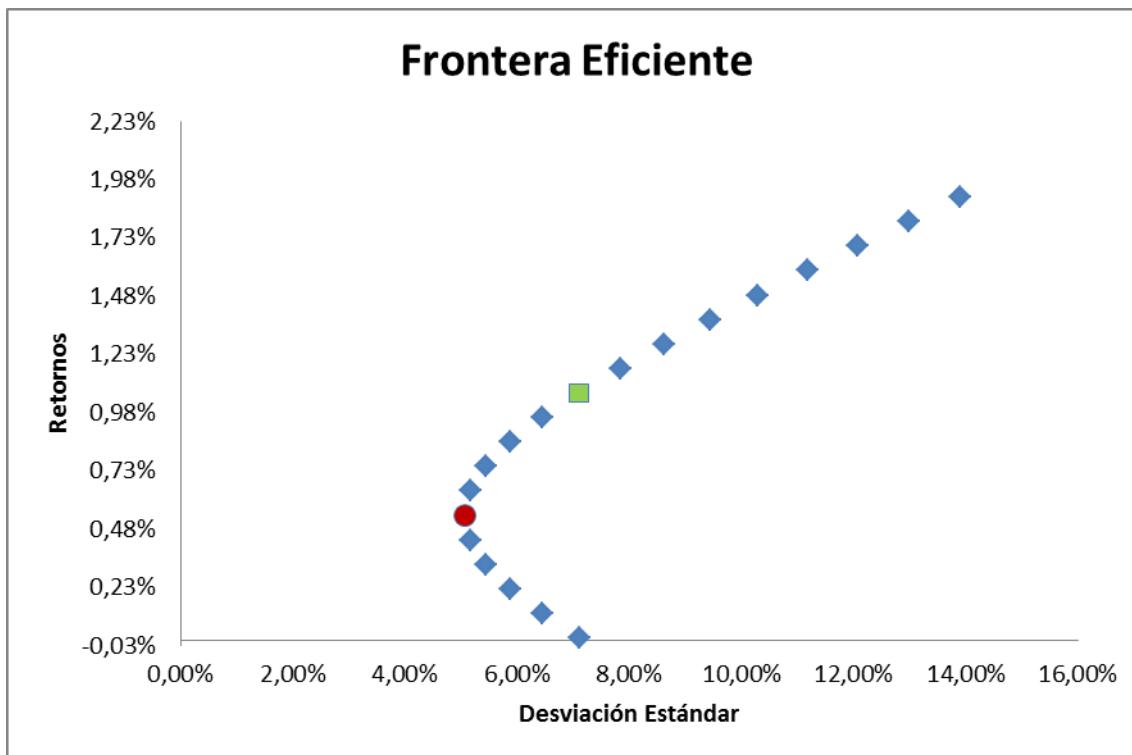
**Tabla 7: Portafolio máximo Sharpe sin restricciones****Elaboración: propia**

Para generar la frontera eficiente de Markowitz. Utilizamos un portafolio combinado de mínima varianza y máximo sharpe sin restricciones.

PORTAFOLIO COMBINADO = PORTAFOLIO MINIMA VARIANZA CON MAXIMO SHARPE CON RESTRICCIONES						
	Medias de re	Pesos	Retorno Port	Varianza Port	Des. Std Port	Sharpe
minima varianza	0,54%	0,5	0,798%	0,003189668	5,65%	0,09878
maximo sharpe con restriccio	1,06%	0,5				

**Tabla 8: Portafolio Combinado****Elaboración: propia**

Elaboramos una tabla con diferentes pesos asignados aleatoriamente: como variable Y son las desviaciones estándar, como variable X son los retornos y la pendiente es el Sharpe. Luego generamos la Frontera Eficiente

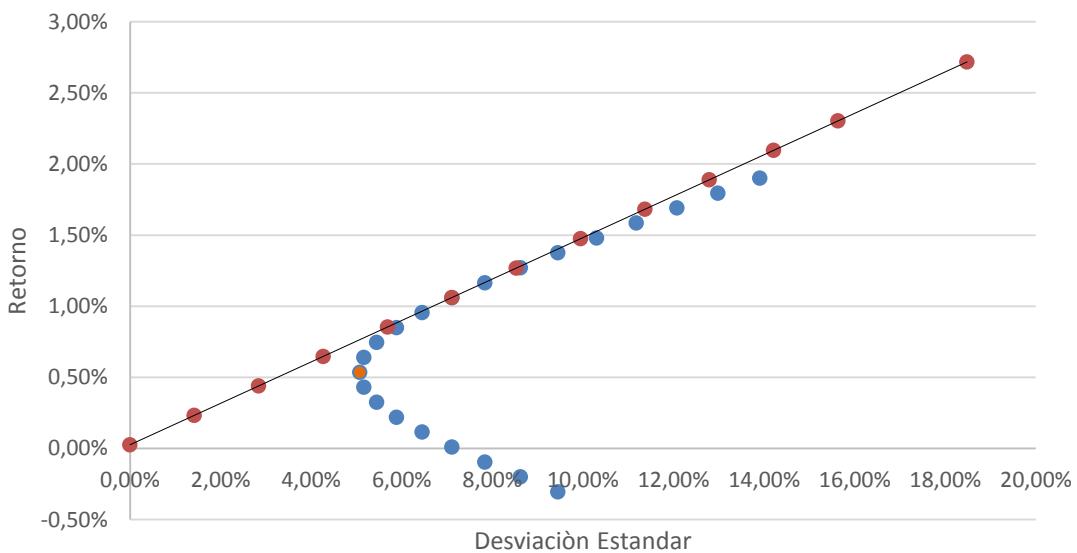


**Ilustración 7: Frontera Eficiente**

Elaboración: Propia

Las carteras eficientes se encuentran ubicadas a lo largo de la frontera, aumentan sus rentabilidades y reducen su desviación típica. En la frontera de eficiencia se representan las combinaciones posibles entre los rendimientos esperados y desviación estándar. Estas posibles combinaciones pueden ser infinitas.

## Frontera Eficiente de Portafolios Combinado con La Línea de Mercado



**Ilustración 8: Frontera Eficiente combinado con la Línea de Mercado**

**Elaboración Propia**

Mediante la introducción de un activo libre de riesgos nuestras posibilidades mejoran, alcanzamos mayores rendimientos con la misma desviación estándar. La línea de mercado de capitales que es tangente al portafolio eficiente, representa al conjunto eficiente de activos con riesgo y sin riesgo.

### 3.3. Simulación del portafolio con restricciones

PORTAFOLIO CON RESTRICCIONES					
Tamaño Portafolio	\$ 100.000,00	PESOS	INV \$	PRECIOS	# acciones
Domino	25%	\$ 25.000	\$ 667,9	37	
Escalade	16,38%	\$ 16.380	\$ 8,88	1845	
Bioquel	25%	\$ 25.000	\$ 145,5	172	
Mcdonalds	25%	\$ 25.000	\$ 96,4	259	
HNI CORP	8,62%	\$ 8.620	\$ 36,61	235	

**Tabla 9: Portafolio con Restricciones**

**Elaboración: propia**

Como podemos observar en la tabla 3.7 Iniciamos con una inversión de \$100.000,00.

Los cuales se distribuyen para adquirir acciones en 5 empresas (Domino, Escalde, Bioquel, McDonal y HNI Corp). Con pesos del 25%, 16.38%, 25%, 25% y 8,62% respectivamente. Los precios de compra son de \$667.9, \$8.88, \$145.5, \$96.4 y \$36,61 por cada valor. La restricción en este portafolio es: que los pesos en cada acción sea de  $\leq 25\%$ . El horizonte de inversión para este portafolio fue de 3 meses, cada día se revisa las variaciones en el precio de cada acción y lo registramos.

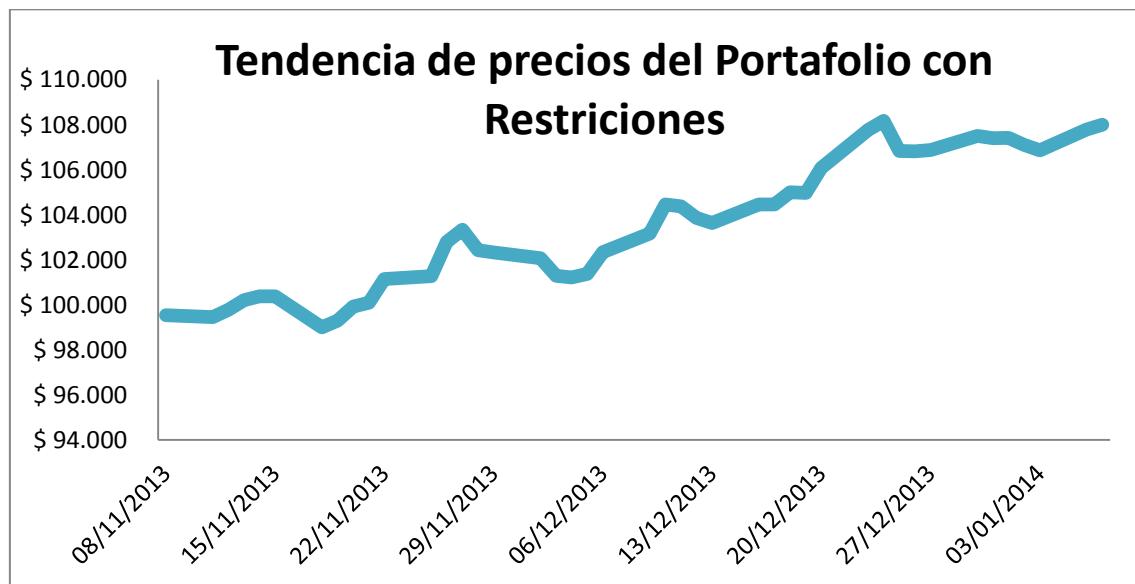
	RESULTADOS						
	BQE,L	DNO,L	ESCA	HNI	MCD		
PESOS	0,25	0,25	0,16	0,09	0,25		
Inversión Inicial	\$ 100.000,0						
\$	\$ 25.000	\$ 25.000	\$ 16.375	\$ 8.625	\$ 25.000		
# Acciones	171,8	37,4	1844,0	235,6	259,3		
# Acciones reales	171	37	1844	235	259		
\$ Inversión real	\$ 24.881	\$ 24.712	\$ 16.375	\$ 8.603	\$ 24.968		
Inversión Inicial Total	\$ 99.538	INICIAL					
Final	\$ 23.855	\$ 28.710	\$ 21.575	\$ 9.055	\$ 24.724		
Inversión Final	\$ 107.918						
Ganancia	\$ 8.379						

**Tabla 10: Análisis de Resultados**

**Elaboración: propia**

Como ya se mencionó anteriormente nuestra inversión es de \$100.000,00. En la tabla 3.9. Observamos que en la empresa Bioquel adquirimos 1718 acciones, Domino 774 acciones, Escalade 18441, Hni Corp 2356 y Mac Donald 2593. Después los 3 meses nuestros precios varían logrando de esta manera una ganancia de \$ 8.379.

En el siguiente grafico podemos observar los retornos obtenidos durante el periodo de tendencia.



**Ilustración 9: Tendencia de precios del Portafolio**

Elaboración Propia

En la figura 3.3. Observamos el comportamiento del portafolio con restricciones, tiene una tendencia de precios ascendente, pero en el mes de noviembre tiene una caída por debajo de la inversión inicial generando una perdida, se recupera y nuevamente se vuelve ascendente.

### 3.4. Simulación de portafolio sin restricciones

En esta simulación el portafolio no tienen ninguna restricción, la sumatoria de los pesos de ser =1.

Inversión		\$ 100.000,00		
PORAFOLIO SIN RESTRICCIONES	PESOS	INV \$	PRECIOS	# acciones
Domino	37%	\$ 37.000	667,9	55
Escalade	9%	\$ 9.000	8,88	1014
bioquel	9%	\$ 9.000	145,5	62
Mcdonalds	46%	\$ 46.000	96,4	477

**Tabla 11: Compra de Acciones**

#### Elaboración: propia

De igual manera invertimos \$100.000,00. En la tabla 3.1. Podemos observar a los títulos seleccionados los cuales son: Domino, Escalade, Bioquel, McDonalds con sus pesos de 37%, 9%, 9% y 46% y su número de acciones 55, 1014, 62 y 477 respectivamente. Cabe recalcar que este portafolio no tiene ninguna restricción y los precios de cada título son los arrojados por la optimización buscando máximo Sharpe.

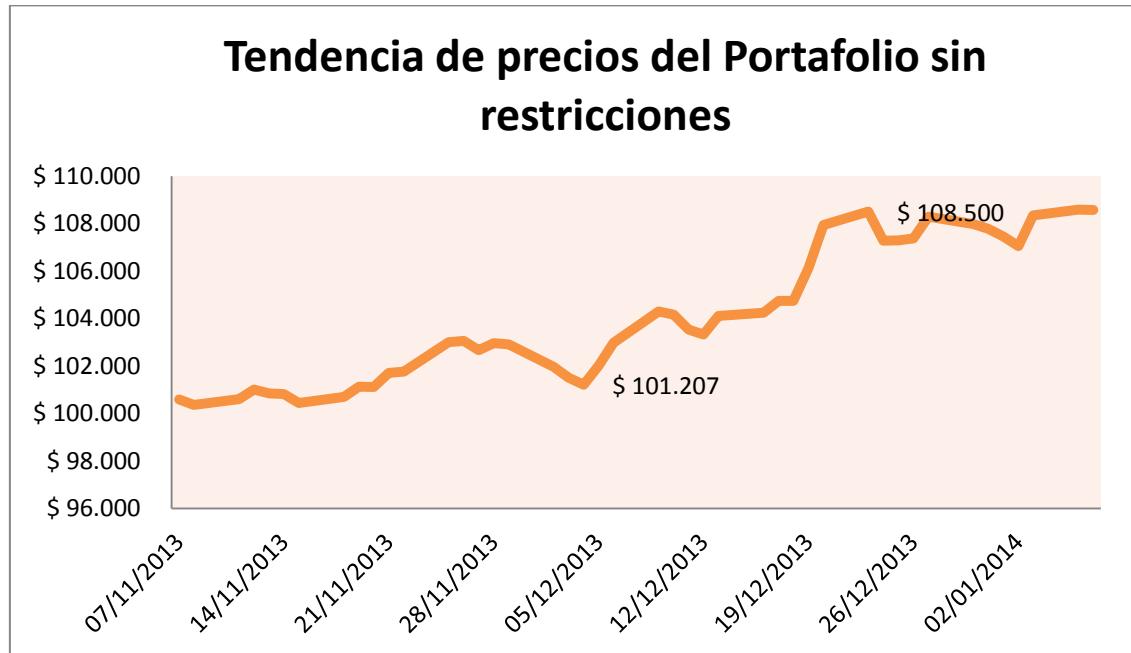
El horizonte de inversión para este portafolio fue también de tres meses.

RESULTADO				
	BQE,L	DNO,L	ESCA	MCD
PESOS	0,09	0,37	0,09	0,46
\$	\$ 9.000,00	\$ 37.000,00	\$ 9.000,00	\$ 46.000,00
# Acciones	61,86	55,40	1.013,51	477,18
real	61	55	1.013	477
real portafolio	\$ 8.875,50	\$ 36.734,50	\$ 8.995,44	\$ 45.982,80
inversion total	\$ 100.588,24	inicial		
final	\$ 8.509,50	\$ 42.676,70	\$ 11.852,10	\$ 45.534,42
in total	\$ 108.572,72			
ganancia	\$ 7.984,48			

**Tabla 12: Resultados**

#### Elaboración: propia

Durante los tres meses los títulos de Bioquel y Escalade son los que generaron una perdida, pero, los títulos de Domino y MacDonal generaron ganancias esto se puede observar en la tabla 3.10. Logrando de esta manera obtener una ganancia de \$ 7.984,48



**Ilustración 10: Retornos del Portafolio**

Elaboración Propia

En la figura 3.4. Observamos en comportamiento del portafolio sin restricciones, tiene tendencia de crecimiento, pero existe una baja en el mes de diciembre pero no está por debajo de la inversión inicial, nuevamente tiene una tendencia ascendente.

### 3.5. Comparación de los portafolios

Obtenido los resultados procedemos a realizar una comparación entre los portafolios a través del valor acumulado y del índice del Sharpe. Mediante este análisis podemos determinar que portafolio funciono de mejor manera.

Portafolio con Restricciones					
	BQE,L	DNO,L	ESCA	HNI	MCD
Media	-0,09%	0,36%	0,66%	0,13%	-0,02%
Desviación	1,27%	1,36%	1,65%	1,46%	0,70%
Rf	0,25%	0,25%	0,25%	0,25%	0,25%
Sharpe	-0,27	0,08	0,25	-0,08	-0,39

**Tabla 13: Portafolio con restricciones****Elaboración: propia**

El portafolio con restricciones generó una ganancia de \$8.379. Al inicio de la inversión la acción de Bioquel con precios históricos generó un Sharpe del 0,12, pero al final como podemos observar en la tabla 3.11 obtiene un Sharpe negativo de -0,27%. De igual manera la acción de MacDonal inicio con un Sharpe de 0,08% y al final obtiene -0,39%. Por otro lado, Escalade inicio con un sharpe de 0,05% pero al final logra obtener 0,25%. En este portafolio no se permitió que los pesos sean aleatorios sino que se inviertan en proporciones iguales en cada acción.

Portafolio sin Restricciones				
	BQE,L	DNO,L	ESCA	MCD
media	-0,09%	0,36%	0,66%	-0,02%
desviación	1,27%	1,36%	1,65%	0,70%
rf	0,25%	0,25%	0,25%	0,25%
sharpe	-27%	8%	25%	-39%

**Tabla 14: Portafolio sin restricciones****Elaboración: propia**

Portafolio sin restricciones generó una ganancia de \$7.984,48. La acción de Escalade y MacDonal iniciaron con un sharpe positivo, pero al final de la inversión obtuvo un sharpe negativo. A diferencia de Escalade que inicio con un sharpe de 0,05% positivo y termina con un 0,25. En este portafolio no existían restricciones, debido a esto los pesos en cada acción eran desiguales.

En estas simulaciones hemos observado que el portafolio que funciono de mejor manera, fue el portafolio con restricciones, porque mediante la restriccción de los pesos se diversifica la cartera y como ya se mencionó anteriormente no incluimos todos los huevos en la misma canasta.

## CAPÍTULO 4

### 4.1. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El modelo de Markowitz permite optimizar la inversión y obtener un portafolio eficiente a través de dos medidas de la distribución normal: la media que representa el retorno esperado de los activos, y la desviación estándar que mide el riesgo de los retornos de los activos.
- El modelo de Markowitz y la Selección de portafolios son de gran utilidad en la práctica, puesto que es un modelo sencillo que requiere simplemente de la distribución de retornos que al ser cercana a la normal está definida en su totalidad por la media y la varianza.
- La metodología de Marcowitz se desarrolla en el contexto de un mercado eficiente y es más aplicable para una estrategia de inversión pasiva y de largo plazo.
- El portafolio óptimo representa al portafolio de máximo Sharpe, es decir aquel que da la mejor relación riesgo-rendimiento. Este portafolio de acuerdo a la teoría no es otro que el portafolio de Mercado, el mismo que debería ser preferido por todos los inversionistas independientemente de su grado de aversión al riesgo.
- La inclusión de un activo libre de riesgo como un instrumento de renta fija del Tesoro Americano mejora los resultados para los inversionistas. La combinación del portafolio óptimo con el activo libre de riesgo permite reducir el riesgo para un retorno dado.
- La línea de combinación del portafolio óptimo con el activo libre de riesgo se denomina la Línea de Mercado o “Capital Market Line” y es tangente al portafolio óptimo.

- Los inversionistas pueden escoger diferentes proporciones de inversión en el activo sin riesgo y el portafolio óptimo riesgoso, y esto lo harán de acuerdo a su grado de aversión al riesgo.
- Aunque el modelo de Markowitz es excelente para una inversión de largo plazo como habíamos anotado, tiene sus limitaciones en el corto plazo. Debido a que la media y la varianza que lo definen se obtiene a través de una serie histórica de retornos, estos fundamentos pueden ser muy distintos de la realidad corriente y llevar a resultados negativos en el momento presente. Si esto fuera así, no se podría mantener la estrategia pasiva de inversión pues habría la necesidad de rebalancear frecuentemente el portafolio para adaptar los pesos de los activos a la media y varianza más recientes.
- El portafolio obtenido a través de la optimización media-varianza puede arrojar altas concentraciones en los mejores activos lo cual en el caso de portafolios que no tengan gran número de activos (25 o menos) no coincide con el concepto de diversificación. En este caso, habría que incluir restricciones adicionales a los pesos de los distintos activos. Sin embargo, una vez que se incluyen restricciones adicionales, aunque obtengamos una solución óptima para estos pesos, ya no tendríamos el portafolio tangente que hemos descrito anteriormente.
- En las simulaciones podemos observar que la cartera con mejor rendimiento fue la de máximo sharpe con restricciones adicionales, debido a que, los pesos fueron modificados para mejorar la diversificación de nuestro portafolio. A diferencia del portafolio sin restricciones, ya que las acciones con mayor peso fueron en las empresas de Domino y MacDonalds que tenían los más altos índices de Sharpe históricos. Al final de la simulación, la empresa que generó mayor retorno fue la Escalade en la cual invertimos solo un 9%.

- Por tanto, el inversionista puede utilizar la metodología de Marcowitz con las modificaciones de horizonte de inversión y de restricciones que considere adecuadas para su caso en particular.

## BIBLIOGRAFÍA.

- [1] CRUZ, J., VILLAREAL, J., ROSILLO, J., (2003), Finanzas Corporativas: Valoración Política de Financiamiento y Riesgo, (2 da ed.). International Thomson Editores, D.F., MEXICO.
- [2] RUBINSTEIN, M., (2002), Markowitz Portfolio Selection, A Fifty Year Retrospective. The journal of finance VOL., LVII, N° 3.
- [3] MARKOWITZ, H., (1952). Portfolio Selection. The journal of finance, Vol. 7, N° 1, pp. 77-91.
- [4] AVILÉS, M., GONZÁLEZ, A., MARTÍNEZ, M., (2006), Análisis de Riesgo, Portafolios Óptimos y Diversificación en la Agricultura. INIFAP, Estado de México.
- [5] ALLEN, F., MYERS, S., BREALEY R., (2010), Principios de Finanzas Corporativas, McGraw-hill / Interamericana editores, S.A., México.
- [6] BERK, J., DEMARZO, P., (2008), Finanzas Corporativas, Pearson educación, S.A., México,
- [7] BREALEY, R., MYERS, S., (2002). Principios de Finanzas Corporativas, (7ma ed). McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S.A.U.
- [8] BUSHONG, B., (2007). Revealed preference and mean-variance investing: an experiment, unpublished Senior Thesis.
- [9] MASCAREÑAS, J., (2012), Gestión Y Selección De Carteras, Universidad Complutense de Madrid
- [10] MASCAREÑAS, J., (2007), Modelo De Valoración De Activos, Universidad Complutense de Madrid
- [11] VILLAMIL, J., (2007). Diversificación Y Valor En Riesgo De Un Portafolio De Acciones, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

## NETGRAFÍA

- [12] Yahoo! Finance. Obtenido de <http://finance.yahoo.com/>

# ANEXOS













































