

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ

Colegio de Ciencias e Ingenierías

Aplicaciones de Hormigón Pretensado
Trabajo experimental

Cinthy Carolina Ruiz Romero

Ingeniería Civil

Trabajo de titulación presentado como requisito
para la obtención del título de
Ingeniera Civil

Quito, 20 de diciembre de 2016

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO USFQ
COLEGIO DE CIENCIAS E INGENIERÍAS

**HOJA DE CALIFICACIÓN
DE TRABAJO DE TITULACIÓN**

Aplicaciones de Hormigón Pretensado

Cinthy Carolina Ruiz Romero

Calificación:

Nombre del profesor, Título académico

Fernando Romo , Ingeniero M.Sc.

Firma del profesor

Quito, 20 de diciembre de 2016

Derechos de Autor

Por medio del presente documento certifico que he leído todas las Políticas y Manuales de la Universidad San Francisco de Quito USFQ, incluyendo la Política de Propiedad Intelectual USFQ, y estoy de acuerdo con su contenido, por lo que los derechos de propiedad intelectual del presente trabajo quedan sujetos a lo dispuesto en esas Políticas.

Asimismo, autorizo a la USFQ para que realice la digitalización y publicación de este trabajo en el repositorio virtual, de conformidad a lo dispuesto en el Art. 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Firma del estudiante: _____

Nombres y apellidos: Ruiz Romero Cinthya Carolina

Código: 00106908

Cédula de Identidad: 1716865603

Lugar y fecha: Quito, diciembre de 2016

RESUMEN

Este proyecto consiste en exponer las diversas aplicaciones de la teoría de Hormigón Pretensado en soluciones prácticas y su utilidad en casos reales. El objetivo principal de este proyecto es explicar la teoría del Hormigón Pretensado por medio de representaciones gráficas a través de sus aplicaciones para motivar a los estudiantes de futuras generaciones a especializarse en Hormigón Pretensado y de esta manera contribuir al desarrollo e implementación de esta tecnología en Ecuador.

Palabras clave: hormigón, pretensado, aplicaciones, ingeniería, civil.

ABSTRACT

This project consists on presenting the various applications of Prestressed Concrete theory with practical solutions and their utility on real cases. The main objective of this project is to explain Prestressed Concrete theory by graphic representations though their applications in order to motivate students of future generations to specialize in Prestressed Concrete, so they can contribute to the development and implementation of this technology in Ecuador.

Key words: concrete, prestressed, applications, civil, engineering.

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	9
Fundamentos teóricos del diseño en Hormigón Pretensado	11
Condiciones Fundamentales y Necesarias	11
Representación gráfica de las Condiciones Fundamentales.	13
Análisis de una viga simplemente apoyada.	17
Zona de paso del cable	19
Análisis de los límites de excentricidades para el uso de cable parabólico.	20
Zona de Paso para cables rectos.	22
Análisis de los límites de excentricidades para el uso de cable recto.	23
Aplicación en casos reales	26
Vigas Postesadas: cables parabólicos.....	26
Vigas Pretesadas: cables horizontales.	26
Vigas Compuestas	27
Condiciones Fundamentales y Necesarias	28
Condiciones Fundamentales de la Etapa I.	28
Condiciones Fundamentales de la Etapa II.	30
Condiciones Necesarias.....	31
Zona de paso del cable	32
Análisis de una viga compuesta.....	33
Aplicación en casos reales	38
Vigas continuas	39
Campo de variación de MSP	39
Tramos de una viga continua	43
Tramo Externo.	43
Tramo Interior.	45
Diseño de cables	47
Tramos Externos.....	47
Tramos internos.....	49
Otras soluciones de diseño de cables.	52
Análisis de una viga continua de tres tramos iguales con apoyos simples.	53
Aplicación en casos reales	58
Construcción en Volados Sucesivos	59
Aplicaciones en casos reales	60
Conclusiones	61
Referencias bibliográficas	62

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Paralelogramo de Condiciones Fundamentales para la viga de ejemplo.....	18
Tabla 2: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo para cable parabólico	20
Tabla 3: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada para cable recto	24
Tabla 4: Paralelogramos de Condiciones Fundamentales en la sección crítica para las Etapas I y II para la viga de ejemplo	34
Tabla 5: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada para viga compuesta	36
Tabla 6: Datos de momentos M_{c1} y M_{c2} asumidos para ejercicio de ejemplo	53
Tabla 7: Resultados de $P_{mín}$, MSP , Cs mín y Ci máx.....	54
Tabla 8: Resultados de la comprobación de Condiciones Fundamentales y Necesarias con $P_{mín}$	54
Tabla 9: Resultados del cálculo de $MC1$ y $MC2$ con $P_{mín}$	55
Tabla 10: Resultados del cálculo de P de diseño.....	55
Tabla 11: Resultados de la comprobación de Condiciones Fundamentales y Necesarias con $P_{diseño}$	56
Tabla 12: Resultados del cálculo de $MC1$ y $MC2$ con $P_{diseño}$	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Distribución de esfuerzos en una sección de hormigón pretensado	11
Figura 2: Representación gráfica de las inecuaciones de Condiciones Fundamentales	13
Figura 3: Paralelogramo de las Condiciones Fundamentales como solución	15
Figura 4: Posición del cable de pretensado en una viga.....	16
Figura 5: Efecto de excentricidad máxima en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales.....	16
Figura 6: Efecto de excentricidad límite en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales.....	17
Figura 7: Geometría de la sección y cargas de la viga de ejemplo	17
Figura 8: Excentricidad máxima y mínima correspondientes a una fuerza P	19
Figura 9: Ilustración de la zona de paso del cable parabólico en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo.....	20
Figura 10: Intersección de paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de las secciones críticas	22
Figura 11: Paralelogramos de las secciones críticas de la viga de ejemplo	23
Figura 12: Paralelogramos de las secciones críticas de la viga de ejemplo modificada	24
Figura 13: Ilustración de la zona de paso del cable recto en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada.....	25
Figura 14: Puente sobre el Río San Pedro - Ecuador.....	26
Figura 15: Vigas prefabricadas - Planta de fabricación Rampuixa – España.....	26
Figura 16: Representación de la sección de una viga compuesta	27
Figura 17: Distribución de esfuerzos en la sección de una viga compuesta en Etapa I y II ...	27
Figura 18: Efecto del factor p en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales	30
Figura 19: Intersección de paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de la sección crítica Etapa I y II	32
Figura 20: Sección de viga de ejemplo modificada para análisis de viga compuesta	35
Figura 21: Intersección de paralelogramos de Condiciones Fundamentales en la sección crítica para las Etapas I y II para la viga de ejemplo modificada.....	35
Figura 22: Ilustración de la zona de paso del cable en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada como viga compuesta.....	37
Figura 23: Momentos máximos y mínimos en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada como viga compuesta	37
Figura 24: Vista frontal del puente calle Raffaele Giannetti sobre la Ruta Viva - Quito	38
Figura 25: Vista inferior del puente calle Raffaele Giannetti sobre la Ruta Viva – Quito	38
Figura 26: Posición de línea de presión en una viga.....	39
Figura 27: Ilustración de d_s y d_i en la viga.....	40
Figura 28: Campo de variación del Momento Secundario de Pretensado - tramos externos..	43
Figura 29: Campo de variación del Momento Secundario de Pretensado - tramos internos ..	45
Figura 30: Forma de cable en tramo externo.....	47
Figura 31: Forma de cable en tramo interno.....	49
Figura 32: Datos de la sección de ejemplo de viga continua	53
Figura 33: Gráfica de MSP a cada décimo de la luz	57
Figura 34: Zona de paso del cable en cada décimo de la luz.....	57
Figura 35: Puente sobre el Río Chiche - Ecuador.....	58
Figura 36: Intercambiador Ruta Viva y Av. Simón Bolívar - Ecuador	58
Figura 37: Puente sobre el Río Chiche en etapa de construcción.....	60

INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material que trabaja muy bien a compresión, pero su resistencia a tracción es casi nula. Como consecuencia, se desarrolló el hormigón armado, el cual presenta un incremento de resistencia a tracción por la transferencia de esfuerzos al acero, lo cual sólo ocurre una vez que el hormigón se ha fisurado. Debido a que las fisuras representan una vulnerabilidad para un elemento estructural, surgió el hormigón pretensado, el cual consiste en la aplicación de una fuerza de compresión axial para reducir las tensiones en el concreto y disminuir grietas.

Se define al hormigón pretensado como la precarga de una estructura antes de la aplicación de cargas de servicio (Nilson, 1987) a través de una fuerza longitudinal que evita el agrietamiento del hormigón al reducir considerablemente los esfuerzos de tensión (Nawy, 2009). El uso de hormigón pretensado tiene múltiples ventajas, pues permite controlar las deflexiones y la formación de grietas, brinda un comportamiento elástico a la estructura, permite el diseño de elementos más eficientes, permite usar casi toda la capacidad de compresión del concreto y como consecuencia incrementa la capacidad del hormigón a flexión, cortante y torsión.

El uso de hormigón pretensado en Ecuador tiene efectos tanto técnicos como sociales y económicos, pues precisa de materiales de alta resistencia y un riguroso control de calidad, lo cual demanda perfeccionamiento de la industria local. La implementación de esta tecnología requiere de un diseño planificado tanto para la etapa de servicio como para la etapa de construcción, así como necesita mayor detalle en conexiones, uniones y apoyos. Para la ejecución de este tipo de construcciones es fundamental contar con mano de obra capacitada, lo cual además de proveer plazas de trabajo, fomenta una base de experiencias técnicas y empresariales de alto nivel para futuro desarrollo.

El uso del hormigón pretensado a nivel mundial ha incrementado en las últimas décadas, pues se ha comprobado que es un material de alta resistencia y económicamente competente. Sin embargo, en Ecuador apenas se ha empezado a usar el hormigón pretensado en los últimos años, y la principal razón es la falta de conocimientos claros del comportamiento que tiene este material. Por esta razón, este trabajo se enfoca en demostrar las aplicaciones que tiene la teoría del hormigón pretensado mediante la metodología de diseño del Ingeniero M.Sc. Fernando Romo para obtener representaciones gráficas que presenten soluciones visuales y prácticas, las cuales se ilustran con ejemplos numéricos y con aplicaciones reales de construcciones en el país.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL DISEÑO EN HORMIGÓN PRETENSADO

Condiciones Fundamentales y Necesarias

Las condiciones fundamentales del hormigón pretensado se originan de las gráficas de distribución de esfuerzos por cargas aplicadas y por la fuerza de pretensado $|P|$ a una excentricidad e , como se ilustra a continuación.

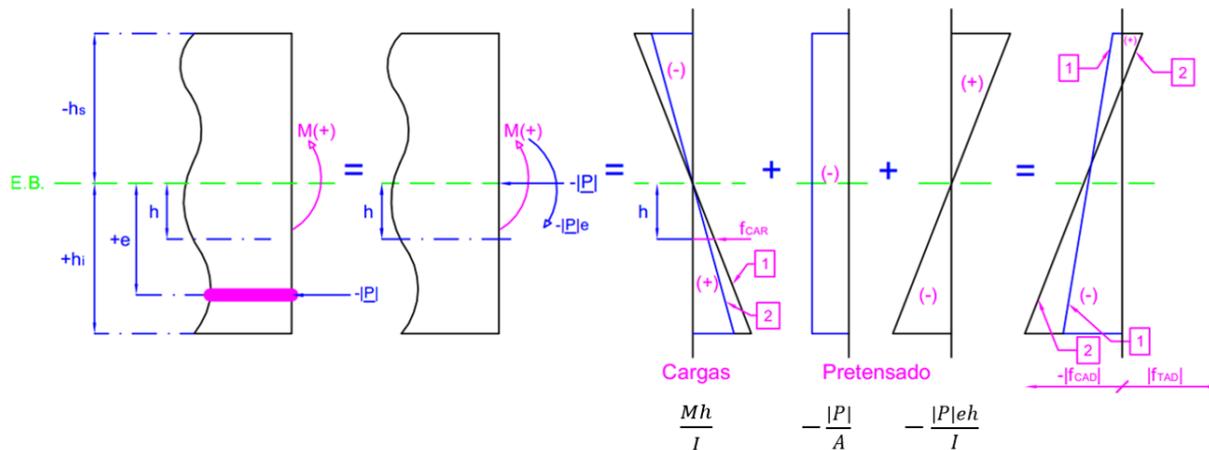


Figura 1: Distribución de esfuerzos en una sección de hormigón pretensado

Se establece que los esfuerzos de tracción y compresión aplicados deben ser menores a los esfuerzos admisibles del hormigón tanto en las fibras superiores de la viga como en las inferiores.

$$\left. \begin{array}{l} (1.s) \quad f_{C_s} \geq -|f_{CAD}| \\ (2.s) \quad f_{C_s} \leq |f_{TAD}| \end{array} \right\} \text{Fibras Superiores}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1.i) \quad f_{C_i} \leq |f_{TAD}| \\ (2.i) \quad f_{C_i} \geq -|f_{CAD}| \end{array} \right\} \text{Fibras Inferiores}$$

A partir del eje baricéntrico de la viga, se denomina $-h_s$ a la distancia hacia el filo superior de la viga y h_i a la distancia hacia el filo inferior de la viga.

Definiendo M_g como el momento producido sobre la viga debido al peso propio, M_1 como la envolvente de los momentos máximos algebraicos y M_2 como la envolvente de los momentos mínimos algebraicos, se calcula M_{C_1} y M_{C_2} de la siguiente manera.

$$M_{C_1} = M_g + M_1$$

$$M_{C_2} = M_g + M_2$$

Para una altura h , el esfuerzo está dado por la suma de los esfuerzos ilustrada en la siguiente ecuación.

$$f_c = \frac{Mh}{I} - |P| \left(\frac{1}{A} + \frac{eh}{I} \right)$$

Aplicando las definiciones establecidas, se obtiene las Condiciones Fundamentales del hormigón pretensado.

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{C_1}|h_s|}{I} + \frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_s|}{I} &\leq |f_{CAD}| & (1.s) \\ -\frac{M_{C_2}|h_s|}{I} - \frac{|P|}{A} + \frac{|P|e|h_s|}{I} &\leq |f_{TAD}| & (2.s) \\ \frac{M_{C_1}|h_i|}{I} - \frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_i|}{I} &\leq |f_{TAD}| & (1.i) \\ -\frac{M_{C_2}|h_i|}{I} + \frac{|P|}{A} + \frac{|P|e|h_i|}{I} &\leq |f_{CAD}| & (2.i) \end{aligned} \right\}$$

Para evitar que las inecuaciones dependan de $|P|$ y de e , que a menudo son incógnitas, se suman las ecuaciones fundamentales de las fibras superiores y las de las fibras inferiores.

$$\left\{ \begin{array}{ll} (1.s) + (2.s) & \text{Fibras Superiores} \\ (1.i) + (2.i) & \text{Fibras Inferiores} \end{array} \right.$$

De esta manera, se obtienen las Condiciones Necesarias, las cuales dependen netamente de la sección y el material de la viga.

$$\left\{ \begin{array}{ll} (M_{C_1} - M_{C_2}) \frac{|h_s|}{I} \leq |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Superiores} \\ (M_{C_1} - M_{C_2}) \frac{|h_i|}{I} \leq |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Inferiores} \end{array} \right.$$

Si las Condiciones Necesarias se cumplen en las secciones más críticas de la viga, como en los puntos de momentos máximos y los puntos de apoyo, existe una solución para el diseño de una viga en hormigón pretensado.

Representación gráfica de las Condiciones Fundamentales.

Con el fin de comprender el significado de que las Condiciones Fundamentales se cumplen, se las representa de manera gráfica en términos de $|P|e$ y $|P|$. Se obtienen las siguientes rectas en el plano $|P|e$ vs. $|P|$.

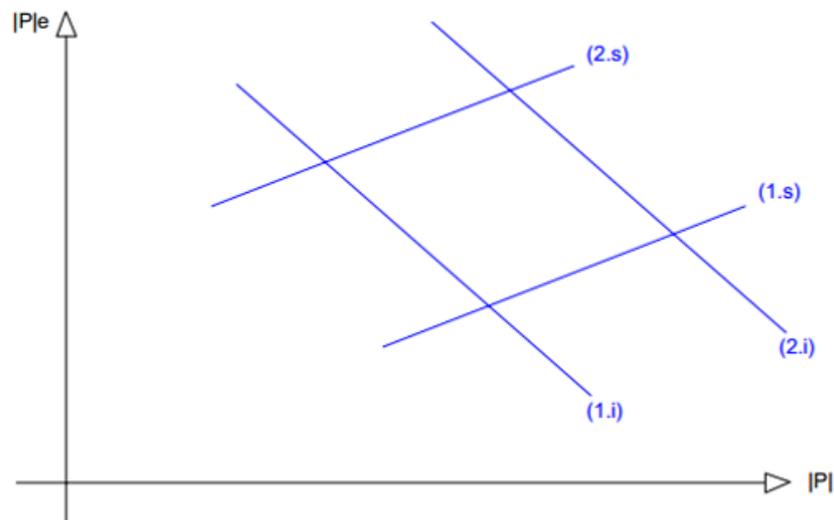


Figura 2: Representación gráfica de las inecuaciones de Condiciones Fundamentales

Ya que existe una solución, el resultado consiste en rectas que se intersectan formando un paralelogramo. Para hallar las coordenadas de los puntos de intersección, se resuelve un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} \text{Ecuación 1: } A_1x + B_1y = C_1 \\ \text{Ecuación 2: } A_2x + B_2y = C_2 \end{cases}$$

Despejando x de la ecuación 1

$$x = \frac{C_1 - B_1y}{A_1}$$

Reemplazando x en la ecuación 2

$$A_2 \left(\frac{C_1 - B_1y}{A_1} \right) + B_2y = C_2$$

Se obtiene

$$y = \frac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1}$$

Resolviendo para x

$$x = \frac{C_1 B_2 - B_1 C_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

Definiendo

$$x = |P|$$

$$y = |P|e$$

Para encontrar el punto de intersección entre las rectas (1. s) y (1. i)

$$\begin{cases} \frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_s|}{I} \leq |f_{CAD}| - \frac{M_{C_1}|h_s|}{I} & (1. s) \\ -\frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_i|}{I} \leq |f_{TAD}| - \frac{M_{C_1}|h_i|}{I} & (1. i) \end{cases}$$

Siendo

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{A} & B_1 &= -\frac{|h_s|}{I} & C_1 &= |f_{CAD}| - \frac{M_{C_1}|h_s|}{I} \\ A_2 &= -\frac{1}{A} & B_2 &= -\frac{|h_i|}{I} & C_2 &= |f_{TAD}| - \frac{M_{C_1}|h_i|}{I} \end{aligned}$$

Se obtiene que el punto $x = |P|$ es

$$x = \frac{C_1 B_2 - B_1 C_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} = A \left[\frac{|f_{CAD}||h_i| - |f_{TAD}||h_s|}{|h_s| + |h_i|} \right]$$

Mientras que el punto $y = |P|e$ es

$$y = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1} = M_{C_1} - \left[\frac{|f_{CAD}| + |f_{TAD}|}{|h_s| + |h_i|} \right] \times I$$

Se realiza el mismo proceso para los otros puntos de intersección, y se halla las coordenadas del paralelogramo de Condiciones Fundamentales.

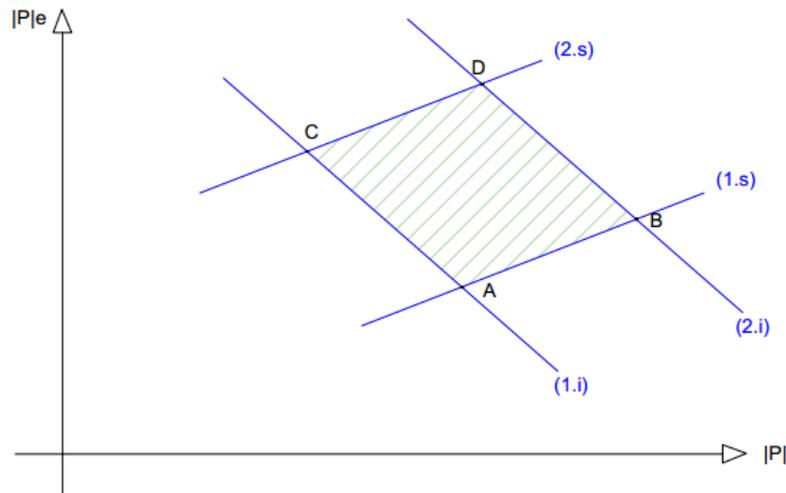


Figura 3: Paralelogramo de las Condiciones Fundamentales como solución

$$\text{Punto A} = \begin{cases} |P|e = M_{C_1} - \left[\frac{|f_{CAD}| + |f_{TAD}|}{|h_s| + |h_i|} \right] \times I \\ |P| = A \times \left[\frac{|f_{CAD}||h_i| - |f_{TAD}||h_s|}{|h_s| + |h_i|} \right] \end{cases}$$

$$\text{Punto B} = \begin{cases} |P|e = \frac{M_{C_1}|h_s| + M_{C_2}|h_i|}{|h_s| + |h_i|} \\ |P| = A \times \left[|f_{CAD}| + \frac{(M_{C_2} - M_{C_1})|h_s||h_i|}{|h_s| + |h_i|} \times \frac{1}{I} \right] \end{cases}$$

$$\text{Punto C} = \begin{cases} |P|e = \frac{M_{C_2}|h_s| + M_{C_1}|h_i|}{|h_s| + |h_i|} \\ |P| = A \times \left[-|f_{TAD}| + \frac{(M_{C_1} - M_{C_2})|h_i||h_s|}{|h_s| + |h_i|} \times \frac{1}{I} \right] \end{cases}$$

$$\text{Punto D} = \begin{cases} |P|e = M_{C_2} + \left[\frac{|f_{TAD}| + |f_{CAD}|}{|h_s| + |h_i|} \right] \times I \\ |P| = A \times \left[\frac{|f_{CAD}||h_s| - |f_{TAD}||h_i|}{|h_s| + |h_i|} \right] \end{cases}$$

Para calcular la excentricidad e correspondiente a cada punto, se realiza la operación $e = \frac{|P|e}{|P|}$.

Es importante recalcar que el valor de la excentricidad e está limitada por el recubrimiento usado en la viga.

$$e_{LIM} = \begin{cases} |h_i| - \text{recubrimiento} & \text{Para cables inferiores} \\ |h_s| - \text{recubrimiento} & \text{Para cables superiores} \end{cases}$$

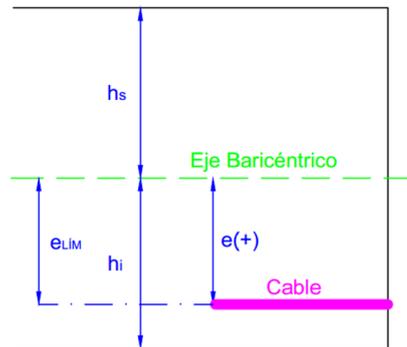


Figura 4: Posición del cable de pretensado en una viga

Siendo $e_{MÁX}$ la excentricidad correspondiente al punto C del paralelogramo de las Condiciones Fundamentales, si $e_{MÁX} < e_{LÍM}$, la fuerza mínima de pretensado $|P|$ corresponde a la del punto C y se determina con la notación de $|P|_{mín}$ como se ilustra en la siguiente figura.

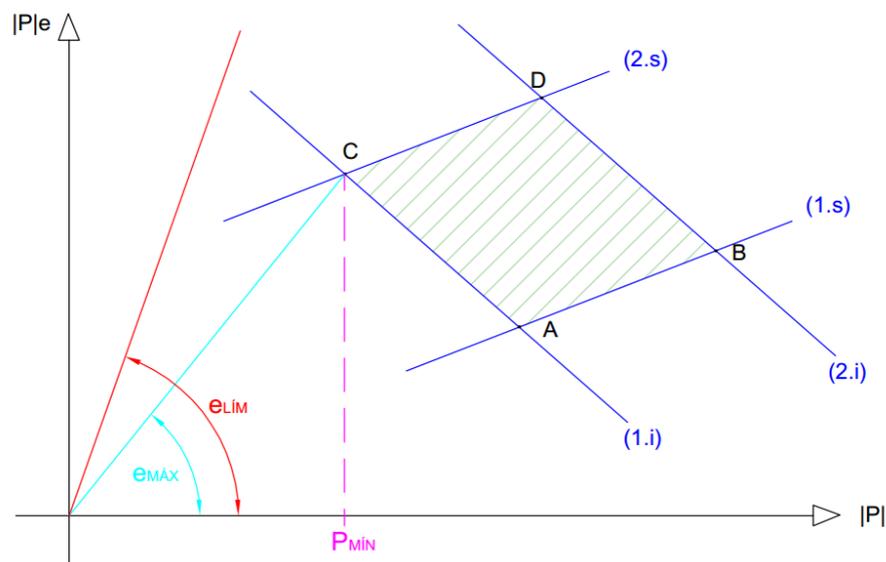


Figura 5: Efecto de excentricidad máxima en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales

Si $e_{MÁX} > e_{LÍM}$, la fuerza mínima de pretensado $|P|$ está dominada por $e_{LÍM}$, se determina con la notación de $|P|_{lím}$ como se ilustra en la siguiente figura.

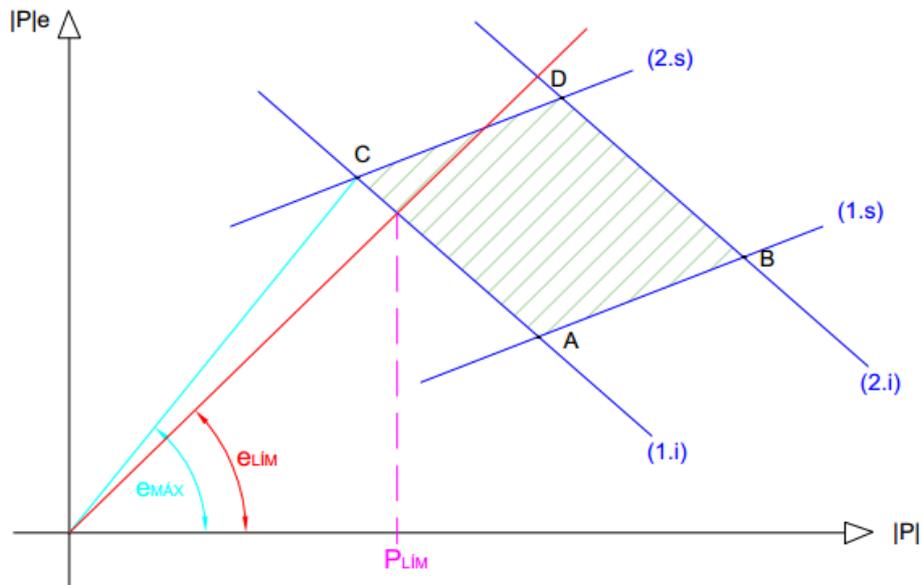


Figura 6: Efecto de excentricidad límite en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales

Análisis de una viga simplemente apoyada.

El objetivo de este análisis es encontrar la solución óptima de fuerza de pretensado $|P|$ para la viga de ejemplo simplemente apoyada a los dos extremos, de longitud $L = 20m$, con las características de material descritas a continuación.

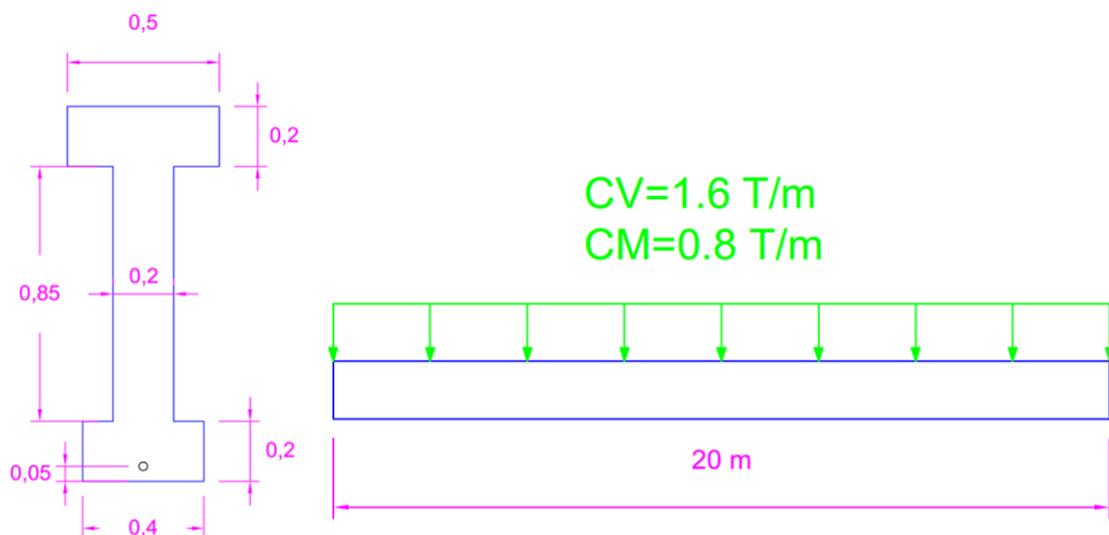


Figura 7: Geometría de la sección y cargas de la viga de ejemplo

$$M_g = \frac{w_D L^2}{8} \quad \text{Recub} = 0.05m \quad f'_c = 3000 \frac{T}{cm^2}$$

$$M_1 = \frac{w_L L^2}{8} \quad M_{C_1} = M_g + M_1 \quad f_{CAD} = 0.4f'_c$$

$$M_2 = 0 \quad M_{C_2} = M_g + M_2 \quad f_{TAD} = 0$$

Para hallar la solución, se comprueba que se cumplan las Condiciones Necesarias en la sección crítica de la viga; dado que se trata de una viga simplemente apoyada, la sección crítica se encuentra a $\frac{L}{2}$ de la viga. Se calcula los valores de $|P|$, $|P|e$ y e de los puntos del paralelogramo, así como el valor de e_{lim} y $|P|_{lim}$ y se grafica los resultados.

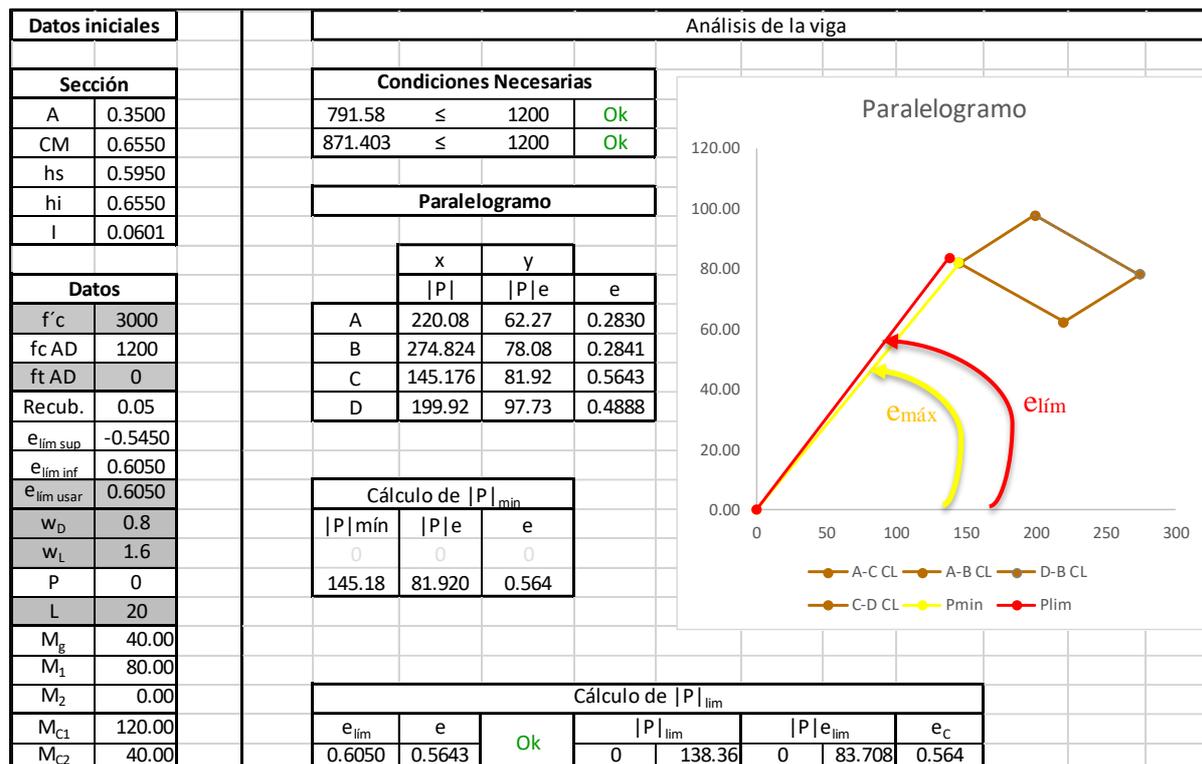


Tabla 1: Paralelogramo de Condiciones Fundamentales para la viga de ejemplo

Como se puede observar en la gráfica del paralelogramo, $e_{MÁX}$ es menor que $e_{LÍM}$, por lo que la solución óptima de fuerza de pretensado $|P|$ para la viga de ejemplo es $|P|_{min} = 145.18 T$. Ya que $|P|_{min}$ es la solución para la sección crítica de la viga, $|P|_{min}$ es una solución para toda la viga.

Zona de paso del cable

Se denomina “Zona de paso del cable” a la variación de excentricidades mínimas y máximas a lo largo de la viga, las cuales determinan el área que pueden ocupar los cables de un extremo de la viga a otro cuando se aplica una carga de pretensado $|P|$ conocida.

Para hallar las excentricidades correspondientes a las Condiciones Fundamentales, se despeja las ecuaciones de la siguiente manera.

$$\begin{cases} e_{1.s} = \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_1}}{|P|} - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|} \\ e_{2.s} = \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_2}}{|P|} + \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|} \\ e_{1.i} = -\frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_1}}{|P|} - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|} \\ e_{2.i} = -\frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_2}}{|P|} + \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|} \end{cases}$$

Para hallar los límites de $e_{MÁX}$ y $e_{MÍN}$, se definen de la siguiente manera.

$$e_{MÁX} = \underset{\text{mín algébrico}}{\min} \begin{cases} e_{2.s} \\ e_{2.i} \end{cases}$$

$$e_{MÍN} = \underset{\text{máx algébrico}}{\max} \begin{cases} e_{1.s} \\ e_{1.i} \end{cases}$$

Gráficamente los límites de $e_{MÁX}$ y $e_{MÍN}$ se representan en el paralelogramo de Condiciones Fundamentales de la siguiente manera.

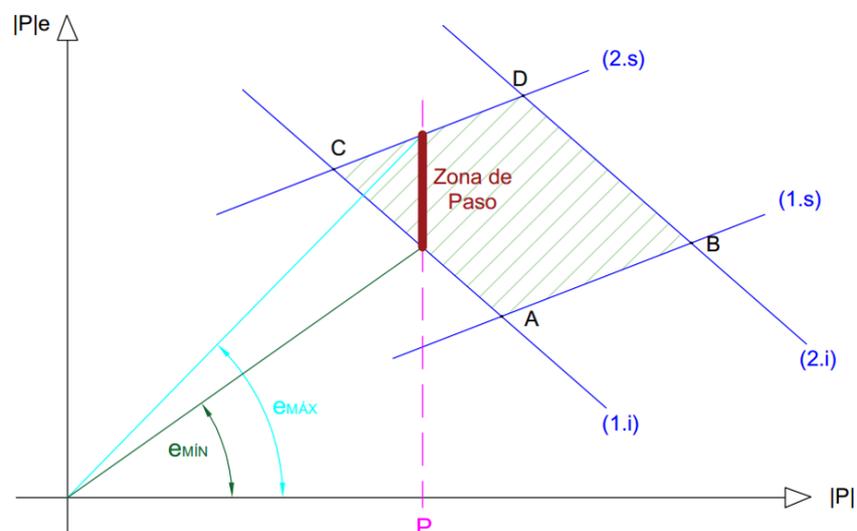


Figura 8: Excentricidad máxima y mínima correspondientes a una fuerza P

Para ilustrar la representación gráfica de los límites de $e_{MÁX}$ y $e_{MÍN}$ en una viga, se analiza la viga de ejemplo anterior en el cual se estableció el valor de mínimo de $|P|$. Para facilitar la visualización de la zona de paso del cable, se usará un valor de $|P|$ superior al mínimo pero que aún se encuentre entre los valores permitidos por las Condiciones Fundamentales.

Análisis de los límites de excentricidades para el uso de cable parabólico.

Para hallar la zona de paso del cable en la viga de ejemplo, es necesario calcular los valores de $e_{1.s}$, $e_{2.s}$, $e_{1.i}$, $e_{2.i}$, $e_{mín}$ y $e_{máx}$ para cada décimo de la luz L de la viga. Para este ejemplo se usará una fuerza de pretensado $|P| = 180 T$.

Datos		Zona de Paso del Cable											
$ P $	180	L	0	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	5L/10	6L/10	7L/10	8L/10	9L/10	L
		x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		M_{C1}	0.00	43.20	76.80	100.80	115.20	120.00	115.20	100.80	76.80	43.20	0.00
		M_{C2}	0.00	14.40	25.60	33.60	38.40	40.00	38.40	33.60	25.60	14.40	0.00
		$e_{1.s}$	-0.385	-0.145	0.041662	0.175	0.255	0.28166	0.255	0.175	0.04166	-0.145	-0.385
		$e_{2.s}$	0.28875	0.36875	0.430976	0.47542	0.50209	0.51098	0.5021	0.47542	0.43098	0.3688	0.2888
		$e_{1.i}$	-0.2623	-0.0223	0.164364	0.2977	0.3777	0.40436	0.3777	0.2977	0.16436	-0.0223	-0.262
		$e_{2.i}$	0.34974	0.42974	0.491959	0.5364	0.56307	0.57196	0.5631	0.5364	0.49196	0.4297	0.3497
		e_{MAX}	-0.2888	-0.3688	-0.4310	-0.4754	-0.5021	-0.5110	-0.5021	-0.4754	-0.4310	-0.3688	-0.2888
		e_{MIN}	0.2623	0.0223	-0.1644	-0.2977	-0.3777	-0.4044	-0.3777	-0.2977	-0.1644	0.0223	0.2623
A	0.00458	Borde Sup.	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950	0.5950
B	-0.0915	Borde Inf.	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550	-0.6550
C	0	Cable	0.0000	-0.1648	-0.2929	-0.3844	-0.4394	-0.4577	-0.4394	-0.3844	-0.2929	-0.1648	0.0000

Tabla 2: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo para cable parabólico

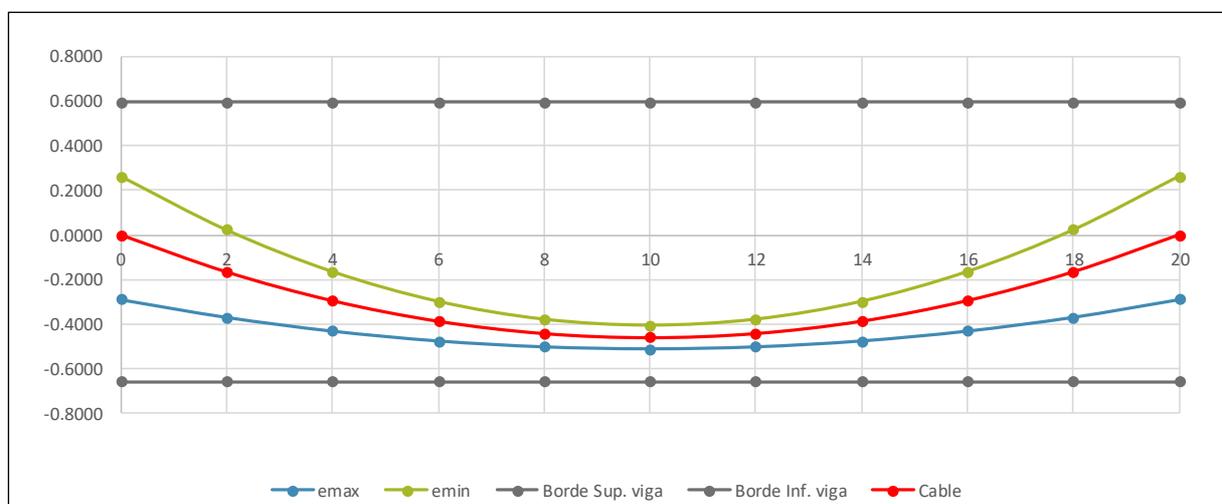


Figura 9: Ilustración de la zona de paso del cable parabólico en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo

Como se puede observar en la gráfica de la zona de paso del cable, el espacio entre los límites de excentricidades $e_{mín}$ y $e_{máx}$ da cabida a un cable de forma parabólica que constituye una solución para la viga de ejemplo. Se calcula la forma de este cable con una solución cuadrática, descrita por la ecuación e_1 en la sección de Diseño de Cables para tramos externos de Vigas Continuas.

$$e_1 = -\frac{e_B - e_A}{\beta^2 L^2} x^2 + 2 \frac{e_B - e_A}{\beta L} x + e_A$$

Por efectos de visualización, se colocó el cable en el centro de los límites de $e_{mín}$ y $e_{máx}$. De esta manera, se establecen las constantes

$$\begin{cases} e_A = 0 \\ e_B = \frac{(e_{mín} + e_{máx})_{x=0.5L}}{2} \\ \beta = \frac{1}{2}L \end{cases}$$

Y reemplazando e_1 por la ecuación $e_1 = Ax^2 + Bx + C$, se obtiene que las constantes de la ecuación son

$$\begin{cases} A = -\frac{\frac{(e_{mín} + e_{máx})_{x=0.5L}}{2}}{\frac{1}{4}L^2} \rightarrow A = \frac{-4}{L^2} \times \frac{(e_{mín} + e_{máx})_{x=0.5L}}{2} \\ B = 2 \frac{\frac{(e_{mín} + e_{máx})_{x=0.5L}}{2}}{\frac{1}{2}L} \rightarrow B = \frac{4}{L} \times \frac{(e_{mín} + e_{máx})_{x=0.5L}}{2} \\ C = 0 \end{cases}$$

Para la viga de ejemplo, la ecuación del cable parabólico está dada por los factores A, B y C de la Tabla 2. La ecuación es la siguiente.

$$e_1 = 0.00458x^2 - 0.0915x + 0$$

Zona de Paso para cables rectos.

Para el uso de cables rectos en hormigón pretensado, es necesario ampliar la zona de paso del cable. En este caso, la sección de apoyo se convierte en una sección crítica que se debe analizar con la sección de momento máximo.

Al graficar los paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de las secciones críticas de la viga, se forma un paralelogramo de intersección, el cual representa la solución a la viga para un cable recto. En la siguiente figura se muestra la solución de una viga simplemente apoyada.

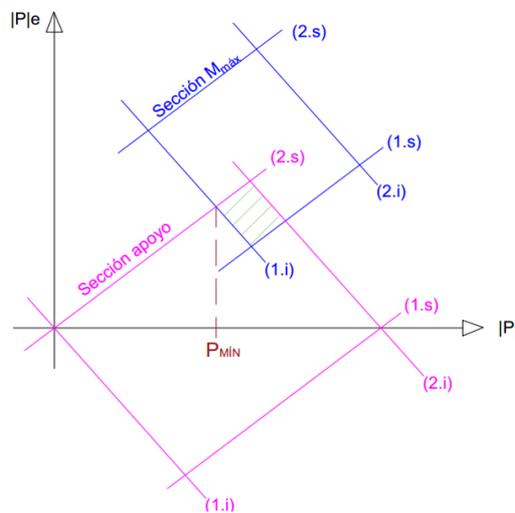


Figura 10: Intersección de paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de las secciones críticas

Ya que los momentos M_{C_1} y M_{C_2} son cero en el apoyo, las Condiciones Fundamentales del paralelogramo de intersección son las siguientes.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_{C_1}|h_s|}{I} + \frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_s|}{I} \leq |f_{CAD}| \quad (1.s)_{M_{\max}} \\ -\frac{|P|}{A} + \frac{|P|e|h_s|}{I} \leq |f_{TAD}| \quad (2.s)_{\text{Apoyo}} \quad (M_{C_2})_{x=0} = 0 \\ \frac{M_{C_1}|h_i|}{I} - \frac{|P|}{A} - \frac{|P|e|h_i|}{I} \leq |f_{TAD}| \quad (1.i)_{M_{\max}} \\ \frac{|P|}{A} + \frac{|P|e|h_i|}{I} \leq |f_{CAD}| \quad (2.i)_{\text{Apoyo}} \quad (M_{C_2})_{x=0} = 0 \end{array} \right.$$

De esta manera, las Condiciones Necesarias del paralelogramo de intersección se definen de la siguiente manera.

$$\begin{cases} (M_{C_1})_{M_{m\acute{a}x}} \frac{|h_s|}{I} \leq |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Superiores} \\ (M_{C_1})_{M_{m\acute{a}x}} \frac{|h_i|}{I} \leq |f_{TAD}| + |f_{CAD}| & \text{Fibras Inferiores} \end{cases}$$

Análisis de los límites de excentricidades para el uso de cable recto.

Al analizar de la viga de ejemplo en el apoyo y en el punto de momento máximo, se obtiene el siguiente resultado.

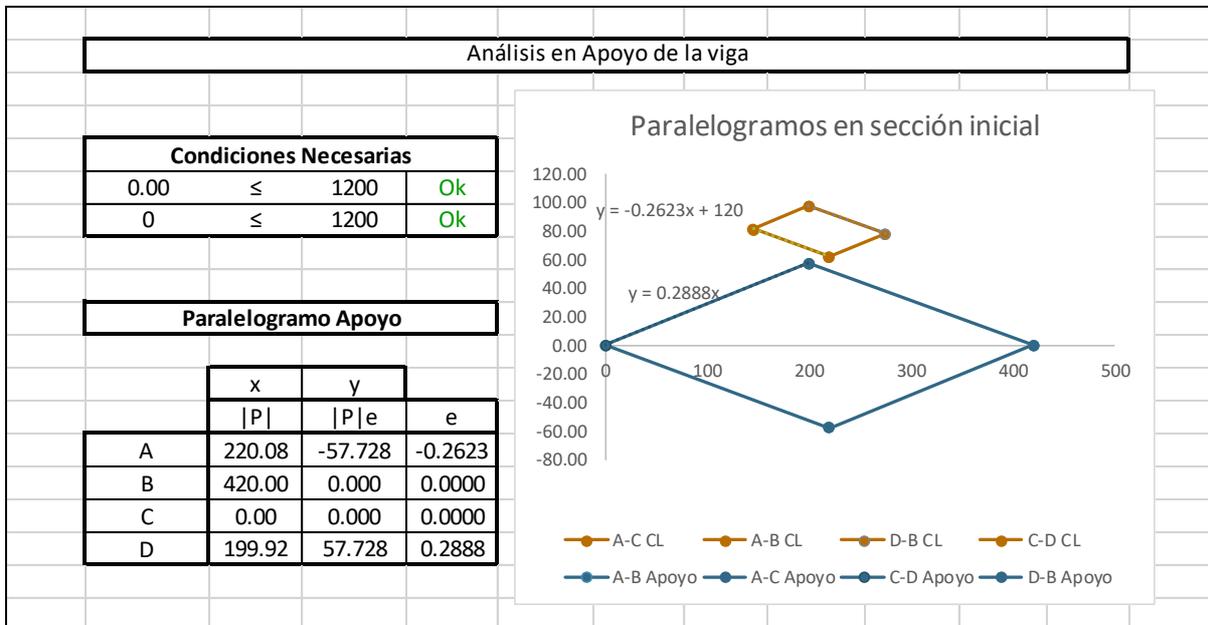


Figura 11: Paralelogramos de las secciones críticas de la viga de ejemplo

Como se observa en el gráfico de Paralelogramos en sección inicial, los paralelogramos de la sección en el apoyo y de la sección en el momento máximo (CL) no se intersecan.

El análisis de la viga de ejemplo demuestra que la sección no tiene la altura necesaria para pasar el cable recto. Se procede a aumentar la altura del alma de la viga hasta encontrar la solución más eficiente. La altura del alma se incrementó un 0.10m.

$$0.85_{inicial} \rightarrow 0.95m$$

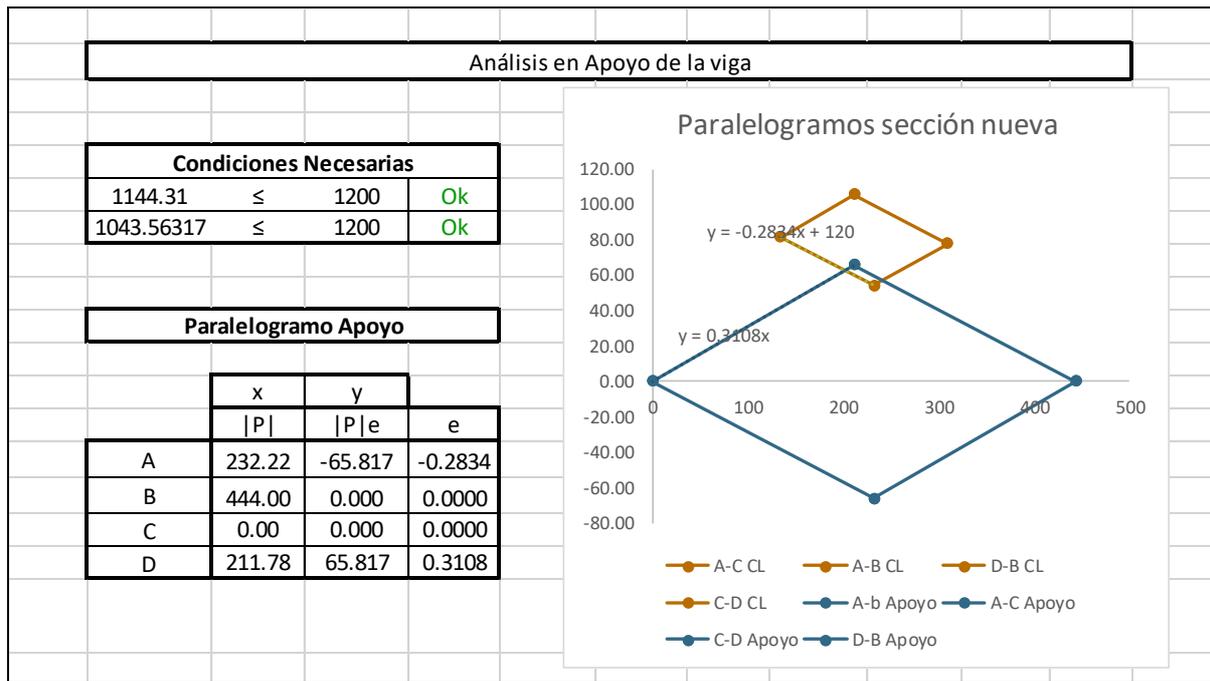


Figura 12: Paralelogramos de las secciones críticas de la viga de ejemplo modificada

En el gráfico de Paralelogramos de la sección nueva los paralelos se intersecan, por lo tanto existe una solución para cable recto. El $|P|_{\min}$ de intersección es la fuerza de pretensado más eficiente a usar. Conocido el valor de intersección obtenido de la gráfica, $|P| = 202.0 T$, se procede a calcular los límites de las excentricidades a lo largo de la viga.

Cable recto											
L	0	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	5L/10	6L/10	7L/10	8L/10	9L/10	L
x	0	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00
M_{C1}	0.00	43.20	76.80	100.80	115.20	120.00	115.20	100.80	76.80	43.20	0.00
M_{C2}	0.00	14.40	25.60	33.60	38.40	40.00	38.40	33.60	25.60	14.40	0.00
$e_{1,s}$	-0.37	-0.16	0.01	0.13	0.20	0.22	0.20	0.13	0.01	-0.16	-0.37
$e_{2,s}$	0.31	0.38	0.44	0.48	0.50	0.51	0.50	0.48	0.44	0.38	0.31
$e_{1,i}$	-0.28	-0.07	0.10	0.22	0.29	0.31	0.29	0.22	0.10	-0.07	-0.28
$e_{2,i}$	0.34	0.41	0.47	0.51	0.53	0.54	0.53	0.51	0.47	0.41	0.34
e_{MAX}	-0.31	-0.38	-0.44	-0.48	-0.50	-0.51	-0.50	-0.48	-0.44	-0.38	-0.31
e_{MIN}	0.28	0.07	-0.10	-0.22	-0.29	-0.31	-0.29	-0.22	-0.10	0.07	0.28
Borde Sup.	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644	0.644
Borde Inf.	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706	-0.706

Cable recto		
e_{MAX} Apoyo	-0.3108	Usar
e_{MIN} CL	-0.3106	-0.31071

Ok Sección correcta

Cable	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311	-0.311
--------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Tabla 3: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada para cable recto

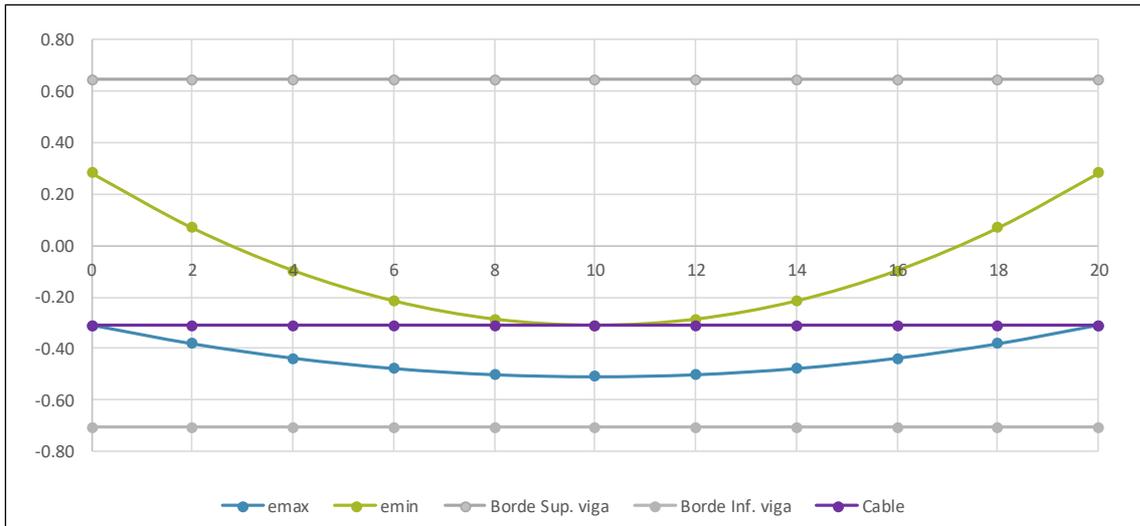


Figura 13: Ilustración de la zona de paso del cable recto en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada

Aplicación en casos reales

Vigas Postesadas: cables parabólicos.



Figura 14: Puente sobre el Río San Pedro - Ecuador

Vigas Pretesadas: cables horizontales.



Figura 15: Vigas prefabricadas - Planta de fabricación Rampuixa – España

VIGAS COMPUESTAS

El análisis de vigas compuestas se realiza en dos etapas. La primera etapa considera al hormigón fresco de la losa colocada sobre la viga prefabricada como un peso adicional, mientras que la segunda etapa considera a la sección de la losa como parte de la viga.

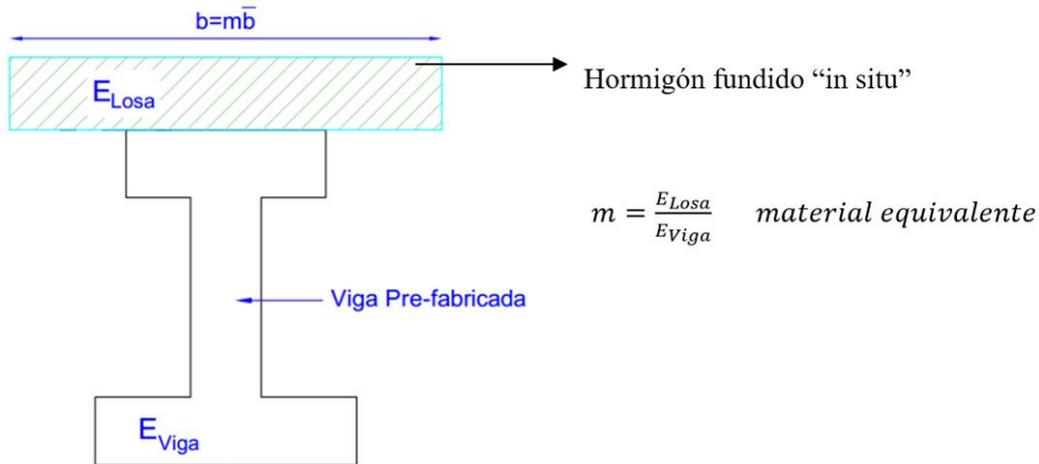


Figura 16: Representación de la sección de una viga compuesta

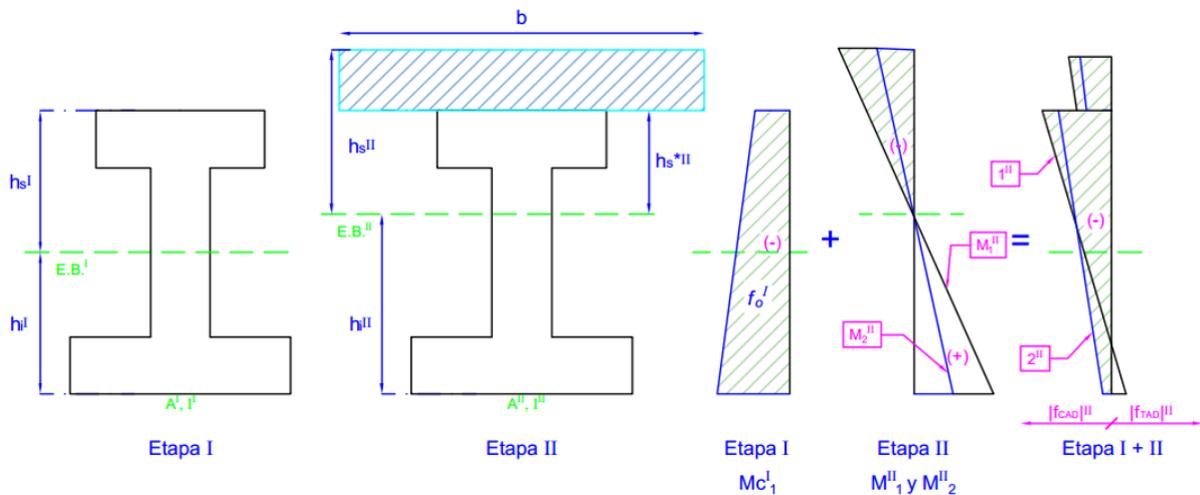


Figura 17: Distribución de esfuerzos en la sección de una viga compuesta en Etapa I y II

<p>Etapa I:</p>	$A^I, I^I, h_i^I, h_s^I; f_{CAD}^I; f_{TAD}^I$ $M_{C_1}^I = M_g^I + M_1^I$ $M_{C_2}^I = M_g^I + 0$	$\left\{ \begin{array}{l} M_g^I \text{ Peso Viga} \\ M_1^I \text{ Peso Losa (Horm. Fresco)} \\ M_2^I = 0 \end{array} \right.$	
<p>Etapa II:</p>	$A^{II}, I^{II}, h_i^{II}, h_s^{II}; f_{CAD}^{II}; f_{TAD}^{II}$ $M_{C_1}^{II} = M_{C_1}^I + M_1^{II}$ $M_{C_2}^{II} = M_{C_1}^I + M_2^{II}$	$\left\{ \begin{array}{l} M_1^{II} \text{ Envolverte Mom. Máximos} \\ \quad + \text{ Veredas} + \text{ pasamanos} + \text{ asfalto} \\ M_2^{II} \text{ Envolverte Mom. Mínimos} \end{array} \right.$	

Debido a que se producen pérdidas en la aplicación de la fuerza de pretensado, es necesario establecer un parámetro de corrección p .

$$p = \frac{P_{final}}{P_{transf}^*} \leq 1.0$$

De donde se obtiene que

$$P_{transf}^* = \frac{P_{final}}{p}$$

$$\begin{cases} f_{TAD}^{*I} \rightarrow \text{En etapa de transferencia pretensado} \\ f_{CAD}^{*I} \rightarrow \text{En etapa de transferencia pretensado} \end{cases}$$

Condiciones Fundamentales y Necesarias

Aplicadas a las ecuaciones de Condiciones Fundamentales, se obtiene las Condiciones Fundamentales de la Etapa I.

Condiciones Fundamentales de la Etapa I.

$$\begin{cases} (1.s)^I & \frac{M_{C_1}^I |h_s^I|}{I^I} + |P| \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) \leq |f_{CAD}^I| \\ (2.s)^{I*} & -\frac{M_{C_2}^I |h_s^I|}{I^I} - \left(\frac{|P|}{p} \right) \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) \leq |f_{TAD}^{*I}| \\ (1.i)^I & \frac{M_{C_1}^I |h_i^I|}{I^I} - |P| \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) \leq |f_{TAD}^I| \\ (2.i)^{I*} & -\frac{M_{C_2}^I |h_i^I|}{I^I} + \left(\frac{|P|}{p} \right) \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) \leq |f_{CAD}^{*I}| \end{cases}$$

Escribiendo las ecuaciones en función de P y Pe , se obtiene

$$\begin{cases} (1.s)^I & \frac{M_{C_1}^I |h_s^I|}{I^I} + |P| \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) \leq |f_{CAD}^I| \\ (2.s)^{I*} & -(p) \frac{M_{C_2}^I |h_s^I|}{I^I} - |P| \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) \leq (p) |f_{TAD}^{*I}| \\ (1.i)^I & \frac{M_{C_1}^I |h_i^I|}{I^I} - |P| \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) \leq |f_{TAD}^I| \\ (2.i)^{I*} & -(p) \frac{M_{C_2}^I |h_i^I|}{I^I} + |P| \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) \leq (p) |f_{CAD}^{*I}| \end{cases}$$

Las coordenadas del paralelogramo de las Condiciones Fundamentales de la Etapa I están definidas por las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} \text{Punto } A^I: (1.s)^I \text{ y } (1.i)^I & \begin{cases} |P|e^I = M_{C_1}^I - \left[\frac{|f_{CAD}^I| + |f_{TAD}^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] \times I^I \\ |P| = A^I \left[\frac{|f_{CAD}^I| |h_i^I| - |f_{TAD}^I| |h_s^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] \end{cases} \\ \text{Punto } B^I: (1.s)^I \text{ y } (2.i)^{I*} & \begin{cases} |P|e^I = \frac{M_{C_1}^I |h_s^I| + pM_{C_2}^I |h_i^I| + (p|f_{CAD}^{*I}| - |f_{CAD}^I|) I^I}{|h_s^I| + |h_i^I|} \\ |P| = A^I \left[\frac{\frac{1}{I^I} \times |h_i^I| |h_s^I| (pM_{C_2}^I - M_{C_1}^I) + |f_{CAD}^I| |h_i^I| + p|f_{CAD}^{*I}| |h_s^I|}{(|h_s^I| + |h_i^I|)} \right] \end{cases} \\ \text{Punto } C^I: (1.i)^I \text{ y } (2.s)^I & \begin{cases} |P|e^I = \frac{M_{C_1}^I |h_i^I| + pM_{C_2}^I |h_s^I| + (p|f_{TAD}^{*I}| - |f_{TAD}^I|) I^I}{|h_s^I| + |h_i^I|} \\ |P| = A^I \times \left[\frac{\frac{1}{I^I} \times |h_i^I| |h_s^I| (M_{C_1}^I - pM_{C_2}^I) - |f_{TAD}^I| |h_s^I| - p|f_{TAD}^{*I}| |h_i^I|}{(|h_i^I| + |h_s^I|)} \right] \end{cases} \\ \text{Punto } D^I: (2.s)^I \text{ y } (2.i)^I & \begin{cases} |P|e^I = p \left[M_{C_2}^I + \left(\frac{|f_{TAD}^{*I}| + |f_{CAD}^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \times I^I \right] \\ |P| = A^I p \left[\frac{|f_{CAD}^{*I}| |h_s^I| - |f_{TAD}^{*I}| |h_i^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] \end{cases} \end{aligned}$$

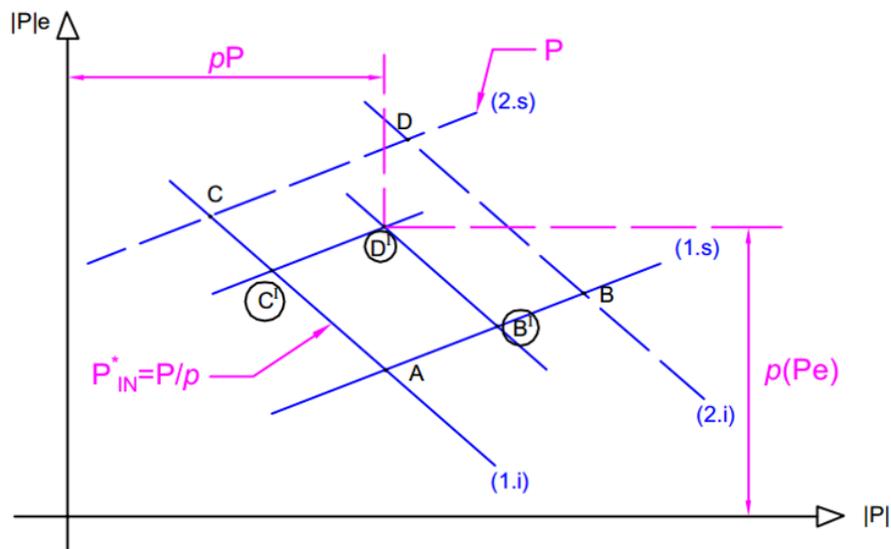


Figura 18: Efecto del factor p en el paralelogramo de las Condiciones Fundamentales

En este gráfico se observa la reducción del paralelogramo de las Condiciones Fundamentales de la Etapa I debido a las correcciones de p para las ecuaciones $(2.s)^{I*}$ y $(2.i)^{I*}$ en las que la fuerza P_{transf}^* controla sobre la fuerza P_{Final} .

Condiciones Fundamentales de la Etapa II.

Ya que la solución de la viga debe cumplir en ambas etapas para que la viga tenga una solución, es necesario que en la Etapa II se considere tanto las condiciones de la etapa previa como los efectos de la viga en funcionamiento cuando la losa ha fraguado. De esta manera, se obtiene las Condiciones Fundamentales de la Etapa II.

$$\left\{ \begin{array}{l} (1.s)^{II} \quad \frac{M_{C_1}^I |h_s^I|}{I^I} + |P| \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) + \frac{M_1^{II} |h_s^{*II}|}{I^{II}} \leq |f_{CAD}^{II}| \\ (2.s)^{II} \quad -\frac{M_{C_1}^I |h_s^I|}{I^I} - |P| \left(\frac{1}{A^I} - e^I \frac{|h_s^I|}{I^I} \right) - \frac{M_2^{II} |h_s^{*II}|}{I^{II}} \leq |f_{TAD}^{II}| \\ (1.i)^{II} \quad \frac{M_{C_1}^I |h_i^I|}{I^I} - |P| \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) + \frac{M_1^{II} |h_i^{II}|}{I^{II}} \leq |f_{TAD}^{II}| \\ (2.i)^{II} \quad -\frac{M_{C_1}^I |h_i^I|}{I^I} + |P| \left(\frac{1}{A^I} + e^I \frac{|h_i^I|}{I^I} \right) - \frac{M_2^{II} |h_i^{II}|}{I^{II}} \leq |f_{CAD}^{II}| \end{array} \right.$$

Las coordenadas del paralelogramo de las Condiciones Fundamentales de la Etapa II son las siguientes.

$$\begin{aligned}
 \text{Punto } A^{II}: (1.s)^{II} \text{ y } (1.i)^{II} & \left\{ \begin{array}{l} |P|e^I = M_{C_1}^I - \left[\frac{|f_{CAD}^{II}| + |f_{TAD}^{II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] I^I + M_1^{II} \left(\frac{|h_s^{*II}| + |h_i^{II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \frac{I^I}{I^{II}} \\ |P| = A^I \left[\frac{|f_{CAD}^{II}| |h_i^I| - |f_{TAD}^{II}| |h_s^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] + \left(\frac{|h_i^{II}| |h_s^I| - |h_s^{*II}| |h_i^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \frac{M_1^{II} A^I}{I^{II}} \end{array} \right. \\
 \text{Punto } B^{II}: (1.s)^{II} \text{ y } (2.i)^{II} & \left\{ \begin{array}{l} |P|e^I = M_{C_1}^I + \left(\frac{M_1^{II} |h_s^{*II}| + M_2^{II} |h_i^{II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \frac{I^I}{I^{II}} \\ |P| = A^I |f_{CAD}^{II}| + \frac{A^I}{I^{II}} \left[\frac{M_2^{II} |h_i^{II}| |h_s^I| - M_1^{II} |h_s^{*II}| |h_i^I|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] \end{array} \right. \\
 \text{Punto } C^{II}: (1.i)^{II} \text{ y } (2.s)^{II} & \left\{ \begin{array}{l} |P|e^I = M_{C_1}^I + \left(\frac{M_1^{II} |h_i^{II}| + M_2^{II} |h_s^{*II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \frac{I^I}{I^{II}} \\ |P| = -|f_{TAD}^{II}| A^I + \frac{M_1^{II}}{I^{II}} \left(\frac{|h_i^{II}| |h_s^I| A^I}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) - \frac{M_2^{II}}{I^{II}} \left(\frac{|h_s^{*II}| |h_i^I| A^I}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \end{array} \right. \\
 \text{Punto } D^{II}: (2.s)^{II} \text{ y } (2.i)^{II} & \left\{ \begin{array}{l} |P|e^I = \left(\frac{|f_{TAD}^{II}| + |f_{CAD}^{II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) I^I + M_{C_1}^I + \frac{M_2^{II} I^I}{I^{II}} \left(\frac{|h_s^{*II}| + |h_i^{II}|}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right) \\ |P| = A^I \times \left[\frac{|f_{CAD}^{II}| |h_s^I| - |f_{TAD}^{II}| |h_i^I| + \frac{M_2^{II}}{I^{II}} (|h_i^{II}| |h_s^I| - |h_i^I| |h_s^{*II}|)}{|h_s^I| + |h_i^I|} \right] \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Condiciones Necesarias.

Las Condiciones Necesarias analizan los tres paralelogramos formados por las Condiciones Fundamentales como se describe a continuación.

$$\begin{aligned}
 (2.s)^{I*} - (1.s)^I & \rightarrow \frac{(M_{C_1}^I - pM_{C_2}^I) |h_s^I|}{I^I} \leq |f_{CAD}^I| + |pf_{TAD}^I| \\
 (1.i)^I - (2.i)^{I*} & \rightarrow \frac{(M_{C_1}^I - pM_{C_2}^I) |h_i^I|}{I^I} \leq |pf_{CAD}^I| + |f_{TAD}^I| \left. \vphantom{\begin{array}{l} (2.s)^{I*} - (1.s)^I \\ (1.i)^I - (2.i)^{I*} \end{array}} \right\} \text{Paralelogramo Etapa I} \\
 (2.s)^{II} - (1.s)^{II} & \rightarrow \frac{(M_1^{II} - M_2^{II}) |h_s^{*II}|}{I^{II}} \leq |f_{TAD}^{II}| + |f_{CAD}^{II}| \\
 (1.i)^{II} - (2.i)^{II} & \rightarrow \frac{(M_1^{II} - M_2^{II}) |h_i^{II}|}{I^{II}} \leq |f_{TAD}^{II}| + |f_{CAD}^{II}| \left. \vphantom{\begin{array}{l} (2.s)^{II} - (1.s)^{II} \\ (1.i)^{II} - (2.i)^{II} \end{array}} \right\} \text{Paralelogramo Etapa II} \\
 (2.s)^{I*} - (1.s)^{II} & \rightarrow \frac{(M_{C_1}^I - pM_{C_2}^I) |h_s^I|}{I^I} + \frac{M_1^{II} |h_s^{*II}|}{I^{II}} \leq |pf_{TAD}^I| + |f_{CAD}^{II}| \\
 (1.i)^{II} - (2.i)^{I*} & \rightarrow \frac{(M_{C_1}^I - pM_{C_2}^I) |h_i^I|}{I^I} + \frac{M_1^{II} |h_i^{II}|}{I^{II}} \leq |f_{TAD}^{II}| + |pf_{CAD}^I| \left. \vphantom{\begin{array}{l} (2.s)^{I*} - (1.s)^{II} \\ (1.i)^{II} - (2.i)^{I*} \end{array}} \right\} \text{Paralel. Inters.}
 \end{aligned}$$

Zona de paso del cable

La zona de paso del cable está delimitada por los valores de $e_{MÁX}$ y $e_{MÍN}$ se obtienen de la siguiente manera.

$$e_{MAX}: \text{el menor valor algébrico de } \begin{cases} e_{2.s}^{I*} = \frac{I^I}{A^I |h_s^I|} + p \frac{M_{C_2}^I}{|P|} + p \frac{|f_{TAD}^{*I}| I^I}{|P| |h_s^I|} \\ e_{2.s}^{II} = \frac{I^I}{A^I |h_s^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} + \frac{|f_{TAD}^{II}| I^I}{|P| |h_s^I|} + \frac{M_2^{II} |h_s^{*II}| I^I}{I^{II} |P| |h_s^I|} \\ e_{2.i}^{I*} = -\frac{I^I}{A^I |h_i^I|} + p \frac{M_{C_2}^I}{|P|} + p \frac{|f_{CAD}^{I*}| I^I}{|P| |h_i^I|} \\ e_{2.i}^{II} = -\frac{I^I}{A^I |h_i^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} + \frac{|f_{CAD}^{II}| I^I}{|P| |h_i^I|} + \frac{M_2^{II} |h_i^{II}| I^I}{I^{II} |P| |h_i^I|} \end{cases}$$

$$e_{MIN}: \text{el mayor valor algébrico de } \begin{cases} e_{1.s}^I = \frac{I^I}{A^I |h_s^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} - \frac{|f_{CAD}^I| I^I}{|P| |h_s^I|} \\ e_{1.s}^{II} = \frac{I^I}{A^I |h_s^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} - \frac{|f_{CAD}^{II}| I^I}{|P| |h_s^I|} + \frac{M_1^{II} |h_s^{*II}| I^I}{I^{II} |P| |h_s^I|} \\ e_{1.i}^I = -\frac{I^I}{A^I |h_i^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} - \frac{|f_{TAD}^I| I^I}{|P| |h_i^I|} \\ e_{1.i}^{II} = -\frac{I^I}{A^I |h_i^I|} + \frac{M_{C_1}^I}{|P|} - \frac{|f_{TAD}^{II}| I^I}{|P| |h_i^I|} + \frac{M_1^{II} |h_i^{II}| I^I}{I^{II} |P| |h_i^I|} \end{cases}$$

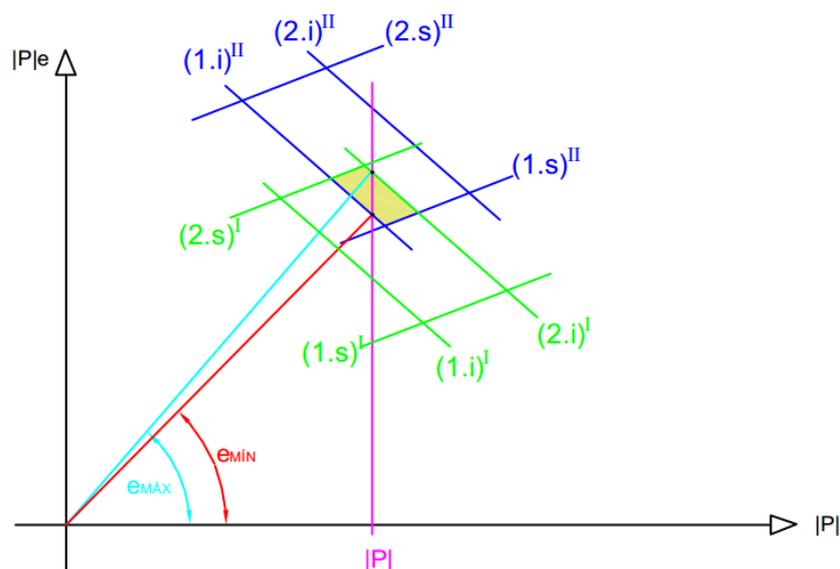


Figura 19: Intersección de paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de la sección crítica Etapa I y II

Para $p = 1.0$, se realizan los siguientes cambios en las ecuaciones anteriores de excentricidades.

$$\begin{cases} e_{2.s}^{I*} = e_{2.s}^I \\ e_{2.i}^{I*} = e_{2.i}^I \\ |f_{TAD}^{*I}| = |f_{TAD}^I| \\ |f_{CAD}^{*I}| = |f_{CAD}^I| \end{cases}$$

Por lo tanto se obtiene que los límites de las excentricidades son los siguientes.

$$\begin{cases} e_{M\acute{A}X}: \text{el menor valor alg\u00e9brico de } e_{2.s}^I, e_{2.s}^{II}, e_{2.i}^I, e_{2.i}^{II} \\ e_{M\acute{I}N}: \text{el mayor valor alg\u00e9brico de } e_{1.s}^I, e_{1.s}^{II}, e_{1.i}^I, e_{1.i}^{II} \end{cases}$$

An\u00e1lisis de una viga compuesta.

Tomando la secci\u00f3n de la viga de ejemplo como viga fabricada previamente, se aplica una losa de secci\u00f3n $2.00 \times 0.16 \text{ m}$. Se us\u00f3 un $p = 1.0$ y las siguientes caracter\u00edsticas.

$$\text{Etapa I} \quad \begin{cases} |f_{CAD}^I| = |f_{CAD}^{*I}| = 1500 \text{ MPa} \\ |f_{TAD}^I| = |f_{TAD}^{*I}| = 150 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_D^I = 0.8 \frac{T}{m^2} \\ \omega_L^I = 1.6 \frac{T}{m^2} \\ \gamma = 2.4 \frac{T}{m^3} \end{cases}$$

$$\text{Etapa II} \quad \begin{cases} |f_{CAD}^{II}| = 1200 \text{ MPa} \\ |f_{TAD}^{II}| = 0 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_D^{II} = 0 \frac{T}{m^2} \\ \omega_L^{II} = 3.6 \frac{T}{m^2} \end{cases}$$

Los resultados del análisis de la viga en su sección crítica fueron los siguientes.

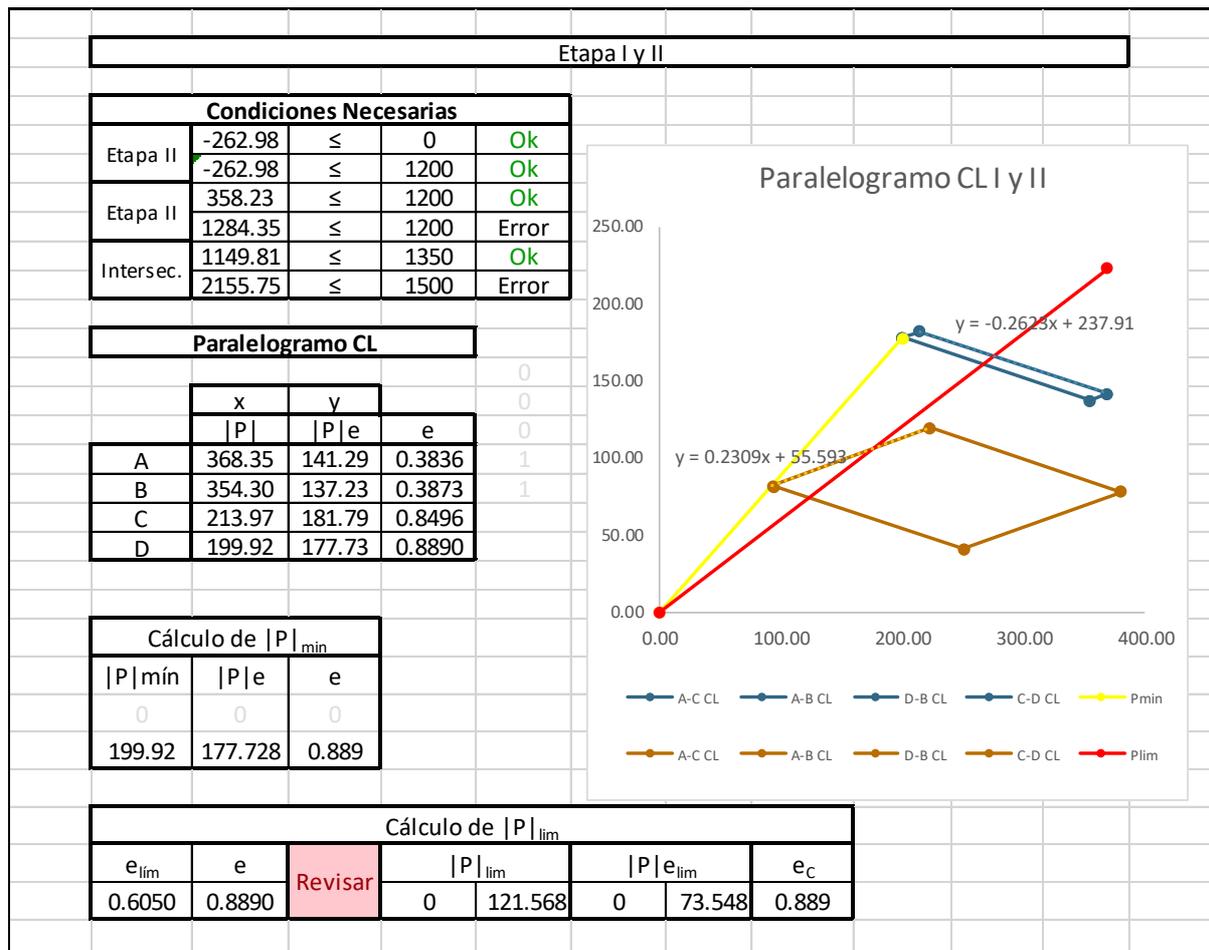


Tabla 4: Paralelogramos de Condiciones Fundamentales en la sección crítica para las Etapas I y II para la viga de ejemplo

Como se puede observar en el gráfico Paralelogramo CL I y II, los paralelogramos de las Condiciones Fundamentales de la Etapa I y de la Etapa II no se intersecan, por lo que es necesario modificar la sección de la viga de ejemplo.

Por consiguiente, se incrementó la altura del alma x de la viga hasta que los paralelogramos se intersequen.

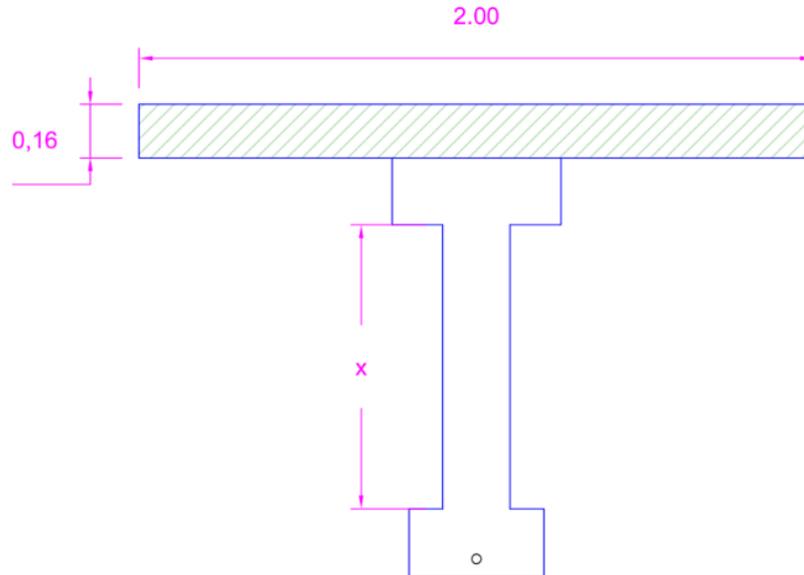


Figura 20: Sección de viga de ejemplo modificada para análisis de viga compuesta

Luego de varias iteraciones, se concluyó que la altura requerida es $x = 1.60 \text{ m}$. Los resultados se muestran a continuación.

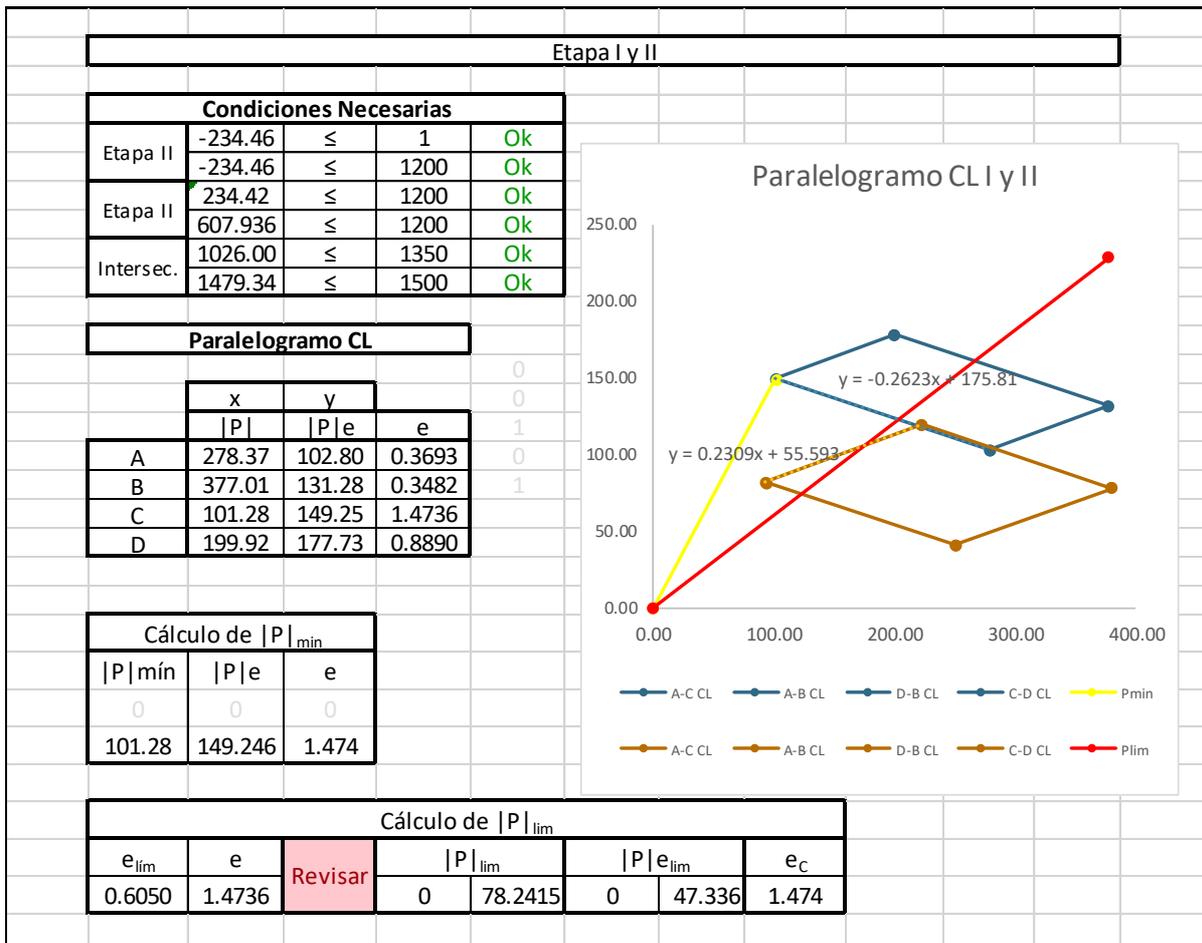


Figura 21: Intersección de paralelogramos de Condiciones Fundamentales en la sección crítica para las Etapas I y II para la viga de ejemplo modificada

Como se puede observar en el gráfico, la fuerza mínima de pretensado $|P|_{\min}$ se encuentra en la intersección de los dos paralelogramos.

La zona de paso del cable de la fuerza calculada de $|P| = 251.00 T$ se muestra a continuación.

Zona de Paso del cable											
L	0	L/10	2L/10	3L/10	4L/10	5L/10	6L/10	7L/10	8L/10	9L/10	L
x	0	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00
$V_D I$	8.00	6.40	4.80	3.20	1.60	0.00	-1.60	-3.20	-4.80	-6.40	-8.00
$V_L I$	16.00	12.80	9.60	6.40	3.20	0.00	-3.20	-6.40	-9.60	-12.80	-16.00
$M_g I$	0.00	14.40	25.60	33.60	38.40	40.00	38.40	33.60	25.60	14.40	0.00
$M_1 I$	0.00	28.80	51.20	67.20	76.80	80.00	76.80	67.20	51.20	28.80	0.00
$M_2 I$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$M_{C1} I$	0.00	43.20	76.80	100.80	115.20	120.00	115.20	100.80	76.80	43.20	0.00
$M_{C2} I$	0.00	14.40	25.60	33.60	38.40	40.00	38.40	33.60	25.60	14.40	0.00
$V_L II$	36.00	28.80	21.60	14.40	7.20	0.00	-7.20	-14.40	-21.60	-28.80	-36.00
$M_1 II$	0.00	64.80	115.20	151.20	172.80	180.00	172.80	151.20	115.20	64.80	0.00
$M_2 II$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$M_{C1} II$	0.00	108.00	192.00	252.00	288.00	300.00	288.00	252.00	192.00	108.00	0.00
$M_{C2} II$	0.00	43.20	76.80	100.80	115.20	120.00	115.20	100.80	76.80	43.20	0.00
$e_{2,s}^I$	0.3492	0.4065	0.4511	0.4830	0.5021	0.5085	0.5021	0.4830	0.4511	0.4065	0.3492
$e_{2,s}^{II}$	0.2888	0.4609	0.5947	0.6903	0.7477	0.7668	0.7477	0.6903	0.5947	0.4609	0.2888
$e_{2,i}^I$	0.2863	0.3437	0.3883	0.4202	0.4393	0.4457	0.4393	0.4202	0.3883	0.3437	0.2863
$e_{2,i}^{II}$	0.1766	0.3487	0.4826	0.5782	0.6356	0.6547	0.6356	0.5782	0.4826	0.3487	0.1766
$e_{1,i}^I$	-0.3152	-0.1431	-0.0092	0.0864	0.1438	0.1629	0.1438	0.0864	-0.0092	-0.1431	-0.3152
$e_{1,s}^{II}$	-0.1944	0.0117	0.1720	0.2865	0.3552	0.3781	0.3552	0.2865	0.1720	0.0117	-0.1944
$e_{1,i}^I$	-0.3172	-0.1451	-0.0112	0.0844	0.1418	0.1609	0.1418	0.0844	-0.0112	-0.1451	-0.3172
$e_{1,i}^{II}$	-0.2623	-0.0101	0.1860	0.3261	0.4101	0.4381	0.4101	0.3261	0.1860	-0.0101	-0.2623
e_{MAX}	-0.1766	-0.3437	-0.3883	-0.4202	-0.4393	-0.4457	-0.4393	-0.4202	-0.3883	-0.3437	-0.1766
e_{MIN}	0.1944	-0.0117	-0.1860	-0.3261	-0.4101	-0.4381	-0.4101	-0.3261	-0.1860	-0.0117	0.1944
Borde Sup.	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166	0.7166
Borde Inf.	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434	-1.4434
A	0.00438										
B											
C											
0											
e cable	0.000	-0.158	-0.280	-0.368	-0.421	-0.438	-0.421	-0.368	-0.280	-0.158	0.000

Tabla 5: Excentricidades máximas y mínimas en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada para viga compuesta

Se calculó la ecuación del cable con una solución cuadrática, descrita por la ecuación e_1 en la sección de Diseño de Cables para tramos externos de Vigas Continuas. La ecuación del cable parabólico de la solución es

$$e_1 = 0.00438x^2 - 0.0876x + 0$$

A continuación se muestra la gráfica de la Zona de paso del cable en la viga compuesta, seguida de la gráfica de Momentos máximos y mínimos a lo largo de la viga.

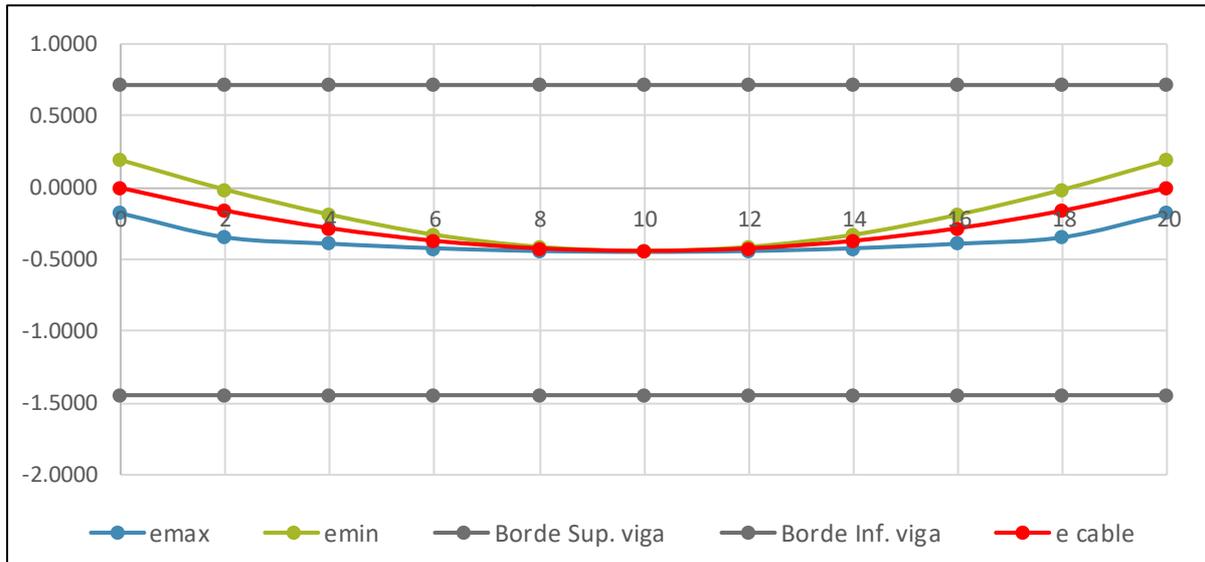


Figura 22: Ilustración de la zona de paso del cable en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada como viga compuesta

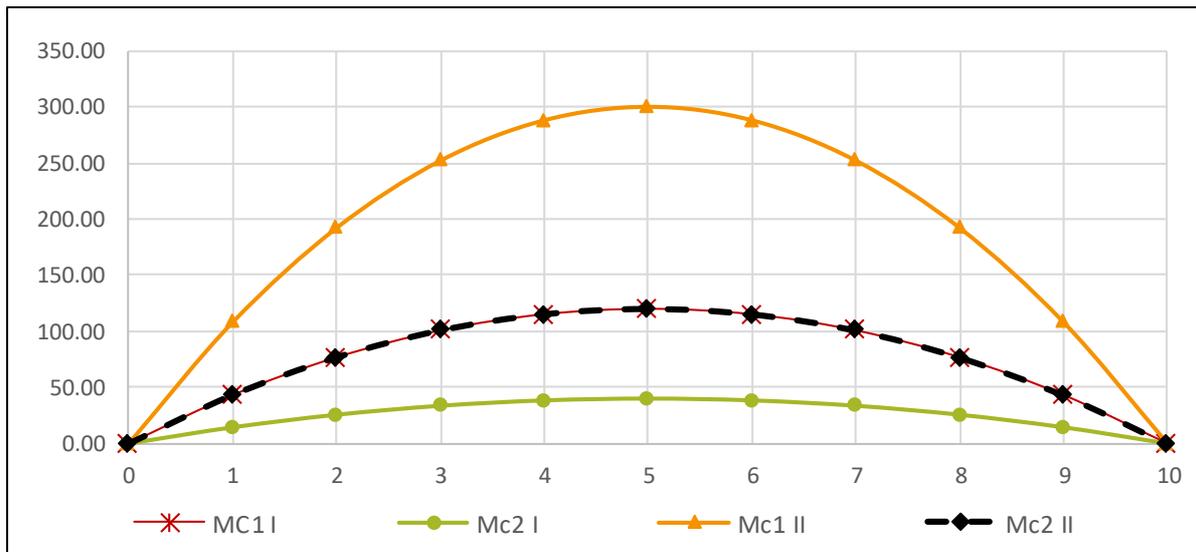


Figura 23: Momentos máximos y mínimos en cada décimo de la luz de la viga de ejemplo modificada como viga compuesta

Aplicación en casos reales



Figura 24: Vista frontal del puente calle Raffaele Giannetti sobre la Ruta Viva - Quito



Figura 25: Vista inferior del puente calle Raffaele Giannetti sobre la Ruta Viva – Quito

VIGAS CONTINUAS

En las vigas continuas en hormigón pretensado se genera un momento final M_F , el cual está compuesto por un momento isostático debido a la aplicación de una fuerza de pretensado P a una excentricidad e y por un momento hiperestático denominado Momento Secundario de Pretensado M_{SP} que se produce el momento que se tesa los cables.

$$\text{Momento Final: } M_F = -Pe + M_{SP}$$

Campo de variación de M_{SP}

Para deducir M_{SP} primero se debe introducir el efecto de momento final en las Condiciones Fundamentales, para lo cual se utiliza un concepto de línea de presión e_o .

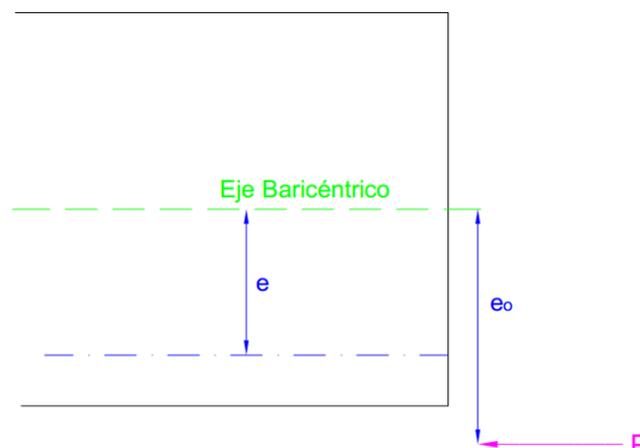


Figura 26: Posición de línea de presión en una viga

De esta manera, se define al momento final como $M_F = -e_o P$, y consecuentemente se obtiene que

$$e_o = -\frac{M_F}{P} = e - \frac{M_{SP}}{P}$$

Para las vigas continuas se tiene cambios en las ecuaciones de los cables, por lo que es necesario introducir una condición geométrica que limite a la excentricidad tomando en cuenta los recubrimientos tanto en la parte superior como en la parte inferior de la viga.

$$\begin{cases} |d_s| = |h_s| - R_s \\ |d_i| = |h_i| - R_i \end{cases}$$

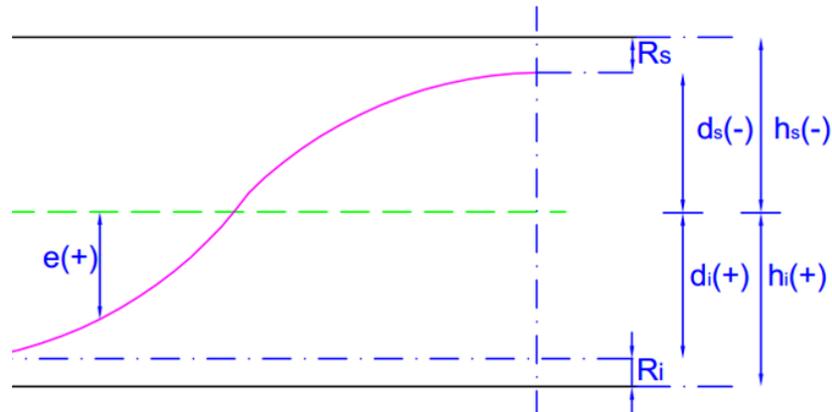


Figura 27: Ilustración de d_s y d_i en la viga

Como resultado, se establece la Condición Geométrica.

$$-|d_s| \leq e \leq |d_i|$$

Aplicando e_o en las Condiciones Fundamentales, se obtiene las siguientes ecuaciones para e .

$$\left. \begin{array}{l} (1.s) \quad -\frac{M_{C_1}|h_s|}{I} - |P|\left(\frac{1}{A} - e_o \frac{|h_s|}{I}\right) \geq -|f_{CAD}| \rightarrow e \geq -\frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \\ (2.s) \quad -\frac{M_{C_2}|h_s|}{I} - |P|\left(\frac{1}{A} - e_o \frac{|h_s|}{I}\right) \leq |f_{TAD}| \rightarrow e \leq \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \\ (1.i) \quad \frac{M_{C_1}|h_i|}{I} - |P|\left(\frac{1}{A} + e_o \frac{|h_i|}{I}\right) \leq |f_{TAD}| \rightarrow e \geq -\frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \\ (2.i) \quad \frac{M_{C_2}|h_i|}{I} - |P|\left(\frac{1}{A} + e_o \frac{|h_i|}{I}\right) \geq -|f_{CAD}| \rightarrow e \leq \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \\ C \end{array}$$

Se procede a unir los términos de compresión y los términos de tensión de la siguiente manera.

$$\text{Lado derecho Cond. (1.s)} \leq e \leq \text{Lado derecho Cond. (2.i)} \quad (C)$$

$$\text{Lado derecho Cond. (1.i)} \leq e \leq \text{Lado derecho Cond. (2.s)} \quad (T)$$

De esta manera se obtienen los límites de e a través de tres inecuaciones.

$$\text{Límites de } e \left\{ \begin{array}{l} 1) \quad -\frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \leq e \leq \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \quad (C) \\ 2) \quad -\frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \leq e \leq \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \quad (T) \\ 3) \quad -|d_s| \leq e \leq |d_i| \end{array} \right.$$

Se resuelve combinando los lados opuestos entre las tres inecuaciones como se demuestra a continuación.

$$\text{Combinando 1) con 3)} \quad \begin{cases} (1.s) \leq |d_i| \\ -|d_s| \leq (2.i) \end{cases}$$

$$I \quad \begin{cases} (1.s) - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \leq |d_i| \rightarrow M_{SP} \leq |P| \left[|d_i| - \frac{M_{C_1}}{|P|} - \frac{I}{A|h_s|} + \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||P|} \right] \\ (2.i) - |d_s| \leq \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \rightarrow M_{SP} \geq |P| \left[-|d_s| - \frac{M_{C_2}}{|P|} + \frac{I}{A|h_i|} - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i||P|} \right] \end{cases}$$

$$\text{Combinando 2) con 3)} \quad \begin{cases} (1.i) \leq |d_i| \\ -|d_s| \leq (2.s) \end{cases}$$

$$II \quad \begin{cases} (1.i) - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|} - \frac{I}{A|h_i|} + \frac{M_{C_1} + M_{SP}}{|P|} \leq |d_i| \rightarrow M_{SP} \leq |P| \left[|d_i| - \frac{M_{C_1}}{|P|} + \frac{I}{A|h_i|} + \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i||P|} \right] \\ (2.s) - |d_s| \leq \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|} + \frac{I}{A|h_s|} + \frac{M_{C_2} + M_{SP}}{|P|} \rightarrow M_{SP} \geq |P| \left[-|d_s| - \frac{M_{C_2}}{|P|} - \frac{I}{A|h_s|} - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||P|} \right] \end{cases}$$

De las ecuaciones *I* y *II* se obtiene el campo de variación del M_{SP} . Se las divide de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \text{Parte A: Ecuaciones I (Compresión)} \\ \text{Parte B: Ecuaciones II (Tracción)} \end{cases}$$

De las Ecuaciones *I* se obtiene

$$-|d_s||P| - M_{C_2} + \frac{|P|I}{A|h_i|} - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i|} \leq M_{SP} \leq |d_i||P| - M_{C_1} - \frac{|P|I}{A|h_s|} + \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s|}$$

De las Ecuaciones *II* se obtiene

$$-|d_s||P| - M_{C_2} - \frac{|P|I}{A|h_s|} - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s|} \leq M_{SP} \leq |d_i||P| - M_{C_1} + \frac{|P|I}{A|h_i|} + \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i|}$$

Para facilitar la notación, se realiza el siguiente reemplazo de términos

$$\begin{cases} C_{s_A} = -|d_s||P| + \frac{|P|I}{A|h_i} - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_i|} \\ C_{i_A} = |d_i||P| - \frac{|P|I}{A|h_s} + \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s|} \\ C_{s_B} = -|d_s||P| - \frac{|P|I}{A|h_s} - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s|} \\ C_{i_B} = |d_i||P| + \frac{|P|I}{A|h_i} + \frac{|f_{TAD}|I}{|h_i|} \end{cases}$$

Con el reemplazo se obtiene que

$$\begin{cases} \text{Parte A:} & C_{s_A} - M_{C_2} \leq M_{SP} \leq C_{i_A} - M_{C_1} \\ \text{Parte B:} & C_{s_B} - M_{C_2} \leq M_{SP} \leq C_{i_B} - M_{C_1} \end{cases}$$

Para facilitar los límites de M_{SP} , se determina lo siguiente.

$$C_{s \text{ mín}} = \underset{\text{máx algeb.}}{\begin{cases} C_{s_A} \\ C_{s_B} \end{cases}}$$

$$C_{i \text{ máx}} = \underset{\text{mín algeb.}}{\begin{cases} C_{i_A} \\ C_{i_B} \end{cases}}$$

De esta manera, se establece que

$$C_{s \text{ mín}} - M_{C_2} \leq M_{SP} \leq C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}$$

Reemplazando $\mathcal{M}_2 = C_{s \text{ mín}} - M_{C_2}$ y $\mathcal{M}_1 = C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}$, se obtiene la Zona de paso o el

Campo de variación de M_{SP} .

$$\mathcal{M}_2 \leq M_{SP} \leq \mathcal{M}_1$$

Tramos de una viga continua

Tramo Externo.

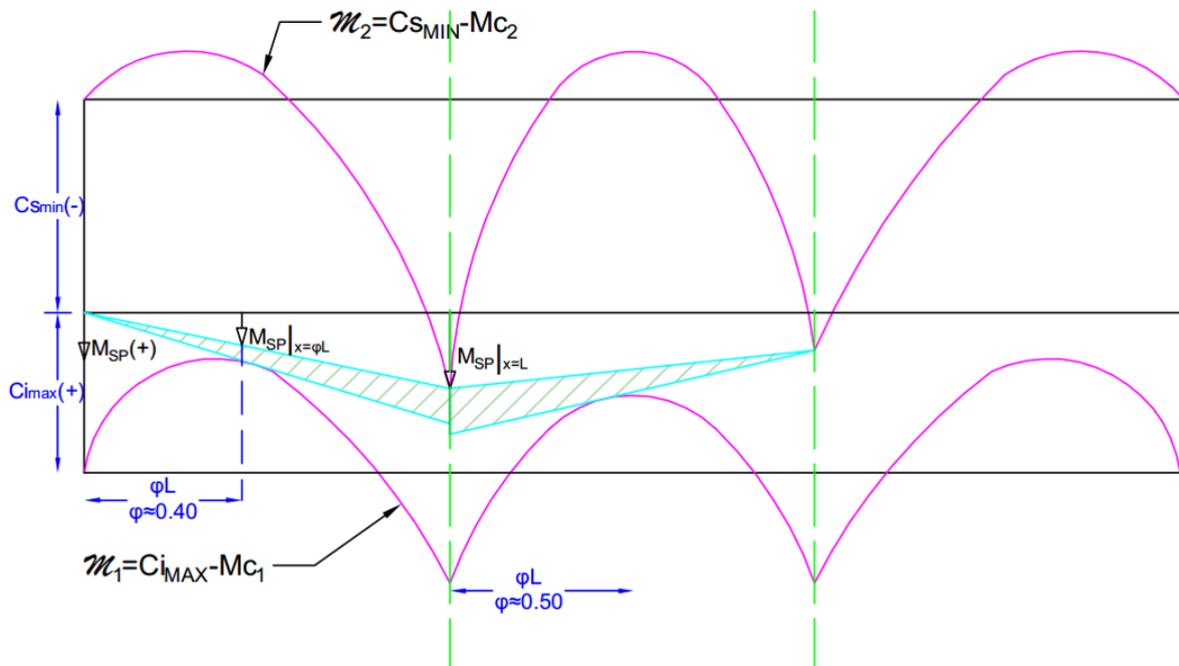


Figura 28: Campo de variación del Momento Secundario de Pretensado - tramos externos

Con un valor estimado de $\varphi = 0.40$, M_{SP} presenta la siguiente variación en el gráfico.

$$M_{SP} \begin{cases} (C_{S\min} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq M_{SP}|_{x=L} \\ M_{SP}|_{x=\varphi L} \leq (C_{i\max} - M_{C_1})_{x=\varphi L} \end{cases}$$

Por esta razón, se procede a unir las inecuaciones.

$$(C_{S\min} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq (C_{i\max} - M_{C_1})_{x=\varphi L}$$

Utilizando las combinaciones de C_{S_A} , C_{i_A} , C_{S_B} y C_{i_B} , se obtienen los cuatro posibles valores

de P , como se demuestra a continuación.

$$\begin{cases} a) (C_{S_A} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq (C_{i_A} - M_{C_1})_{x=\varphi L} \rightarrow |P|_a \\ b) (C_{S_A} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq (C_{i_B} - M_{C_1})_{x=\varphi L} \rightarrow |P|_b \\ c) (C_{S_B} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq (C_{i_A} - M_{C_1})_{x=\varphi L} \rightarrow |P|_c \\ d) (C_{S_B} - M_{C_2})_{x=L} \varphi \leq (C_{i_B} - M_{C_1})_{x=\varphi L} \rightarrow |P|_d \end{cases}$$

P_{\min} es el mayor valor de P , con sus correspondientes valores como $C_{S \min}$ y $C_{i \max}$

$$\left. \begin{aligned}
 a)_{\underline{C_{S_A}}, \underline{C_{i_A}}} |P|_a &\geq \frac{M_{C_1}|_{x=\varphi L} - \varphi M_{C_2}|_{x=L} - \frac{|f_{CAD}|I}{|h_s||h_i|}(\varphi|h_s| + |h_i|)}{|d_s|\varphi + |d_i| - \frac{I}{A|h_s||h_i|}(\varphi|h_s| + |h_i|)} \\
 b)_{\underline{C_{S_A}}, \underline{C_{i_B}}} |P|_b &\geq \frac{M_{C_1}|_{x=\varphi L} - \varphi M_{C_2}|_{x=L} - \frac{I}{|h_i|}(|f_{CAD}|\varphi - |f_{TAD}|)}{|d_s|\varphi + |d_i| + \frac{I}{A|h_i|}(1 - \varphi)} \\
 c)_{\underline{C_{S_B}}, \underline{C_{i_A}}} |P|_c &\geq \frac{M_{C_1}|_{x=\varphi L} - \varphi M_{C_2}|_{x=L} - \frac{I}{|h_s|}(|f_{TAD}|\varphi + |f_{CAD}|)}{|d_s|\varphi + |d_i| + \frac{I}{A|h_s|}(\varphi - 1)} \\
 b)_{\underline{C_{S_A}}, \underline{C_{i_B}}} |P|_d &\geq \frac{M_{C_1}|_{x=\varphi L} - \varphi M_{C_2}|_{x=L} - \frac{|f_{TAD}|I}{|h_s||h_i|}(\varphi|h_i| + |h_s|)}{|d_s|\varphi + |d_i| + \frac{I}{A|h_s||h_i|}(\varphi|h_i| + |h_s|)}
 \end{aligned} \right\}$$

Tramo Interior.

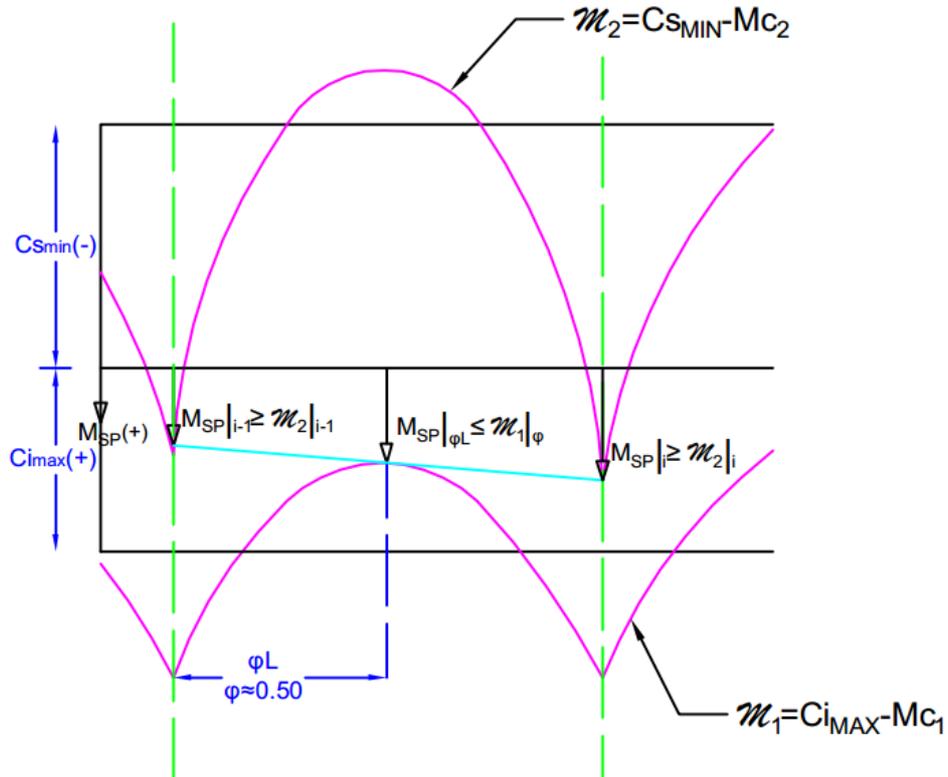


Figura 29: Campo de variación del Momento Secundario de Pretensado - tramos internos

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{En apoyo } i \quad C_{S \text{ mín}} - M_{C_2}|_i \leq M_{SP}|_i \\ \text{En apoyo } i - 1 \quad C_{S \text{ mín}} - M_{C_2}|_{i-1} \leq M_{SP}|_{i-1} \\ \text{En tramo} \quad M_{SP}|_{\phi L} \leq C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}|_{\phi L} \end{array} \right.$$

Del gráfico se obtiene que

$$M_{SP}|_{\phi L} = M_{SP}|_{i-1}(1 - \phi) + M_{SP}|_i(\phi)$$

Y tomando en cuenta la definición de M_{SP} en los siguientes puntos

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad M_{SP}|_{i-1} \geq M_2|_{i-1} = C_{S \text{ mín}} - M_{C_2}|_{i-1} \\ 2) \quad M_{SP}|_i \geq M_2|_i = C_{S \text{ mín}} - M_{C_2}|_i \\ 3) \quad M_{SP}|_{\phi L} \leq M_1|_{\phi L} = C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}|_{\phi L} \end{array} \right.$$

Primero se obtiene que 3) $M_{SP}|_{i-1}(1 - \phi) + M_{SP}|_i(\phi) \leq C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}|_{\phi L}$

Luego se sustituye 1) y 2) en 3)

$$C_{S \text{ mín}} - M_{C_2}|_{i-1} - \phi C_{S \text{ mín}} + \phi M_{C_2}|_{i-1} + \phi C_{S \text{ mín}} - \phi M_{C_2}|_i \leq C_{i \text{ máx}} - M_{C_1}|_{\phi L}$$

De esto se obtiene que el $P_{mín}$ para el tramo interior se calculará de la ecuación

$$-C_{S\ mín} + C_{i\ máx} \geq M_{C_1}|_{\varphi L} - \varphi M_{C_2}|_i - M_{C_2}|_{i-1}(1 - \varphi) = M^*$$

Realizando el mismo proceso de combinaciones de los valores de C_{SA} , C_{iA} , C_{SB} y C_{iB} , se obtienen los cuatro posibles valores de P .

$$\left. \begin{aligned} a) P_a &\geq \frac{M_{C_1}|_{\varphi L} - M_{C_2}|_i \varphi - M_{C_2}|_{i-1}(1 - \varphi) - |f_{CAD}|I \left(\frac{1}{|h_i|} + \frac{1}{|h_s|} \right)}{|d_s| + |d_i| - \frac{I}{A} \left(\frac{1}{|h_i|} + \frac{1}{|h_s|} \right)} \\ b) P_b &\geq \frac{M_{C_1}|_{\varphi L} - M_{C_2}|_i \varphi - M_{C_2}|_{i-1}(1 - \varphi) - \frac{I}{|h_i|} (|f_{CAD}| - |f_{TAD}|)}{|d_s| + |d_i|} \\ c) P_c &\geq \frac{M_{C_1}|_{\varphi L} - M_{C_2}|_i \varphi - M_{C_2}|_{i-1}(1 - \varphi) - \frac{I}{|h_s|} (|f_{CAD}| + |f_{TAD}|)}{|d_s| + |d_i|} \\ d) P_d &\geq \frac{M_{C_1}|_{\varphi L} - M_{C_2}|_i \varphi - M_{C_2}|_{i-1}(1 - \varphi) - |f_{TAD}|I \left(\frac{1}{|h_i|} + \frac{1}{|h_s|} \right)}{|d_s| + |d_i| + \frac{I}{A} \left(\frac{1}{|h_i|} + \frac{1}{|h_s|} \right)} \end{aligned} \right\}$$

Al igual que en el tramo anterior, $P_{mín}$ es el mayor valor de P .

La solución a la viga continua será el $P_{mín}$ de mayor valor entre todos los tramos.

Diseño de cables

La solución de una viga continua demanda una variación considerable de las excentricidades y formas que toman los cables a lo largo de la viga, por lo que es importante definir las ecuaciones necesarias de los cables.

Tramos Externos.

$$\begin{cases} e_1, e_3, e_4 & \text{parábolas de 2}^{\text{do}} \text{ grado} \\ e_2 & \text{recta} \end{cases}$$

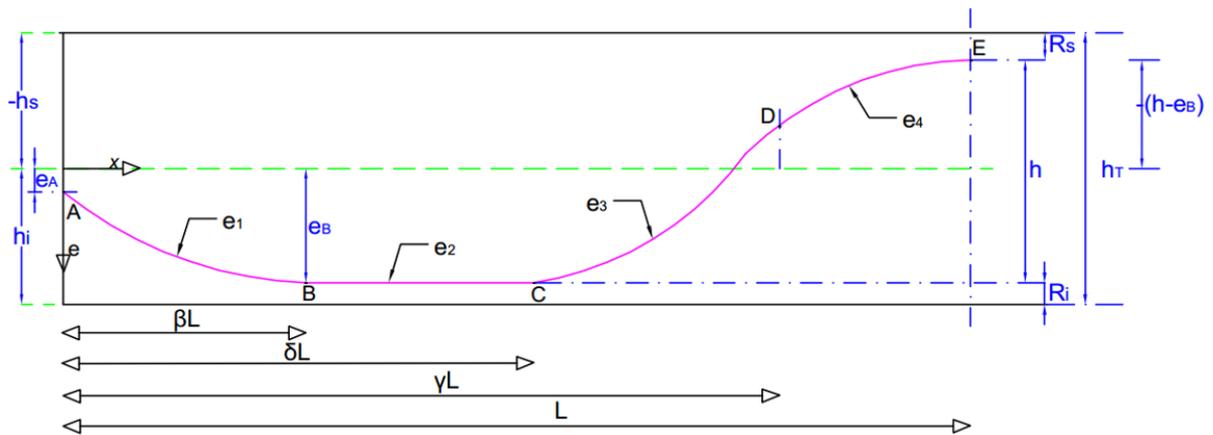


Figura 30: Forma de cable en tramo externo

Resolviendo simultáneamente las diez ecuaciones, se encuentran las siguientes ecuaciones de cables basadas en sus respectivas condiciones de borde.

a)

$$\begin{cases} e_1 = A_1 x^2 + B_1 x + C_1 \\ e'_1 = 2A_1 x + B_1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} e_1|_{x=0} = e_A \\ e_1|_{x=\beta L} = e_B \\ e'_1|_{x=\beta L} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[e_1 = -\frac{e_B - e_A}{\beta^2} \times \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 2\beta \right) + e_A \right]$$

b)

$$e_2 = C_2 \quad \left\{ e_2|_{x=\beta L} = e_B \right\}$$

$$[e_2 = e_B]$$

c)

$$\begin{aligned} e_3 &= A_3 x^2 + B_3 x + C_3 \\ e'_3 &= 2A_3 x + B_3 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_3|_{x=\delta L} = e_B \\ e'_3|_{x=\delta L} = 0 \\ e'_3|_{x=\gamma L} = e'_4|_{x=\gamma L} \end{array} \right\}$$

$$\left[e_3 = \frac{(\gamma - 1)h \left[\frac{x^2}{L^2} - \frac{2\delta x}{L} + \delta^2 \right]}{(\gamma - \delta)[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B \right]$$

d)

$$\begin{aligned} e_4 &= A_4 x^2 + B_4 x + C_4 \\ e'_4 &= 2A_4 x + B_4 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_4|_{x=L} = e_B - h \\ e'_4|_{x=L} = 0 \\ e_3|_{x=\gamma L} = e_4|_{x=\gamma L} \end{array} \right\}$$

$$\left[e_4 = \frac{h \left[\frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 2 \right) + \{(\gamma - 1)(\gamma - \delta) + \gamma(2 - \gamma)\} \right]}{[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B \right]$$

Para $x = \gamma L$

$$e_3 = e_4 = e_D$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_3 = e_D = \frac{(\gamma - 1)h(\gamma^2 - 2\delta\gamma + \delta^2)}{(\gamma - \delta)[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B = \frac{(\gamma - 1)(\gamma - \delta)h}{[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B \\ e_4 = e_D = \frac{h[\gamma(\gamma - 2) + \{(\gamma - 1)(\gamma - \delta) + \gamma(2 - \gamma)\}]}{[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B = \frac{(\gamma - 1)(\gamma - \delta)h}{[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B \end{array} \right.$$

$$e_D = \frac{(\gamma - 1)(\gamma - \delta)h}{[1 - (\gamma - 1)(\gamma - \delta) - \gamma(2 - \gamma)]} + e_B$$

b)

$$\begin{aligned}
 e_2 &= A_2 x^2 + B_2 x + C_2 \\
 e'_2 &= 2A_2 x + B_2
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} e'_1|_{x=\varepsilon L} = e'_2|_{x=\varepsilon L} \\ e'_2|_{x=\rho L} = 0 \\ e_2|_{x=\rho L} = e_C \end{array} \right.$$

$$\left[e_2 = \frac{h}{\varepsilon - \rho} \left(\frac{1}{\rho} \times \frac{x^2}{L^2} - \frac{2x}{L} + \varepsilon \right) + e_C - h \right]$$

c)

$$e_3 = C_3 \quad \left\{ e_3|_{x=\rho L} = e_C \right\}$$

$$[e_3 = e_C]$$

d)

$$\begin{aligned}
 e_4 &= A_4 x^2 + B_4 x + C_4 \\
 e'_4 &= 2A_4 x + B_4
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} e_4|_{x=\varphi L} = e_C \\ e'_4|_{x=\varphi L} = 0 \\ e_4|_{x=\omega L} = e_5|_{x=\omega L} \end{array} \right.$$

$$\left[e_4 = \frac{h}{(\omega - \varphi)(\varphi - 1)} \left(\frac{x}{L} - \varphi \right)^2 + e_C \right]$$

e)

$$\begin{aligned}
 e_5 &= A_5 x^2 + B_5 x + C_5 \\
 e'_5 &= 2A_5 x + B_5
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} e'_4|_{x=\omega L} = e'_5|_{x=\omega L} \\ e_5|_{x=L} = e_C - h \\ e'_5|_{x=L} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[e_5 = \frac{h}{(\omega - 1)(\varphi - 1)} \left(\frac{x}{L} - 1 \right)^2 + e_C - h \right]$$

Para $x = \varepsilon L$

$$e_1 = e_2 = e_B$$

$$\begin{cases} e_1 = e_B = \frac{h\varepsilon}{\rho} + e_C - h \\ e_2 = e_B = \frac{h}{\varepsilon - \rho} \times \left(\frac{\varepsilon^2}{\rho} - 2\varepsilon + \varepsilon \right) + e_C - h = \frac{h\varepsilon}{\rho} + e_C - h \end{cases}$$

$$e_B = \frac{h\varepsilon}{\rho} + e_C - h$$

Para $x = \omega L$

$$e_4 = e_5 = e_E$$

$$\left\{ e_4 = e_E = \frac{h}{(\omega - \varphi)(\varphi - 1)} (\omega - \varphi)^2 + e_C = \frac{h(\omega - \varphi)}{(\varphi - 1)} + e_C \right.$$

$$e_E = \frac{h(\omega - \varphi)}{(\varphi - 1)} + e_C$$

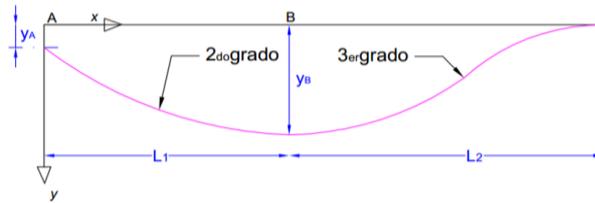
Para $x = L$

$$e_5 = e_F$$

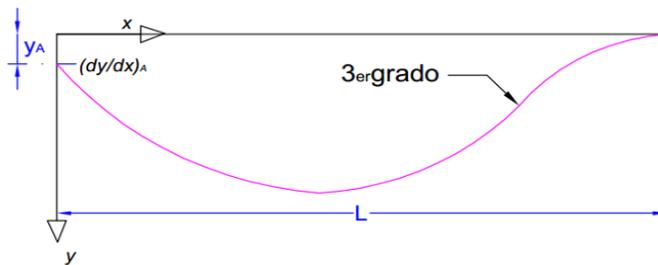
$$\left\{ e_5 = e_E = \frac{h}{(\omega - 1)(\varphi - 1)} (1 - 1)^2 + e_C - h = e_C - h \right.$$

$$e_F = e_C - h$$

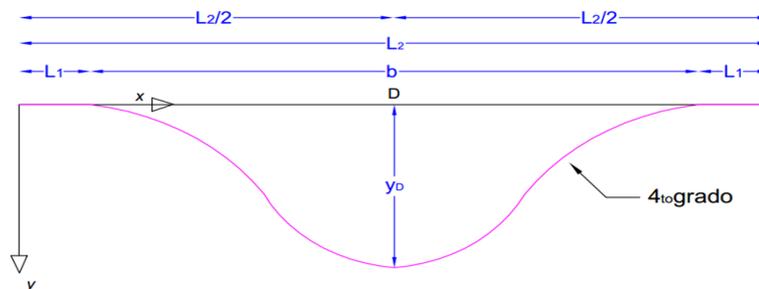
Otras soluciones de diseño de cables.



$$\text{Cuadrát. } \left\{ y = \frac{y_A - y_B}{L_1^2} (x - L_1)^2 + y_B \right. \quad \text{Cúbica } \left\{ y = y_B \left[1 - \left(3 - \frac{2(x - L_1)}{L_2} \right) \frac{(x - L_1)^2}{L_2^2} \right] \right.$$



$$\text{Cúbica } \left\{ \begin{aligned} y &= y_A + \left(\frac{dy}{dx} \right)_A x + a_1 x^2 + a_2 x^3 \\ \frac{dy}{dx} &= \left(\frac{dy}{dx} \right)_A + 2a_1 x + 3a_2 x^2 \end{aligned} \right.$$



$$\text{Cuártica } \{ y = a(x - L_1)^2(x - L_2 + L_1)^2$$

$$y_D = a \left[\frac{L_2}{2} - L_1 \right]^4 \quad \text{en } x = \frac{L_2}{2}$$

$$y_D = a \left(\frac{L_2}{2} \right)^4 \quad \text{si } L_1 = 0$$

$$\text{Si } L_1 = 0$$

$$y = a[x^2(x - L_2)^2] = a[x^4 - 2x^3L_2 + x^2L_2^2]$$

$$\frac{dy}{dx} = a[4x^3 - 6x^2L_2 + 2xL_2^2] \quad \text{en } x = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\left(x = \frac{L_2}{2} \right) \rightarrow \frac{dy}{dx} = a \left[\frac{4L_2^3}{8} - \frac{6L_2^3}{4} + \frac{2L_2^3}{2} \right] = 0$$

Análisis de una viga continua de tres tramos iguales con apoyos simples.

El objetivo del análisis es hallar la fuerza de pretensado P de diseño, el campo de variación del momento secundario de pretensado, la zona de paso del cable y hallar una ecuación del cable que sea una solución al problema. Para el análisis se consideró la siguiente sección con sus respectivas características.

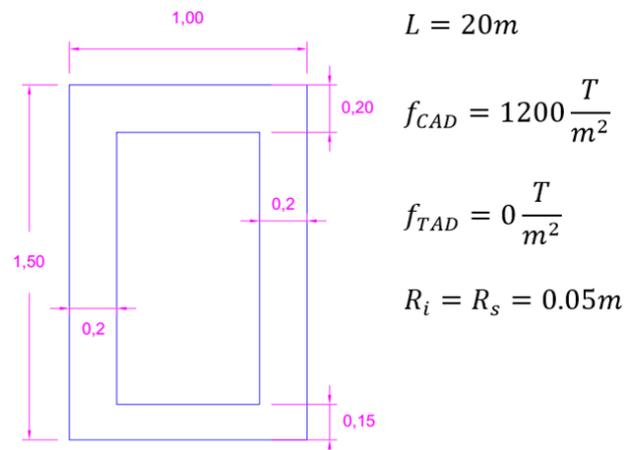


Figura 32: Datos de la sección de ejemplo de viga continua

Para facilitar el cálculo, se asume que los valores de M_{C_1} y M_{C_2} son los siguientes.

x	Mc1	Mc2	
0	0	0	Apoyo tramo exterior
2	119	32	
4	205	52	
6	260	60	
8	283	56	
10	273	40	
12	232	12	
14	159	-28	
16	53	-80	
18	-54	-144	
20	-120	-353	Apoyo interior
22	-66	-183	
24	36	-124	
26	116	-77	
28	178	-43	
30	180	-20	Mitad tramo central

Tabla 6: Datos de momentos $Mc1$ y $Mc2$ asumidos para ejercicio de ejemplo

Se calcula el P_{\min} del tramo exterior y del tramo inferior. Se selecciona el mayor valor de P y se calcula el $C_{S \min}$ y el $C_{i \max}$.

Tramo Exterior		Tramo Interior	
$ P _a$	-77.75	$ P _a$	-167.35
$ P _b$	249.50	$ P _b$	153.74
$ P _c$	111.09	$ P _c$	140.46
$ P _d$	290.64	$ P _d$	257.21
$ P _{\min}$	290.64	$ P _{\min}$	290.64
$M_{SP \ x=\phi L}$	22.18	$M_{SP \ x=\phi L}$	-138.98
$M_{SP \ x=\phi L}$	22.18	$M_{SP \ x=\phi L}$	124.78
$M_{SP \ x=L}$	55.44	$M_{SP \ x=L}$	55.44
$C_{S A}$	-420.29		
$C_{S B}$	-297.96		
$C_{i A}$	445.71		
$C_{i B}$	304.78		
$C_{S \min}$	-297.96		
$C_{i \max}$	304.78		

Tabla 7: Resultados de $|P|_{\min}$, M_{SP} , $C_{S \min}$ y $C_{i \max}$

Como se puede observar en la tabla, el valor de P del tramo exterior domina, por lo que se seleccionó para realizar el chequeo de las Condiciones Necesarias, Geométricas y Fundamentales en la secciones críticas.

Condiciones Necesarias				Condiciones fundamentales			
831.68	≤	1200	Ok	M_{SP}	55.44		
880.296	≤	1200	Ok	(1.s)	≤ e ≤	(2.i)	
Condiciones geométricas				0.35087	≤ e ≤	1.15079	ok
- ds	≤	e	ok	(1.i)	≤ e ≤	(2.s)	
di	≥	e	ok	-0.5495	≤ e ≤	-0.679	error

Tabla 8: Resultados de la comprobación de Condiciones Fundamentales y Necesarias con P_{\min}

Como se puede observar en la tabla, una de las condiciones fundamentales no cumple, por lo que es necesario calcular un nuevo P de diseño. Para esto, se continúa con el cálculo de \underline{M}_{C_1} y \underline{M}_{C_2} con el P_{\min} calculado inicialmente, y se selecciona los valores de los momentos

correspondientes a las secciones críticas, a $0.4L$ en tramos externos y a $0.5L$ en el tramo interno.

Para el cálculo se usa la corrección de los momentos: $\underline{M}_{C_1} = M_{C_1} + M_{SP}$ y $\underline{M}_{C_2} = M_{C_2} + M_{SP}$

x	M _{C1}	M _{C2}	M _{C1} -M _{C2}	M ₂		M ₁		M _{SP}	M _{C1}	M _{C2}
				M _{SP} min	M _{SP} max	M _{SP}	M _{C1}			
0	0.00	0.00	0.00	-297.96	304.78	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	118.60	32.00	86.60	-329.96	186.18	5.54	124.14	37.54		
4	205.40	52.00	153.40	-349.96	99.38	11.09	216.49	63.09		
6	260.00	60.00	200.00	-357.96	44.78	16.63	276.63	76.63		
8	282.60	56.00	226.60	-353.96	22.18	22.18	304.78	78.18		
10	273.40	40.00	233.40	-337.96	31.38	27.72	301.12	67.72		
12	232.00	12.00	220.00	-309.96	72.78	33.27	265.27	45.27		
14	158.60	-28.00	186.60	-269.96	146.18	38.81	197.41	10.81		
16	53.40	-80.00	133.40	-217.96	251.38	44.35	97.75	-35.65		
18	-54.00	-144.00	90.00	-153.96	358.78	49.90	-4.10	-94.10		
20	-120.00	-353.40	233.40	55.44	424.78	55.44	-64.56	-297.96		
22	-66.00	-182.60	116.60	-115.36	370.78	55.44	-10.56	-127.16		
24	36.00	-124.00	160.00	-173.96	268.78	55.44	91.44	-68.56		
26	116.00	-77.40	193.40	-220.56	188.78	55.44	171.44	-21.96		
28	178.00	-42.60	220.60	-255.36	126.78	55.44	233.44	12.84		
30	180.00	-20.00	200.00	-277.96	124.78	55.44	235.44	35.44		

Tabla 9: Resultados del cálculo de \underline{M}_{C_1} y \underline{M}_{C_2} con P_{min}

Con los valores de momentos subrayados en la tabla, se procede a calcular el P de diseño.

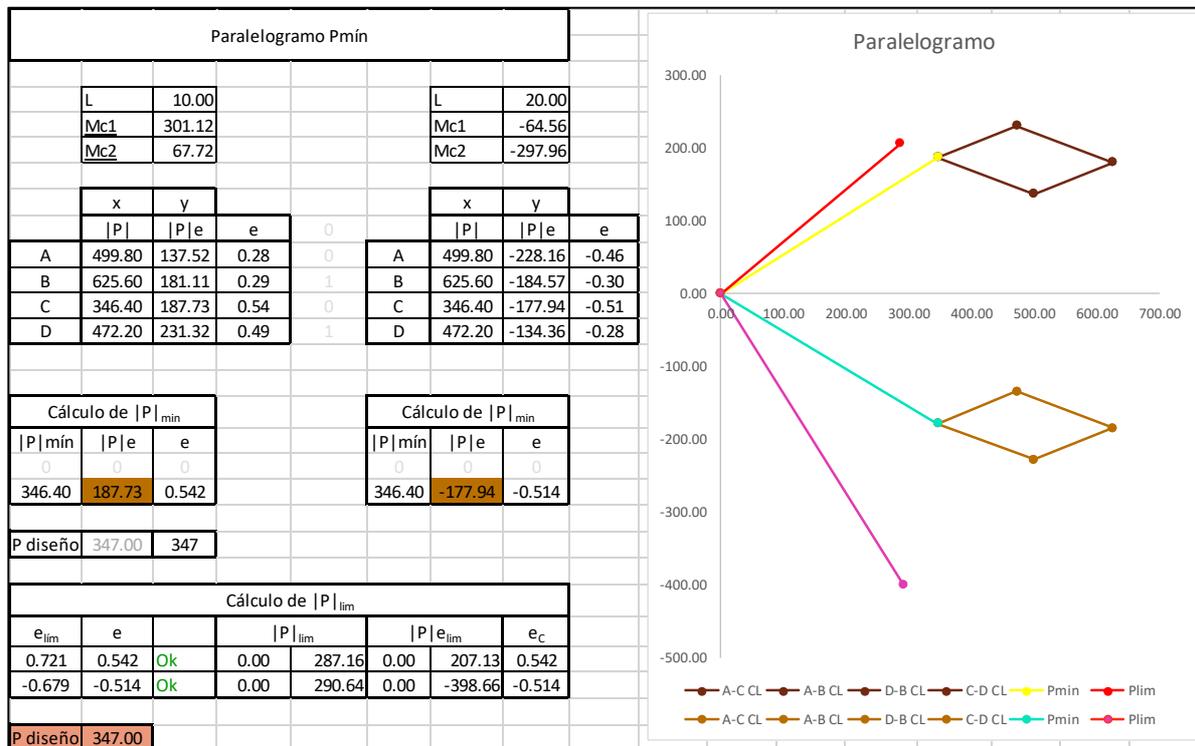


Tabla 10: Resultados del cálculo de P de diseño

Con el valor de P de diseño, se procede verificar las condiciones.

P diseño	347.00	Condiciones Necesarias			Condiciones fundamentales					
		831.68	≤	1200	Ok					
C_{S_A}	-440.09	880.296	≤	1200	Ok					
C_{S_B}	-355.73					M_{SP}	-2.33			
C_{I_A}	466.83	Condiciones geométricas				(1.s)	≤ e ≤	(2.i)		
C_{I_B}	363.87					0.18365	≤ e ≤	0.74423		ok
$C_{S_{min}}$	-355.73					(1.i)	≤ e ≤	(2.s)		
$C_{S_{max}}$	363.87	- ds	≤	e	ok	-0.6799	≤ e ≤	-0.679		ok
		di	≥	e	ok					

Tabla 11: Resultados de la comprobación de Condiciones Fundamentales y Necesarias con $P_{diseño}$

Como se puede observar en la tabla anterior, todas las condiciones cumplen.

Se procede a recalculer los momentos con los nuevos valores derivados del P de diseño. Los resultados son los siguientes.

x	M_{C1}	M_{C2}	$M_{C1}-M_{C2}$	\mathcal{M}_2	\mathcal{M}_1	M_{SP}	\underline{M}_{C1}	\underline{M}_{C2}
				M_{SP}	$M_{SP \max}$			
0	0.00	0.00	0.00	-355.73	363.87	0.00	0.00	0.00
2	118.60	32.00	86.60	-387.73	245.27	-0.23	118.37	31.77
4	205.40	52.00	153.40	-407.73	158.47	-0.47	204.93	51.53
6	260.00	60.00	200.00	-415.73	103.87	-0.70	259.30	59.30
8	282.60	56.00	226.60	-411.73	81.27	-0.93	281.67	55.07
10	273.40	40.00	233.40	-395.73	90.47	-1.17	272.23	38.83
12	232.00	12.00	220.00	-367.73	131.87	-1.40	230.60	10.60
14	158.60	-28.00	186.60	-327.73	205.27	-1.63	156.97	-29.63
16	53.40	-80.00	133.40	-275.73	310.47	-1.87	51.53	-81.87
18	-54.00	-144.00	90.00	-211.73	417.87	-2.10	-56.10	-146.10
20	-120.00	-353.40	233.40	-2.33	483.87	-2.33	-122.33	-355.73
22	-66.00	-182.60	116.60	-173.13	429.87	-2.33	-68.33	-184.93
24	36.00	-124.00	160.00	-231.73	327.87	-2.33	33.67	-126.33
26	116.00	-77.40	193.40	-278.33	247.87	-2.33	113.67	-79.73
28	178.00	-42.60	220.60	-313.13	185.87	-2.33	175.67	-44.93
30	180.00	-20.00	200.00	-335.73	183.87	-2.33	177.67	-22.33

Tabla 12: Resultados del cálculo de \underline{M}_{C1} y \underline{M}_{C2} con $P_{diseño}$

La gráfica del campo de variación de M_{SP} es la siguiente.

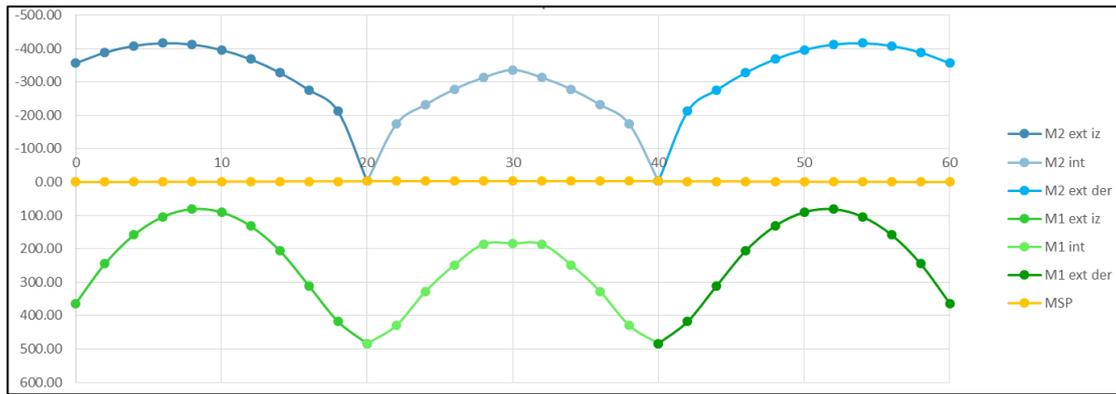


Figura 33: Gráfica de M_{SP} a cada décimo de la luz

A continuación se observa la zona del paso del cable y los términos de la ecuación del cable

basada en la ecuación $e_1 = -\frac{e_B - e_A}{\beta^2} \times \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 2\beta \right) + e_A$.

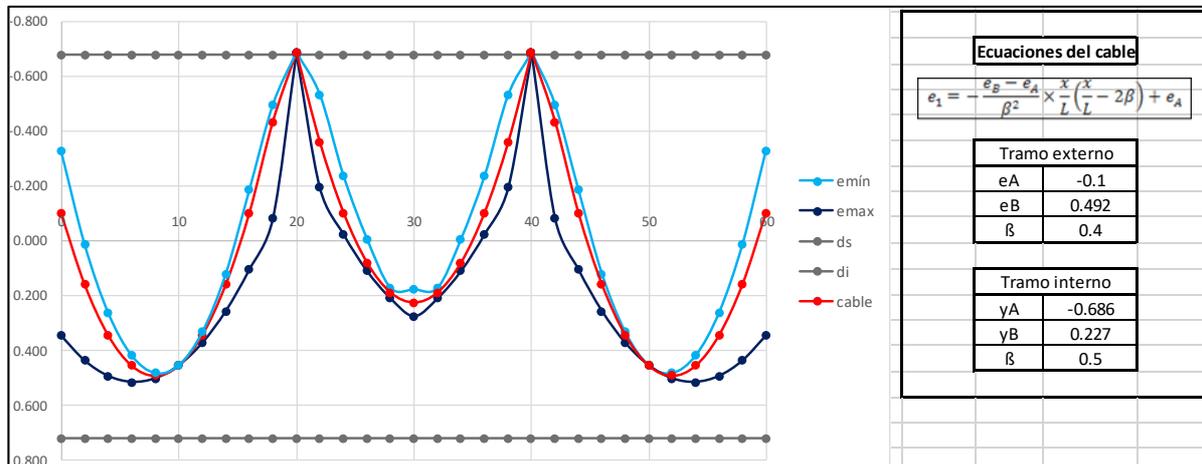


Figura 34: Zona de paso del cable en cada décimo de la luz

Las ecuaciones de los cables son las siguientes.

$$\begin{cases} \text{Tramo ext.} \rightarrow e_1 = -\frac{0.492 + 0.1}{0.4^2} \times \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 2 \times 0.4 \right) - 0.1 & \rightarrow [e_1 = -3.7 \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 0.8 \right) - 0.1] \\ \text{Tramo int.} \rightarrow e_1 = -\frac{0.227 + 0.686}{0.5^2} \times \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 2 \times 0.5 \right) - 0.686 & \rightarrow [e_1 = -3.652 \times \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 1 \right) - 0.686] \end{cases}$$

Aplicación en casos reales



Figura 35: Puente sobre el Río Chiche - Ecuador



Figura 36: Intercambiador Ruta Viva y Av. Simón Bolívar - Ecuador

CONSTRUCCIÓN EN VOLADOS SUCESIVOS

Para este método de construcción, los valores de excentricidad e son conocidos. Por ende, el objetivo en este tipo de problemas es hallar el campo de variación de la fuerza de pretensado $|P|$.

A partir de las Condiciones Fundamentales, se obtiene los valores de P para cada ecuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{1.s} \geq \frac{|f_{CAD}| - \frac{M_{C_1}|h_s|}{I}}{\frac{1}{A} - \frac{|h_s|e}{I}} \\ P_{2.s} \leq \frac{-|f_{TAD}| - \frac{M_{C_2}|h_s|}{I}}{\frac{1}{A} - \frac{|h_s|e}{I}} \\ P_{1.i} \leq \frac{-|f_{TAD}| + \frac{M_{C_1}|h_i|}{I}}{\frac{1}{A} + \frac{|h_i|e}{I}} \\ P_{2.i} \geq \frac{|f_{CAD}| + \frac{M_{C_2}|h_i|}{I}}{\frac{1}{A} + \frac{|h_i|e}{I}} \end{array} \right.$$

Para facilitar la nomenclatura, se define a los denominadores de las inequaciones de la siguiente manera.

$$\left\{ \begin{array}{l} D_s = \frac{1}{A} - \frac{|h_s|e}{I} \\ D_i = \frac{1}{A} + \frac{|h_i|e}{I} \end{array} \right.$$

Con el fin de que todos los valores de P determinados por las Condiciones Fundamentales cumplan simultáneamente, es necesario determinar los valores de $|P|_{m\acute{a}x}$ y $|P|_{m\acute{i}n}$.

Cuando D_s y D_i tienen los mismo signos, $|P|_{m\acute{a}x}$ y $|P|_{m\acute{i}n}$ se determinan de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} |P|_{m\acute{a}x} &= \underset{\text{mín. alg.}}{\left\{ \begin{array}{l} P_{1.s} \\ P_{2.i} \end{array} \right.} \\ |P|_{m\acute{i}n} &= \underset{\text{máx. alg.}}{\left\{ \begin{array}{l} P_{2.s} \\ P_{1.i} \end{array} \right.} \end{aligned}$$

Cuando D_s y D_i tienen signos diferentes, $|P|_{\text{máx}}$ y $|P|_{\text{mín}}$ se determinan dependiendo del signo de la excentricidad del cable medio e , como se define a continuación.

$$\text{Para } e > 0 \quad \left[\begin{array}{l} |P|_{\text{máx}} = \begin{cases} P_{2.s} \\ P_{2.i} \end{cases} \\ \qquad \qquad \text{mín. alg.} \\ |P|_{\text{mín}} = \begin{cases} P_{1.s} \\ P_{1.i} \end{cases} \\ \qquad \qquad \text{máx. alg.} \end{array} \right.$$

$$\text{Para } e < 0 \quad \left[\begin{array}{l} |P|_{\text{máx}} = \begin{cases} P_{1.s} \\ P_{1.i} \end{cases} \\ \qquad \qquad \text{mín. alg.} \\ |P|_{\text{mín}} = \begin{cases} P_{2.s} \\ P_{2.i} \end{cases} \\ \qquad \qquad \text{máx. alg.} \end{array} \right.$$

Aplicaciones en casos reales



Figura 37: Puente sobre el Río Chiche en etapa de construcción

CONCLUSIONES

Este trabajo ha ilustrado las diversas aplicaciones que tiene la teoría del Hormigón Pretensado de una manera gráfica y didáctica. La metodología de diseño de hormigón pretensado del Ingeniero Fernando Romo que se usó en este trabajo permite visualizar las soluciones para las vigas, como se ha demostrado a lo largo del desarrollo de este proyecto.

Una manera de incentivar el desarrollo de esta tecnología es familiarizar a los futuros profesionales con conceptos básicos mediante el desarrollo de la teoría, la representación de problemas con ejemplos numéricos y la ilustración de los resultados que se pueden obtener en construcciones reales, y esa combinación de enfoques es la que se ha empleado para demostrar las aplicaciones del hormigón pretensado.

El desarrollo de este proyecto permitió una profunda aprehensión de los conceptos, y el mayor reto fue el desarrollo de programas en que permitieran poner en práctica la teoría. Si bien es un tema complejo y de posgrado, es imperativo que el hormigón pretensado sea parte de la preparación de pregrado de un estudiante de Ingeniería Civil para que los conocimientos básicos fomenten el interés de profundizar en el tema en estudios futuros. Esto tendrá como consecuencia más profesionales que contribuyan al desarrollo e implementación del hormigón pretensado en Ecuador, lo cual representa un desarrollo tecnológico, social y económico para el país.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Hernández, E. & Gil, L. M. (2007). *Hormigón armado y pretensado*.
- Nawy, E. (2009). *Prestressed concrete: A fundamental approach*. Prentice Hall.
- Nilson, A. (1987). *Design of Prestressed concrete*. John Wiley & Sons.
- Romo, F. (n.d.). *Diseño estructural de puentes*. USFQ.
- Romo, F. (n.d.). *Fundamentos para diseño de Hormigón Pretensado*. USFQ.
- Romo, F. (n.d.). *Puente sobre el Río Chiche*. USFQ.
- Rong-yau, H & Ping-fu, C. Life Cycle Cost Analysis of Steel and Pre-stressed Concrete Bridges - A Case Study of a New Highway Bridge in Taiwan. Universidad Central Nacional de Taiwán.