

Universidad San Francisco de Quito

**Subastas Combinatorias Iterativas:
Simulación de una Aplicación**

Carlos Luis Carvajal Maridueña

Tesis de grado presentada como requisito para la obtención del
título de Maestría en Matemáticas Aplicadas

Quito

Mayo de 2005

Universidad San Francisco de Quito
Colegio de Graduados

HOJA DE APROBACION DE TESIS

**Subastas Combinatorias Iterativas:
Simulación de una Aplicación**

Carlos Luis Carvajal Maridueña

Carlos Jiménez, Ph.D.
Director de Tesis (firma)

Carlos Jiménez, Ph.D.
Miembro del Comité de Tesis (firma)

Ximena Córdova, Ph.D.
Miembro del Comité de Tesis (firma)

Carlos Jiménez, Ph.D.
Director de la Maestría (firma)

Víctor Víteri, Ph.D.
Decano del Colegio de Graduados (firma)

Quito, Mayo de 2005

© Derechos de Autor
Carlos Luis Carvajal Maridueña
2005

Dedicatoria

A Carlos y Esperanza, mis padres.

A Nataly, mi esposa.

A Karla y Andrea, mis hermanas.

Agradecimiento

Al personal docente de la Maestría en Matemáticas Aplicadas de la USFQ, de manera especial a Carlos Jiménez, Director de este programa de postgrado y del presente trabajo, por su invaluable e incondicional ayuda.

Carlos Luis Carvajal

Quito, Mayo de 2005

Resumen

El presente trabajo desarrolla una aplicación de las Subastas Iterativas Combinatorias, la cual es la simulación de un Sitio de Internet que realice los procesos relacionados con las subastas. El objetivo del trabajo es comparar este tipo de subastas con las Subastas Iterativas Simples, las cuales son actualmente desarrolladas en estos sitios. En el capítulo inicial se presenta el marco teórico de las Subastas, las Subastas Combinatorias y las Subastas Iterativas Combinatorias, a través de sus definiciones, tipos y aplicaciones. En el siguiente capítulo se describe la aplicación realizada en este trabajo, así como el modelo matemático utilizado para la resolución de la misma. En el tercer capítulo se exponen las consideraciones realizadas para la simulación de la aplicación, el algoritmo que la realiza, además de ejemplos de los resultados obtenidos de la misma. El último capítulo presenta y analiza los resultados obtenidos de la aplicación desarrollada. De la misma manera explica resultados obtenidos de la simulación de Subastas Iterativas Simples, con el fin de comparar estadísticamente ambos procesos. Se termina este trabajo con la presentación de las conclusiones del estudio realizado.

Abstract

The purpose of this work is to develop the simulation of an application of iterative combinatorial auctions, which is a simulation of an Internet Web Site that carries out the processes related to auctions. The objective of the work is to compare this type of auctions with the simple iterative auctions that are currently being developed in these Internet sites. The opening chapter presents the theoretic framework of auctions, combinatorial auctions and the iterative combinatorial auction by explaining definitions, types, and applications. The following chapter describes the application used within this work as well as the mathematic model used in its calculation. In the third chapter, the considerations for the simulation of the application, the algorithm used in the work, and examples of the obtained results are explained. The final chapter presents and analyzes the obtained results of the developed application. The obtained results of the simulation of iterative simple auctions are also presented in order to statistically compare both processes. The work closes with a presentation of the conclusions of the study.

Índice general

Dedicatoria	IV
Agradecimiento	V
Resumen	VI
Abstract	VII
1. Marco Teórico	1
1.1. Subastas	1
1.1.1. Origen	1
1.1.2. Definición	1
1.2. Subastas Combinatorias	2
1.2.1. Definición	2
1.2.2. Aplicaciones	2
1.2.3. Diseño	3
1.3. Subastas Combinatorias Iterativas	4
1.3.1. Definición	4
1.3.2. Tipos	4
2. Descripción de la Aplicación	6
2.1. Introducción	6
2.2. La Aplicación	6
2.3. ¿Qué es una Subasta por Internet?	7
2.4. ¿Cómo se realizan las Subastas por Internet?	7
2.4.1. ¿Cómo vender?	7
2.4.2. ¿Cómo comprar?	8
2.5. El Modelo Matemático	8

	IX
3. Resolución de la Aplicación	10
3.1. Introducción	10
3.2. La Simulación	10
3.3. El Algoritmo	11
3.4. La Función	13
3.5. Ejemplos	14
4. Presentación y Análisis de Resultados	16
4.1. Introducción	16
4.2. Desarrollo	16
4.2.1. Lucros de las Subastas	16
4.2.2. El Efecto <i>Sniping</i>	20
Conclusiones	22
Bibliografía	23
A. La Función de las Subastas Combinatorias Iterativas	24
B. Las Salidas de las Subastas Combinatorias Iterativas	31
C. La Función de las Subastas Simples Iterativas	32
D. Valores p Tabla ANOVA 1	37
E. Valores p Tabla ANOVA 2	38
F. Valores p Tabla ANOVA 3	39

Capítulo 1

Marco Teórico

1.1. Subastas

1.1.1. Origen

El mecanismo de venta de artículos al mejor postor conocido como subasta, data sus comienzos en los años 500 A.C. en la antigua Babilonia, pero no precisamente con la venta de artículos sino con mujeres hermosas para la contracción de matrimonio *Reynolds, Kate (2004)*.

Su origen etimológico proviene del latín *sub hasta*, que significaba *bajo la lanza*, porque la venta del botín obtenido en la guerra por los antiguos romanos se anunciaba con una lanza.

Una de las subastas más asombrosas de la historia ocurrió en el año 193 D.C. cuando después del asesinato del emperador romano Pertinax se subastó el imperio al mejor postor.

Con el descubrimiento de América las subastas fueron usadas para la venta de recursos naturales, animales y por supuesto esclavos.

Al finalizar el siglo diecisiete, en las tabernas inglesas se subastaba arte, las cuales eran anunciadas a través del periódico, poniendo a disposición este tipo de artículos.

1.1.2. Definición

La *Real Academia Española (2004)* en su diccionario de la lengua española define a la subasta como:

1. f. Venta pública de bienes o alhajas que se hace al mejor postor, y regularmente por mandato y con intervención de un juez u otra autoridad.
2. f. Adjudicación que en la misma forma se hace de una contrata, generalmente de servicio público; como la ejecución de una obra, el suministro de provisiones, etc.

Dentro de estas definiciones podemos observar la existencia de tres figuras a considerar dentro de este proceso:

1. El dueño del o los artículos a subastar, conocido como el Subastador.
2. Los interesados en la adquisición del o los artículos, generalmente llamados Ofertantes.
3. La autoridad que tiene a su cargo la realización de la misma, que en algunos casos es el mismo subastador.

1.2. Subastas Combinatorias

1.2.1. Definición

El tipo de subastas donde los interesados pueden ofertar sobre combinaciones de objetos de entre los existentes en el proceso son conocidas como Subastas Combinatorias. En este mecanismo los ofertantes pueden expresar su verdadero interés sobre los bienes que se estén subastando.

Las subastas combinatorias han demostrado sus beneficios con respecto a los métodos tradicionales. La maximización de ingreso, la eficiencia económica, la transparencia de la asignación son entre otros los que podemos mencionar, un mejor detalle de estos beneficios son presentados en la descripción de las algunas aplicaciones.

1.2.2. Aplicaciones

El origen de las subastas combinatorias comienza con la propuesta para subastar derechos de espectros de radios en 1976 *de Vries, Sven and Vohra, Rakesh (2003)*. El poder computacional actualmente existente ha hecho atractiva su implementación en diferentes ámbitos.

La utilización práctica de este tipo de subasta comienza en los finales de los 80 principios de los 90, una de las primeras aplicaciones se realizó en el año de

1993 Sears requería como todos los años la contratación de proveedores de servicios de transportes, con la aplicación de este proceso obtuvieron una reducción del 13% de sus costos respecto a la realización de una subasta simple *Ledyard, Olson, et al. (2004)*.

Las subastas de derechos espectros es otra aplicación que se empezó a realizar. *Cramton, Peter (2004)* describe la realización de este tipo de subasta y sus beneficios entre los que denotamos: eficiencia económica y maximización de ingresos, incrementar la competencia de los servicios y transparentar la asignación de los bienes. Este último punto es de vital importancia, especialmente cuando los bienes subastados son de orden público.

Las subastas combinatorias han sido aplicadas incluso en la asignación de vacaciones en escuadrones militares. *Strevell, Michael and Chong, Phillip (1985)* describen este proceso. En este trabajo se detallan los inconvenientes en la solicitud de vacaciones por parte del personal, con la utilización de subastas combinatorias se obtuvo un calendario más estable, reduciendo los conflictos entre las licencias y los calendarios de trabajo.

En general las subastas combinatorias pueden ser aplicadas a cualquier proceso de asignación de recursos o bienes, en el cual los postores pueden tener preferencias por combinaciones de estos, tópicos como las reglas de la subasta, la determinación del ganador tienen que estar muy bien definidos, estos temas se examinan en el diseño de la misma.

1.2.3. Diseño

El diseño de una subasta combinatoria involucra varios aspectos, unos cuantitativos y otros cualitativos, los cuales sino son bien especificados pueden afectar el desarrollo de la misma, entre los detalles cuantitativos que se deben tomar en cuenta para el diseño de una subasta tenemos:

1. Preclasificación de los participantes: proceso que se realiza para dar seriedad a las ofertas, esto también involucra restricción de ofertas sobre determinados bienes si los participantes no cumplen algún requisito dado.
2. Definir el objetivo de la subasta: plantear de manera clara el fin de la subasta, maximización de ingresos, eficiencia económica u operativa, entre otros.
3. Duración de la subasta o tiempo de para: es decir si la subasta tendrá una ronda simple de ofertas o si se realizarán varias ofertas, esta última opción tiene dos

variantes con modificaciones posibles, la primera trata la realización de varias rondas de ofertas y la otra variante fija un tiempo de duración para el proceso durante el cual se realizan las ofertas.

Entre los aspectos cualitativos a considerarse durante el diseño de una subasta tenemos:

1. Denotar la información se puede dar a conocer durante el proceso, cuando la subasta posee varias ofertas.
2. Definir el lenguaje de la recepción de las ofertas, este tópico no será estudiado en este trabajo por tratarse de la simulación de una aplicación.
3. Aspectos logísticos de la realización de la subasta.

1.3. Subastas Combinatorias Iterativas

1.3.1. Definición

Como mencionamos en el diseño de una subasta combinatoria, en lo que corresponde a la duración de estas, aquellas subastas donde se realizan varias ofertas son conocidas como Subastas Combinatorias Iterativas.

No necesariamente una subasta iterativa es combinatoria, una subasta iterativa puede ser simple, como la mayoría de las que se realizan por Internet.

1.3.2. Tipos

Existen básicamente dos tipos de subastas iterativas con posibles híbridos de *Vries, Sven and Vohra, Rakesh (2003)*.

El proceso de realización de las Subastas Combinatorias Iterativa del primer tipo comienza cuando los ofertantes manifiestan sus deseos de adquirir los bienes, luego el subastador realiza una asignación provisional de los artículos, posterior a esto los ofertantes pueden ajustar los precios de las rondas previas hasta que las asignaciones entre rondas no cambien. Estas subastas son llamadas *Quantity Setting* porque el subastador realiza la asignación en base a los precios ajustados por los ofertantes.

En el proceso de las subastas de segundo tipo, el subastador fija los precios iniciales, los ofertantes anuncian sus deseos de adquirir los bienes, posteriormente el

subastador observa los requerimientos, realiza una asignación provisional y ajusta los precios en base a la oferta y la demanda, este tipo de subasta finaliza cuando nadie vuelve a realizar ofertas que mejoren la asignación realizada. Estas subastas son llamadas *Price Setting* porque el subastador ajusta los precios de los bienes.

Capítulo 2

Descripción de la Aplicación

2.1. Introducción

El uso de Internet para subastar artículos tiene sus inicios en la década de los 90, el desarrollo del World Wide Web y los primeros navegadores gráficos, conllevaron al auge del uso de esta tecnología para realizar estos procesos. Actualmente se puede vender y comprar prácticamente cualquier cosa en todo el planeta, según *eBay(2004)*, uno de los principales Sitios de Internet en este negocio, en sus bases se ofertan veinticinco millones de artículos en venta cada día en todo el mundo y el número de usuarios que realizan estas transacciones está cerca de los ciento diez millones en más de veintinueve países.

2.2. La Aplicación

En este trabajo se realizará la simulación de la operación de un Sitio de Internet dedicado a las Subastas por Internet, realizando Subastas Combinatorias Iterativas y Subastas Simples Iterativas de un conjunto de artículos.

Estos procesos se realizarán durante un tiempo predeterminado, los participantes, tiempos entre ofertas y las mismas serán simuladas mediante distribuciones de probabilidad.

El objetivo del estudio es comparar ambas subastas a través del análisis estadístico sus diferentes resultados obtenidos.

2.3. ¿Qué es una Subasta por Internet?

Las subasta que se realizan utilizando como soporte tecnológico el Internet se conocen como Subastas por Internet. Este tipo de subastas son un híbrido de las subastas combinatorias iterativas anteriormente descrita, pero principalmente posee las características de las conocidas como *Quantity-Setting*.

La diferencia de las subastas por internet respecto a las subastas combinatorias iterativas es la forma de finalización del proceso, el cual ocurre en un tiempo predeterminado. Cabe mencionar que en los principales Sitios de Internet especializados en estos procesos realizan subastas tipo simple y no combinatorias.

2.4. ¿Cómo se realizan las Subastas por Internet?

Las actividades de compra y venta en los Sitios de Internet que ofrecen los servicios de subastas en general son descritas como sigue.

2.4.1. ¿Cómo vender?

El procedimiento para poner en venta un artículo es el siguiente:

1. Elegir la categoría y subcategoría del artículo a vender.
2. Ingresar un título, una descripción y una foto(opcional) del artículo.
3. Presentar el valor de salida inicial del artículo, algunos sitios lo consideran la puja cero.
4. Detallar la duración de la subasta, en ocasiones el tiempo de duración de la misma es fijo por el sitio.
5. Especificar la forma de pago, de envío y costos adicionales.
6. Otras opciones dependiendo del sitio, tales como autoreventa, en la cual sí el bien no alcanza un valor deseado o la subasta no prospera en un determinado tiempo el propietario puede autocomprar el artículo. El precio de reserva, el cual es un valor mínimo que debe alcanzar un bien para su venta.

El sitio se encargará de realizar automáticamente las pujas para alcanzar el mejor valor de venta, cabe mencionar que estos también proveen el servicio de venta directa.

2.4.2. ¿Cómo comprar?

Para optar por un artículo que se encuentre en venta se debe pujar para la adquisición del mismo, básicamente los pasos son los siguientes:

1. Buscar el artículo que se desea comprar.
2. Realizar las pujas sobre el bien mientras dure la subasta. Algunos sitios proveen un servicio de puja automática, es decir se ingresa el valor máximo a poder pagar por un bien y el sitio realizará las pujas por el comprador, si se sobrepasa este valor, se tiene la opción de realizar una nueva oferta.

Cuando la subasta concluye le comunican al ofertante si fue el ganador de la misma. Para acceder a los servicios de estos sitios se debe contar con un usuario en el sitio, en el cual se debe detallar determinada información personal.

¿Qué es *Sniping*?

En los sitios que realizan Subastas por Internet se ha presentado un fenómeno denominado *Sniping*, el cual ocurre cuando algunos participantes de una subasta realizan ofertas sobre un artículo segundos antes de que el tiempo de estas finalice, dejando sin chance de reofertar sobre el bien al resto de participantes, adjudicándose de esta manera el artículo en disputa *Klarreich, Erica(2003)*.

El uso del *Sniping* ha conllevado a la creación de software especializados tales como: *AuctionStealer (2005)*, *SnipeRight (2005)*, *iSnipeIt (2005)* entre otros, para realizar este proceso a ofertantes y de esta manera ganar los artículos deseados en las Subastas por Internet. Pero no todo es satisfactorio en este fenómeno, existen maneras con las cuales se puede contrarrestar el mismo, sitios como *eBay* recomiendan a sus usuarios utilizar el sistema de puja automática, otros como *AMAZON* validan la finalización del proceso, es decir, sí en un tiempo preestablecido antes de la culminación del proceso no existen ofertas, se procede a la asignación de los bienes al ganador.

2.5. El Modelo Matemático

La asignación de los bienes a los mejores ofertantes conocido en la lengua inglesa como *Winner-Determination Problem* es la es la piedra angular de las subastas combinatorias, *de Vries, Sven and Vohra, Rakesh (2003)* .

Los modelos matemáticos utilizados para este proceso son los conocidos como *Programación Lineal Entera*, donde el objetivo de los mismos es optimizar los ingresos o eficiencia económica del subastador sujeto a restricciones preestablecidas por el diseño de la subasta.

El *CAP(Combinatorial Auction Problem)* será el modelo a utilizarse en la aplicación del presente trabajo de *Vries, Sven and Vohra, Rakesh (2003)*. Asumiendo al subastador como el vendedor y a los ofertantes como lo compradores tendremos el siguiente modelo matemático:

$$\max \sum_{j \in N} \sum_{S \subseteq M} b^j y(S, j) \quad (1)$$

sujeto a

$$\sum_{S \ni i} \sum_{j \in N} y(S, j) \leq 1, \forall i \in M \quad (2)$$

$$\sum_{S \subseteq M} y(S, j) \leq 1, \forall j \in N \quad (3)$$

$$y(S, j) = 0, 1 \forall S \subseteq M, j \in N \quad (4)$$

Donde N representa el conjunto de los ofertantes y M el conjunto de m artículos distintos a ser subastados. Denotamos a $b^j(S)$ como la oferta que realice el j -ésimo participante por el subconjunto de artículos S y $y(S, j) = 1$ si el subconjunto de artículos S es asignado al ofertante j , en otro caso $y(S, j) = 0$.

La primera restricción (2) conlleva a la no asignación de un artículo a más de un ofertante-ganador. La segunda restricción (3) permite que lo ofertantes puedan sólo obtener un subconjunto de artículos. Una restricción que está implícita dentro del modelo es que las ofertas de los participantes deben ser positivas.

Dado el número de subconjuntos sobre los cuales se puede ofertar $2^{|M|}$, el número de ofertas teóricamente hablando sería de $N * 2^{|M|}$, el crecimiento de estas es de orden exponencial, por tal motivo en la determinación de los ganadores del proceso cuando $|M|$ es grande, conlleva a que su algoritmo se desarrolle en un tiempo no-polinomial.

La implementación computacional de este modelo con las consideraciones de la simulación de la aplicación es desarrollada en el próximo capítulo.

Capítulo 3

Resolución de la Aplicación

3.1. Introducción

En este capítulo se describen las consideraciones realizadas para la resolución de la aplicación y el algoritmo que realiza este trabajo. Además se presentan simulaciones realizadas para explicar los resultados que proporciona la función desarrolla en *R (2004)* para este trabajo.

3.2. La Simulación

Las consideraciones formuladas para la realización de la aplicación son las siguientes:

1. El ingreso de los participantes en la subasta se genera a través de un proceso de Poisson homogéneo, dado que si bien es cierto alrededor del mundo existen diferentes horas y este ingreso podría ser generado mediante un proceso de Poisson no homogéneo para cada hora, dependiendo de que lugar del mundo este el ofertante, esto conllevaría en la práctica a un proceso de Poisson homogéneo. Un proceso de Poisson homogéneo con parámetro λ denota que el número de eventos en un intervalo de tiempo de longitud t poseen una Distribución de Poisson con media λt .
2. Las ofertas que realizan los participantes en la subasta son generadas por un proceso de Poisson homogéneo. Este proceso y el descrito en el literal anterior se realizan mientras dure la subasta.

3. La generación de las ofertas de los participantes por cada subconjunto de artículos se realizan en aumento de la oferta predecesora a este. Estos aumentos en valores porcentuales serán generados por una distribución Beta con parámetros que garantizan incrementos entre el 1 y 20 %.
4. El subconjunto de interés de cada participante se genera con una Distribución Uniforme discreta que tendrá como rango el número de todos los posibles subconjuntos a poder pujar en la subasta. Cada ofertante participa en el proceso por un sólo subconjunto de los artículos a subastar, esta consideración conlleva a la no utilización de la segunda restricción (3) dentro del modelo matemático descrito en el capítulo anterior, la cual permitía la asignación de un sólo subconjunto de artículos a un ganador en la subasta.
5. El precio inicial de los artículos se genera con una Distribución Exponencial, la cual garantiza la no negatividad de los mismos.

Las consideraciones pueden ser modificadas en cuanto a los parámetros de las distribuciones en ellas utilizadas. Otras consideraciones tales como el número de subconjuntos a poder pujar los participante de la subasta conllevan a una modificación de la estructura de la función.

El número de días de duración de la subasta, el número de artículos a subastar y los lambda de los procesos de Poisson de ingreso y ofertas de participantes son parámetros de la función desarrollada en R que realiza este proceso

3.3. El Algoritmo

Los procesos que se desarrollan en la simulación de la subasta son descritos en esta sección.

1. Ingresar los parámetros de la simulación del proceso:

Número de artículos a subastar: son el número de bienes que se ofertan en la subasta y de los cuales se forman todos los subconjuntos de artículos por los que los participantes del proceso realizan sus ofertas.

Número de días de duración de la subasta: tiempo durante el cual los participantes del proceso podrán ingresar al mismo y realizar sus ofertas.

Lambda del proceso de Poisson de ingreso de participantes a la subasta: esto es el valor medio de participantes que ingresan al proceso por cada hora.

Lambda del proceso de Poisson de ofertas de los participantes en la subasta: análogamente al parámetro anterior, este es el valor medio de ofertas que realizan los participantes por cada hora.

Los parámetros de la distribución del precio unitario de los artículos y de la distribución de incrementos de las ofertas están como valores fijos en la función, pudiendo ser estos modificados.

2. Generar los componentes de la subastas:

Subconjuntos de artículos: a partir del número de artículos a subastarse en el proceso, se generan todos los subconjuntos de bienes, estos serán un total de $2^N - 1$ donde N es el número de artículos.

Precios iniciales de cada subconjunto de artículos: estos valores son denominados por algunas personas como la puja cero de la subasta, no son más que aquellos valores con los cuales empieza a realizarse la subasta.

Subconjunto de artículos a pujar para cada participante: se genera un subconjunto de artículos para cada participante de la subasta, por el cual ellos participan en el proceso, tal como se lo estableció en las consideraciones de la simulación.

3. Generar el ingreso de los participantes al proceso mientras dure la subasta, esto se realiza a través del proceso de Poisson antes mencionado, es decir, se genera en que tiempo de la subasta los participantes ingresan a la misma.
4. Generar las ofertas de los participantes en el proceso mientras este dure, siguiendo el mismo procedimiento del literal anterior. En este punto se genera el tiempo durante el proceso en que cada oferta se realiza.
5. Generar el participante del proceso que realiza la oferta, verificando en este paso que el ofertante no tenga provisionalmente asignado el subconjunto de artículos, si esto último ocurre la oferta la realiza otro participante.
6. Generar el valor de la oferta del participante, esta es siempre en incremento de su predecesora.

7. Generar el vector de coeficientes de la función objetivo, la matriz de coeficiente de la restricción y el vector de coeficiente de lado derecho de la restricción del modelo matemático.
8. Realizar la asignaciones provisionales de los subconjuntos de artículos, es decir, resolver el modelo matemático para las ofertas realizadas, este se resuelve con las ofertas actuales, dado que estas siempre son en aumento de sus predecesoras. La inclusión de ofertas de menor valor en la resolución del modelo matemático serían redundantes. La asignación provisional de la última oferta del proceso es en consecuencia la asignación definitiva del mismo.
9. Almacenar la información generada por los literales del 5 al 8, es decir, se almacena un historial de las ofertas, conteniendo este el valor de las mismas, quien las realiza y sobre que subconjunto de artículos se realizan. Además de las asignaciones provisional que se van realizando a través del proceso.
10. Repetir los pasos del 5 al 9 para todas las ofertas del proceso, que en otras palabras es hasta la finalización del tiempo de duración de la subasta.
11. Presentar las asignaciones definitivas de la subasta, conteniendo esta información a quienes se asignan los artículos y a que valores estos participantes los obtienen.

El último paso del algoritmo, que en la función corresponde a la salida que esta proporciona, fue modificado en la función para la obtención de otros resultados que permitan realizar los diferentes análisis del estudio.

3.4. La Función

La función desarrollada en R para la simulación de la subasta iterativa combinatoria es presentada en el Apéndice A.

La salida de esta función muestra la asignación final de los artículos y los precios a los que fueron adjudicados. Otro tipo de salidas fueron desarrolladas, modificando el *return* de la misma, para la realización de los análisis del estudio, estas modificaciones son mostradas en el Apéndice B.

Además se desarrolló otra función que realiza la simulación de una subasta iterativa simple, tomando las mismas consideraciones que se realizaron para el

desarrollo de la subasta combinatoria, la cual es presentada en el Apéndice C, para la comparación de los resultados de ambas subastas.

3.5. Ejemplos

En esta sección se presentan ejemplos para explicar los resultados que la función nos devuelve para determinados parámetros.

La salida que presenta la función desarrollada contiene los participantes que ganan algún subconjunto de artículos en la subasta, los artículos que se adjudica cada uno y el valor al cual obtienen estos.

El primer ejemplo que presentaremos es de una subasta que tiene un día de duración, se subastan tres artículos, cada hora en promedio ingresan trece participantes al proceso y en promedio estos realizan treinta y dos ofertas cada hora.

La función debe correrse de la siguiente manera:

```
> tesis(1,3,13,32)
```

donde el primer parámetro es la duración de la subasta, el segundo el número de artículos en el proceso, el tercero la media de participantes que ingresan a la subasta por hora y el último el promedio de ofertas por hora.

Los resultados de la función son la siguiente:

```
$qg [1] 256 22
```

```
$cg [1] 274236.3 293716.9
```

```
[[3]]
```

```
  [,1] [,2]
```

```
[1,]  2   1
```

```
[2,]  0   3
```

```
[3,]  0   0
```

En la salida se observa las siguientes asignaciones definitivas:

1. El artículo 2 es asignado al ofertante 256 a un precio de 274,236.3 unidades monetarias.

2. Los artículos 1 y 3 son asignados al ofertante 22 a un valor de 293,716.9 unidades monetarias.

El siguiente ejemplo que presentaremos es de una subasta que tiene cuatro días de duración, se ofertan cuatro artículos, cada hora en promedio entran quince participantes al proceso y en promedio estos realizan diez ofertas cada hora.

La función debe correrse de la siguiente manera:

```
> tesis(4,4,15,10)
```

Los resultados de la función son la siguiente:

```
$qg [1] 163 169
```

```
$cg [1] 107551.9 345317.6
```

```
[[3]]
```

```
  [,1] [,2]
```

```
[1,]    2    1
```

```
[2,]    0    3
```

```
[3,]    0    4
```

```
[4,]    0    0
```

En la salida se observa las siguientes asignaciones definitivas:

1. El artículo 2 es asignado al ofertante 163 a un precio de 107,551.9 unidades monetarias.
2. Los artículos 1,3 y 4 son asignados al ofertante 169 a un valor de 345,317.6 unidades monetarias.

Un análisis detallado de estos y otros resultados que se pueden obtener de la función desarrollada para la aplicación son el ámbito del siguiente capítulo.

Capítulo 4

Presentación y Análisis de Resultados

4.1. Introducción

El análisis de los resultados que nos puede proporcionar la función desarrollada en R para la aplicación del tema de estudio en este trabajo es el ámbito a desarrollar en este capítulo.

4.2. Desarrollo

Dado que el interés del estudio es comparar las Subastas Iterativas Combinatorias y Simples, como primer análisis comparativo se consideró el lucro que estas pueden generar a los subastadores de los artículos, otro análisis realizado fue el efecto *Sniping* en las primeras mencionadas.

4.2.1. Lucros de las Subastas

Para este propósito se simuló un determinado número de subastas iterativas simples y combinatorias, para realizar un análisis inferencial del lucro que estas producen.

Primero se simuló las subastas iterativas simples y combinatorias con un promedio de ofertas por hora en función del número de posibilidades que los participantes poseen en cada subasta, para el caso de las simples el número de artículos

del proceso N y para el caso de las combinatorias el número de subconjuntos posibles de formar con los artículos $2^N - 1$.

La segunda consideración es tener igual número de ofertas promedio por hora para cada tipo de subasta sin considerar el número de posibilidades que ellas poseen.

Número de ofertas en función de las posibilidades de las subastas

Dado que la generación de los lucros de las subastas iterativas simples y combinatorias depende de los factores que se consideraron en la realización de la simulación, se efectuó un diseño experimental para comprobar si existe diferencia significativa entre los lucros estas subastas y si los factores de la simulación afectan o no en la obtención de estos lucros.

Por tal motivo de manera preliminar en la investigación se efectuó un diseño factorial 2^k para determinar los factores de importancia en este estudio, por lo descrito en el párrafo anterior la respuesta experimental de este estudio es el lucro de las subastas

Los factores que se utilizan en la simulación y por ende a considerarse en el diseño experimental con el fundamento de utilización de sus respectivos niveles son los siguientes:

1. Duración de la subasta: 1 y 60 días, límites inferiores y superiores en la duración de la subasta en los Sitios de Internet dedicados al tema.
2. Número de artículos a subastar: 3 y 6, dado que a los usuarios con el número más alto de artículos tendrán 63 combinaciones posibles de escoger, valor que para efectos prácticos en una subasta real sería alto en el sentido de operación, dado que en la actualidad los Sitios de Internet no las realizan.
3. Ingreso promedio por hora de ofertantes al proceso: 1 y 12, dará un ingreso de un ofertante cada hora y uno cada cinco minutos.
4. Tipo de subasta iterativa: simple y combinatoria, comparación propósito de estudio en el trabajo. Cabe mencionar que el factor Promedio de ofertas por hora está implícito en el factor Tipo de subasta, porque este viene dado en función del número de posibilidades de cada subasta y el número de artículos.

De esta manera el modelo matemático del diseño experimental está dado por:

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \delta_k + \theta_l + \epsilon_{ijklm}$$

donde:

- μ : el la media natural del proceso.
- α_i : es el efecto del factor Duración de la subasta sobre la respuesta experimental.
- β_j : denota el efecto del factor Número artículos a subastar sobre el lucro de las subastas.
- δ_k : describe el efecto del factor Ingreso promedio por hora de ofertantes al proceso sobre la respuesta experimental.
- θ_l : contiene el efecto del factor Tipo de subasta iterativa sobre el lucro de las mismas.
- ϵ_{ijklm} : es el error aleatorio del proceso.

Se realizaron 30 réplicas para cada combinación factor-nivel con lo que se obtuvo un total de 480 unidades experimentales, los valores p de cada uno de los factores y sus interacciones obtenidos de la tabla *ANOVA* son presentados en el Apéndice D de este trabajo.

Resultando en este estudio como factores significativos sobre el lucro de las subastas el promedio de ofertantes por hora que ingresan al proceso y el tipo de subasta. La interpretación a estos resultados es como sigue:

1. El factor Ingreso de ofertantes promedio por hora es significativo con un 90 % de confianza, esto se debe al que existir menos ofertantes, la proporción de ofertas por participantes es mayor y al ser estas en aumento de sus predecesoras el valor al que los bienes serán asignados tienden a ser mayores, esto puede ser apreciado en la figura 4.1, donde se compara la media de los lucros para ambos niveles de este factor.
2. El factor Tipo de Subasta es el otro de los significativos en este estudio al mismo nivel de confianza del factor antes descrito, siendo el nivel que mayor lucro promedio obtiene el de la Subastas Iterativas Combinatorias como es presentado en la figura 4.2.

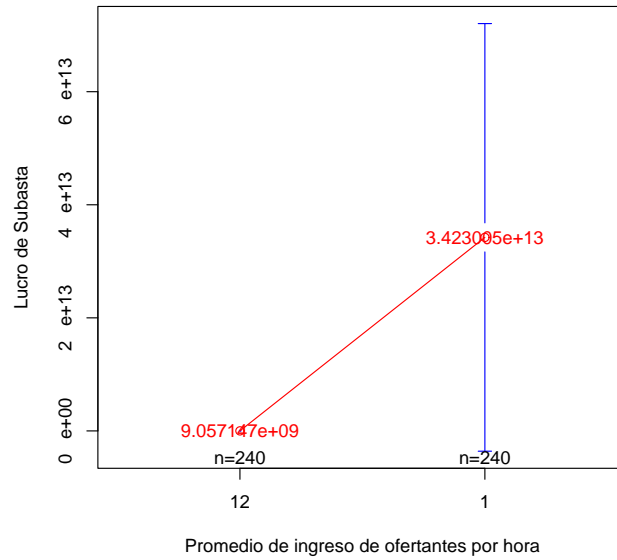


Figura 4.1: Media lucro de subastas por niveles del factor ingreso de ofertantes promedio por hora

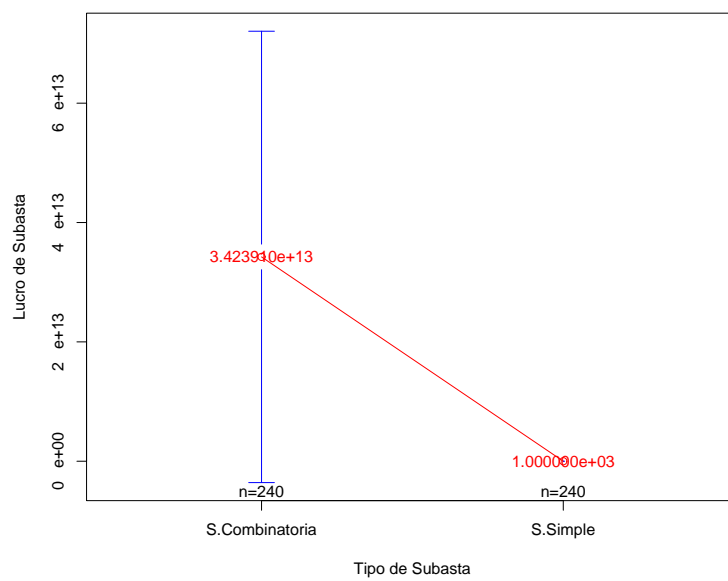


Figura 4.2: Media lucro de subastas por niveles del factor tipo de subasta

Por lo anteriormente descrito podemos comentar que cuando el número de ofertas promedio por hora está en función de las posibilidades que cada una de las subastas posee, las Subastas Iterativas Combinatorias maximizan el lucro de los subastadores.

Número de Ofertas sin considerar las posibilidades de las subastas

En este tipo de consideración con respecto al número de ofertas promedio por hora se realizó un diseño experimental con las mismas consideraciones del escrito en la sección anterior, los valores p de cada uno de los factores y sus interacciones obtenidos de su respectiva tabla *ANOVA* son presentados en el Apéndice E de este trabajo

De este experimento se obtuvo que ninguno de los factores afectaba significativamente al lucro de las subastas, por lo que no se puede realizar una comparación entre los tipos de subastas en estudio con la consideración de igualdad de ofertas entre ellas.

4.2.2. El Efecto *Sniping*

Para analizar el efecto del fenómeno *Sniping* en las subastas combinatorias iterativas se determinó si la última oferta realizada en la subastas es parte de la asignación definitiva de los artículos en el proceso. Examinando de esta manera la efectividad de este fenómeno sobre las Subastas Iterativas Combinatorias para su respectiva comparación con las de tipo Simple.

Se realizó un diseño experimental a través de un modelo logístico, con las variables que se consideran en la simulación de estas subastas, las cuales detallamos a continuación con los valores considerados para efectos prácticos:

1. Duración de la subasta: 1 y 60 días, límites inferiores y superiores en la duración de la subasta en los Sitios de Internet dedicados al tema.
2. Número de artículos a subastar: 3 y 6, dado que a los usuarios con el número más alto de artículos tendrán 63 combinaciones posibles de escoger, valor que para efectos prácticos en una subasta real sería alto en el sentido de operación, dado que en la actualidad los Sitios de Internet no las realizan.
3. Ingreso promedio por hora de ofertantes al proceso: 1 y 12, dará un ingreso de un ofertante cada hora y uno cada cinco minutos.

4. Ofertas promedio por hora de los ofertantes durante la subasta: 1 y 12, con lo que se realizarán una oferta cada hora y una cada cinco minutos.

La respuesta experimental de este diseño es una variable dicotómica, toma el valor de 0 si la última oferta no forma parte de la asignación definitiva y 1 en caso contrario.

De esta manera el modelo matemático del diseño experimental está dado por:

$$y = \frac{\exp^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \epsilon}}{1 + \exp^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \epsilon}}$$

donde:

- β_0 : es la media natural del proceso.
- β_1 : es el coeficiente de predicción de la variable Duración de la subasta sobre la respuesta experimental.
- β_2 : denota el coeficiente de predicción de la variable Número artículos a subastar sobre el efecto *Sniping*.
- β_3 : describe el efecto de la variable Ingreso promedio por hora de ofertantes al proceso sobre la respuesta experimental.
- β_4 : contiene el efecto de la variable Tipo de subasta iterativa sobre el efecto en estudio.
- ϵ_{ijklm} : es el error aleatorio del proceso.

Los valores p de las variables y sus interacciones obtenidos de la tabla ANOVA del diseño son presentados en el Apéndice F de este trabajo, en la cual se determina que ninguna de las variables afecta significativamente a la respuesta experimental.

De los resultados experimentales también se obtuvo que la proporción de efectividad de la última oferta fue 0.19, donde podemos observar que la efectividad de la última oferta es baja en las Subastas Iterativas Combinatorias. En base a los resultados descritos se demuestra que el *Sniping* posee una baja efectividad sobre las Subastas Iterativas Combinatorias.

Conclusiones

1. Cuando el número de ofertas promedio por hora están en función de las posibilidades de elección que cada tipo de Subastas Iterativas posee, el análisis inferencial realizado determinó que existe diferencias significativas entre los lucros que ellas producen, siendo las Combinatorias las que maximizan el lucro del Subastador.
2. No existe diferencia significativa entre estos tipos de subastas cuando el número de ofertas promedio por hora es igual en ellas, por lo que no se puede comentar cual es mejor para maximizar el lucro producido por ellas.
3. De las posibilidades utilizadas en este trabajo para el número de ofertas promedio por hora realizadas en las subastas y de otras que se puedan considerarse, habría que determinar cual es la más justa para una comparación de lucros que las Subastas Iterativas Combinatorias generan.
4. El efecto *Sniping* se ve mermado en las Subastas Combinatorias Iterativas sin necesidad de poner algún tipo de control para evitar este, como se lo realiza en las Subastas Simples Iterativas, al poseer una proporción baja de efectividad la última oferta.
5. Dados los resultados obtenidos en las simulaciones, los Sitios de Internet especializados en subastas tienen en las Subastas Combinatorias Iterativas un control para evitar el *Sniping* entre sus usuarios.
6. Las ventajas que poseen las Subastas Combinatorias Iterativas sobre las simples descritas y mostradas en este trabajo, así como en otros son varias, por tales motivos los Sitios de Internet dedicados a realizar subastas tienen en ellas una buena alternativa.

Bibliografía

1. Reynolds, Kate. " *Auction History*". <http://www.agorics.com/Library/Auctions/auction9.html> (21 Septiembre 2004).
2. Real Academia Española. " *Diccionario de la Lengua Española*". <http://www.rae.es> (10 Septiembre 2004).
3. de Vries, Sven and Vohra, Rakesh. " *Combinatorial Auction: A Survey*". *INFORMS Journal on Computing* (2003): 284-309.
4. Ledyard, Olson, et al. " *The first use of a combined value auction for transportation services*". <http://www.hss.caltech.edu/~jledyard/sears11.pdf> (30 Septiembre 2004).
5. Cramton, Peter. " *Spectrum Auctions*". <http://www.cramton.umd.edu/papers2000-2004/01hte-spectrum-auctions.pdf> (30 Septiembre 2004).
6. Strevell, Michael and Chong Phillip. " *Gambling on Vacation*", *INTERFECES* (1995): 63-67.
7. eBay. <http://www.ebay.com> (30 Septiembre 2004).
8. Klarreich, Erica. " *Sold to the Latest Bidder*". *SIAM News* Volume 36 Number 2 (2003).
9. AuctionStealer. <http://www.auctionstealer.com> (13 Mayo 2005).
10. iSnipeIt. <http://www.isnipeit.com> (13 Mayo 2005).
11. AuctionStealer. <http://www.auctionstealer.com> (13 Mayo 2005).
12. The R Foundation for Statistical Computing. " *R Version 1.9.0*. Copyright 2004. ISBN 3-900051-00-3.

Apéndice A

La Función de las Subastas Combinatorias Iterativas

El código presentado a continuación corresponde a la función desarrollada en *R* para la simulación de las Subastas Combinatorias Iterativas.

```
tesis=function(ds=1,nas=4,li=5,lo=15)
{
# ds dias de la subasta
# nas numero de articulos en la subasta
# li lambda del proceso de Poisson
#   de ingreso de ofertantes
# lo lambda del proceso de Poisson
#   de ofertas

ucds=86400 ## conversion de dias a segundos
uchs=3600 ## conversion de dias a segundos
ts=ucds*ds ## tiempo de la subasta

lip=li/uchs
# lambda de proceso de poisson de ingreso
# de participantes en horas

lop=lo/uchs
```

```
# lambda de proceso de poisson de ofertas
# de participantes en horas

lpu=10
# lambda del proceso de generacion de
# precio unutario de los articulos

pip1=5
# parametro 1 de la generacion de incrementos
# de precios en las ofertas

pip2=100
# parametro 2 de la generacion de incrementos
# de precios en las ofertas

tip=0
# tiempo de ingresos al
# proceso de participantes

atip=0
# acumualador de tiempos de generacion de
# participantes

cip=0
# contador de participantes

top=0
# tiempo de ofertas de participantes

atop=0
# acumulador de tiempos de ofertas
# de participantes

cop=0
```

```

# contador de ofertas

## ingreso de participantes a la subasta
while (sum(tip)<ts)
  tip=c(tip, rexp(1, lip))

cip=length(tip)-2
## numero de participantes de la subasta

nsas=(2^nas)-1
# numero de subconjuntos formados a
# partir de los articulos de la subasta

cp=ceiling(nsas*runif(cip))
# generacion de subconjuntos a
# pujar cada participante

# tiempo acumulados de ingreso de
# participantes a la subasta
for(i in 2:(cip+1))
  atip[i]=sum(tip[2:i])

# generacion de ofertas de
# participantes a la subasta
while (sum(top)<ts)
  top=c(top, rexp(1, lop))

cop=length(top)-2
## numero de ofertas de la subasta

# tiempo acumulados de ofertas
# de participantes
for(i in 2:(cop+1))
  atop[i]=sum(top[2:i])

```

```

puas=round(rexp(nas,lpu),2)
# precio unitario articulos de la subastas

puas=c(puas,0)
# se agrega un valor de cero
# a un articulo ficticio

sas=matrix(nas+1,nrow=nsas,ncol=nas)
# matriz que contiene las combinaciones
# de articulos, existe un articulo
# ficticio de valor cero

#proceso de llenado de sas
sas[1:nas,1]=seq(1,nas)
library(gtools)
j=0
for (i in 2:nas)
{
  j=j+choose(nas,i-1)
  sas[(1+j):(j+choose(nas,i)),1:i]=+
  combinations(nas,i)
}

vsas=matrix(0,nrow=1,ncol=nsas)
# precio iniciales de cada subconjunto

# proceso de llenado de vsas
for(j in 1:nsas)
  vsas[j]=sum(puas[c(sas[j,])])

psas=matrix(0,ncol=nsas,nrow=cop+1)
# almacenara el historial de las ofertas

```

```

# se almacenan los precios iniciales
# de los subconjuntos
psas[1,]=vsas

# almacenara el historial de los ofertantes
qro=matrix(0,ncol=nsas,nrow=cop+1)

# vector logico sobre
# asignacion de subconjuntos
og=rep(0,nsas)

b1=matrix(1,nrow=nas,ncol=1)
# vector de coeficiente
# resitriccion 1 del modelo

A1=matrix(0,nrow=nas,ncol=nsas)
# matriz de coeficiente
# resitriccion 1 del modelo

# llenado de A1
for(i in 1:nas)
  for(j in 1:nsas)
    for(k in 1:nas)
      if (sas[j,k]==i)
        A1[i,j]=1

f.dir=NULL
for (i in 1:nas)
  f.dir=c(f.dir,"<=")
# vector de signos de las restricciones

library(lpSolve)

# empiezan las ofertas

```

```

for (i in 1:cop)
{
  # quienes pueden ofertar
  npo=length(atip[atip<=atop[i]])
  # generacion de quien ofertara
  qo=ceiling(npo*runif(1))

  #while (og[cp[qo]]==1)
  # qo=ceiling(npo*runif(1))
  # valida de quien oferte no posea
  # provisionalmente el bien

  # guardar el i-esimo ofetante
  qro[1+i,]=qro[i,]
  qro[1+i,cp[qo]]=qo

  # almacenar la oferta del subconjunto
  psas[1+i,]=psas[i,]
  psas[1+i,cp[qo]]=round(psas[i,cp[qo]]+
*(1+round(rbeta(1,pip1,pip2),4)),2)

  # vector de la funcion objetivo
  a=psas[1+i,]

  # solucion del modelo
  sol=lp(direction = "max", objective.in=a,+
const.mat=A1, const.dir=f.dir,+
const.rhs=b1,int.vec=1:nsas)

  # asgnaciones provisionales
  og=round(sol$solution,0)

  # proceso para mostrar la informacion
  # de los ganadores de la subasta

```

```
z=seq(1,nsas)
cs=z[og==1]
qg=qro[i+1,][og==1]
cg=psas[i+1,][og==1]
ca=matrix(0,ncol=nas,nrow=length(cs))
for (j in 1:length(cs))
  ca[j,]=sas[cs[j],]
ca[ca==(nas+1)]=0

#validar si la ultima oferta fue ganadora
}
return(qg,cg,t(ca)) ## salidas totales - tesis
}
```

Apéndice B

Las Salidas de las Subastas Combinatorias Iterativas

El código presentado a continuación corresponde a los tipos de salidas solicitadas en la función desarrollada en *R* para la simulación de las Subastas Combinatorias Iterativas.

```
return(qg,cg,t(ca))
## a quien se asignaron los artículos
## y a que valores

return(psas[i+1,])
# los valores de las asignaciones
# de los subconjuntos

return(og[cp[qo]])
# valida si la ultima oferta
# fue ganadora
```


Apéndice C

La Función de las Subastas Simples Iterativas

El código presentado a continuación corresponde a la función desarrollada en *R* para la simulación de las Subastas Simples Iterativas .

```
tesisss=function(ds=1,nas=4,li=5,lo=15)
{
# ds dias de la subasta
# nas numero de articulos en la subasta
# li lambda del proceso de Poisson
#   de ingreso de ofertantes
# lo lambda del proceso de Poisson
#   de ofertas

ucds=86400 ## conversion de dias a segundos
uchs=3600 ## conversion de dias a segundos
ts=ucds*ds ## tiempo de la subasta

lip=li/uchs
# lambda de proceso de poisson de ingreso
# de participantes en horas

lop=lo/uchs
```

```
# lambda de proceso de poisson de ofertas
# de participantes en horas

lpu=10
# lambda del proceso de generacion de
# precio unutario de los articulos

pip1=5
# parametro 1 de la generacion de incrementos
# de precios en las ofertas

pip2=100
# parametro 2 de la generacion de incrementos
# de precios en las ofertas

tip=0
# tiempo de ingresos al proceso
# de participantes

atip=0
# acumualador de tiempos de generacion de
# participantes

cip=0
# contador de participantes

top=0
# tiempo de ofertas de participantes

atop=0
# acumulador de tiempos de ofertas
# de participantes

cop=0
```

```

# contador de ofertas

## ingreso de participantes a la subasta
while (sum(tip)<ts)
  tip=c(tip,rexp(1,lip))

cip=length(tip)-2
## numero de participantes de la subasta

# tiempo acumulados de ingreso de
# participantes a la subasta
for(i in 2:(cip+1))
  atip[i]=sum(tip[2:i])

# generacion ofertas de
# participantes a la subasta
while (sum(top)<ts)
  top=c(top,rexp(1,lop))
  cop=length(top)-2
## numero de ofertas de la subasta

# tiempo acumulados de ofertas
# de participantes
for(i in 2:(cop+1))
  atop[i]=sum(top[2:i])

cp=ceiling(nas*runif(cip))
# generacion de subconjuntos a
# pujar cada participante

vas=matrix(0,nrow=1,ncol=nas)
# precio iniciales de cada subconjunto
vas=round(rexp(nas,lpu),2)

```

```

pas=matrix(0,ncol=nas,nrow=cop+1)
# almacenara el historial de las ofertas

# se almacenan los precios de los articulos
pas[1,]=vas

# almacenara el historial de los ofertantes
qro=matrix(0,ncol=nas,nrow=cop+1)

# vector logico sobre
# asignacion de subconjuntos
og=rep(0,nas)

# empiezan las ofertas
for (i in 1:cop)
{
  # quienes pueden ofertar
  npo=length(atip[atip<=atop[i]])
  # generacion de quien ofertara
  qo=ceiling(npo*runif(1))

  while (og[cp[qo]]==1)
  qo=ceiling(npo*runif(1))
  # valida de quien oferte no posea
  # provisionalmente el bien

  # guardar el i-esimo ofetante
  qro[1+i,]=qro[i,]
  qro[1+i,cp[qo]]=qo

  # almacenar la oferta del subconjunto
  pas[1+i,]=pas[i,]
  pas[1+i,cp[qo]]=round(pas[i,cp[qo]]+
*(1+round(rbeta(1,pip1,pip2),4)),2)
}

```

```
}  
return(pas[i+1,])  
# solo de los valores de las  
# asignaciones de los subconjuntos  
}
```

Apéndice D

Valores p Tabla *ANOVA* 1

La siguiente tabla contiene los valores p obtenidos de la tabla *ANOVA* del diseño experimental desarrollado para el estudio del lucro generado por las Subastas Combinatorias Iterativas y Simples Iterativas cuando las ofertas promedio por hora están en función del número de posibilidades de cada subasta.

Factor	Valor P
Duración de la subasta (ds)	0.40942
Número de artículos (nas)	0.78251
Ingreso de ofertantes (io)	0.07637
Tipo de subasta (ts)	0.07621
Interacción ds:nas	0.58007
Interacción ds:io	0.40889
Interacción nas:io	0.78323
Interacción ds:ts	0.40889
Interacción nas:ts	0.78251
Interacción io:ts	0.40889
Interacción ds:nas:io	0.57943
Interacción ds:nas:ts	0.58007
Interacción ds:io:ts	0.40889
Interacción nas:io:ts	0.78323
Interacción ds:nas:io:ts	0.57943

Apéndice E

Valores p Tabla *ANOVA* 2

La siguiente tabla contiene los valores p obtenidos de la tabla *ANOVA* del diseño experimental desarrollado para el estudio del lucro generado por las Subastas Combinatorias Iterativas y Simples Iterativas cuando el número de ofertas promedio por hora realizadas en ambas subastas son iguales.

Factor	Valor P
Duración de la subasta (ds)	0.1595
Número de artículos (nas)	0.1598
Ingreso de ofertantes (io)	0.1595
Tipo de subasta (ts)	0.1594
Interacción ds:nas	0.1597
Interacción ds:io	0.1594
Interacción nas:io	0.1597
Interacción ds:ts	0.1595
Interacción nas:ts	0.1598
Interacción io:ts	0.1595
Interacción ds:nas:io	0.1598
Interacción ds:nas:ts	0.1597
Interacción ds:io:ts	0.1594
Interacción nas:io:ts	0.1597
Interacción ds:nas:io:ts	0.1598

Apéndice F

Valores p Tabla *ANOVA* 3

La siguiente tabla contiene los valores p obtenidos de la tabla *ANOVA* del diseño experimental desarrollado para la determinación del efecto *Sniping* en las Subastas Combinatorias Iterativas.

Factor	Valor P
Duración de la subasta (ds)	0.41676
Ingreso de ofertantes (io)	0.90761
Número de artículos (nas)	0.41676
Realización de ofertas (ro)	0.72774
Interacción ds:ios	0.90761
Interacción ds:nas	0.20216
Interacción io:nas	0.72774
Interacción ds:ro	0.56182
Interacción io:ro	0.72774
Interacción nas:ro	0.90761
Interacción ds:io:nas	0.13186
Interacción ds:io:ro	0.90761
Interacción ds:nas:ro	0.90761
Interacción io:nas:ro	0.13186
Interacción ds:io:nas:ro	0.56182